巴蜀中学2021届高考适应性月考卷（一）

数学参考答案

一、选择题（本大题共12小题，每小题5分，共60分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	B	C	C	A	B	A	D	D	C	B	A	B

【解析】

1. 阴影部分所表示的集合为$\{x|x\in A，且x\notin B\}=\{3，4，5\}$，故选B.

3. $f'(x)=(x+2)e^x$，由$f'(x)=(x+2)e^x=0$，得$x=-2$，当$x\in(-\infty，2)$时，$f'(x)<0$；当$x\in(2，+\infty)$时，$f'(x)>0$，所以$x=-2$为$f(x)$的极小值点，故选C.

4. 设$z=a+bi(a，b\in\mathbf{R})$，则$\bar{z}=a-bi(a，b\in\mathbf{R})$，$\therefore 2z-\bar{z}=2(a+bi)-(a-bi)=a+3bi=1+3i$，

$\begin{cases}a=1，\\3b=3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=1，\\b=1，\end{cases}$ $\therefore z=1+i，|z|=\sqrt{2}$，故选A.

5. $\bar{x}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{5}x_i}{5}=\dfrac{25}{5}=5$，$\bar{y}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{5}y_i}{5}=\dfrac{65}{5}=13$，由$\hat{y}=bx+3$，则$13=b\times5+3$，解得$b=2$，线性回归方程为$\hat{y}=2x+3$，当$x=8$时，$\hat{y}=2\times8+3=19$，故选B.

6. $a=\log_2 9>\log_2 8=3$，$b=4^{0.8}=4^{\frac{2}{5}}=\sqrt[5]{4^2}=\sqrt[5]{64}<\sqrt[5]{3^5}=\sqrt[5]{243}$，$c=3^{0.8}=3^{\frac{4}{5}}=\sqrt[5]{3^4}=\sqrt[5]{81}<3$，又$\sqrt[5]{64}<\sqrt[5]{81}$，$\therefore b<c<a$，故选A.

7. 由$y=f(x)$的图象可知：$f(x)$在$\left(-\infty，\dfrac{1}{2}\right)$，$(2，+\infty)$上单调递增，在$\left(\dfrac{1}{2}，2\right)$上单调递减，从而当$x\in\left(-\infty，\dfrac{1}{2}\right)\cup(2，+\infty)$时，$f'(x)>0$；当$x\in\left(\dfrac{1}{2}，2\right)$时，$f'(x)<0$，$\dfrac{f'(x)}{x-1}<0\Leftrightarrow$

$\begin{cases}x<1，\\f'(x)>0\end{cases}$或$\begin{cases}x>1，\\f'(x)<0\end{cases}\Leftrightarrow x<\dfrac{1}{2}$或$1<x<2$，解集为$\left(-\infty，\dfrac{1}{2}\right)\cup(1，2)$，故选D.

8. 令$f(x)=(1-2x)^5=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_5x^5$知，$a_0$，$a_2$，$a_4$，$a_6$，$a_8$为正，$a_1$，$a_3$，$a_5$，$a_7$为负；所以$|a_0|+|a_1|+|a_2|+|a_3|+\cdots+|a_7|+|a_8|=a_0-a_1+a_2-a_3+\cdots-a_7+a_8=f(-1)=3^5$；又$a_5=C_5^5(-2)^5=2^5$，所以$|a_0|+|a_1|+|a_2|+|a_3|+\cdots+|a_7|=3^5-2^5$，故选D.

9. 偶函数 $f(x)$ 满足 $f(2-x)=f(x+2)$，可得 $f(x)$ 的周期为 $T=4$，$\because \log_2 16<\log_2 18<\log_2 32$，即 $4<\log_2 18<5$，$\therefore f(\log_2 18)=f(\log_2 18-4)=f\left(\log_2\frac{18}{16}\right)=f\left(\log_2\frac{9}{8}\right)=f\left(-\log_2\frac{9}{8}\right)=f\left(\log_2\frac{8}{9}\right)=2^{\log_2\frac{8}{9}}+\frac{1}{9}=1$，故选 C.

10. 如图 1，设甲，乙，丙，丁四名游客去过的景点组成的集合分别为 A，B，C，D，所有景点构成的全集为 U，记集合 A 的元素个数为 $n(A)$，则依题意：$n(A)=n(B)=n(C)=n(D)=2$，$n(U)=4$，$A\cap B=\varnothing$，$C\cap D=\varnothing$，$n(A\cap C)=1$，则 $A\cup B=C\cup D=U$，$n(B\cap C)=n(A\cap D)=n(B\cap D)=1$，故每个景点都有 2 个人去，故选 B.

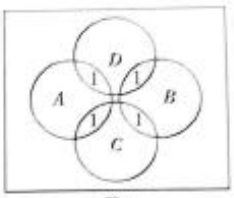

图 1

11. 按 6 名志愿者去了的场馆总数进行分类：①6 名志愿者都去 1 个场馆有：$C_3^1=3$ 种；②6 名志愿者共去 2 个场馆有：$C_3^2[(C_2^1)^6-C_2^1]=186$ 种；③6 名志愿者共去了 3 个场馆有：$\left(\frac{C_6^1C_5^1C_4^1}{A_2^2}+C_6^1C_5^2C_4^1+\frac{C_6^2C_4^2C_2^2}{A_3^3}\right)\cdot A_3^3=540$ 种. $\therefore$总的方法数 $N=3+186+540=729$ 种，故选 A.

12. 函数 $g(x)=f(x)-mx-m+\frac{2}{3}$ 有四个零点等价于方程 $f(x)=m(x+1)-\frac{2}{3}$ 有 4 个不同的实数根，等价于函数 $y=f(x)$ 的图象与过点 $\left(-1,-\frac{2}{3}\right)$ 的直线 l：$y=m(x+1)-\frac{2}{3}$ 有 4 个不同的交点，如图 2，当 l 过原点时，$m=\frac{2}{3}$；当直线 l 与 $y=\ln(x+1)(x>0)$ 相切时，设切点 $P(x_0,\ln(x_0+1))$，$y'=\frac{1}{x+1}$，可得 $\frac{1}{x_0+1}=\frac{\ln(x_0+1)+\frac{2}{3}}{x_0+1}$，解得 $x_0=e^{\frac{1}{3}}-1$，斜率为 $e^{-\frac{1}{3}}>\left(\frac{27}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}=\frac{2}{3}$，所以当 $\frac{2}{3}<m<e^{-\frac{1}{3}}$ 时，两函数的图象有 4 个不同的交点，故选 B.

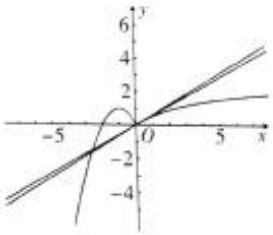

图 2

二、填空题（本大题共4小题，每小题5分，共20分）

题号	13	14	15	16
答案	$\{x\mid x<0 \text{ 且 } x\neq -2\}$	3	$\frac{1}{2}$	[illegible]

【解析】

13. $\begin{cases} x+2\neq 0, \\ |x|-x>0, \end{cases}$ 解得 $x<0$ 且 $x\neq -2$.

14. $\because f'(x)=2\ln x+\left(2x-\frac{f(1)}{2}\right)\cdot\frac{1}{x}+4f'(1)x=2\ln x+2-\frac{f(1)}{2x}+4f'(1)x$,

$\therefore \begin{cases} f'(1)=2-\frac{f(1)}{2}+4f'(1), \\ f(1)=2f'(1), \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} f'(1)=-1, \\ f(1)=-2, \end{cases}$ $\therefore f(1)+f'(1)=-3$.

15. 所拨数字共有 $C_4^1C_4^2=24$ 种可能，若所拨数字能被5整除则个位档数字只能是5或0，①若个位数字为5，则个位档拨一颗上珠，其他三档选择两个档位各拨一颗下珠，有 $C_3^2=3$ 种；②若个位数字为0，则个位档不拨珠，其他三档选择一档拨一颗上珠，再选择两个档位各拨一颗下珠，有 $C_3^1C_3^2=9$ 种，从而所拨数字能被5整除的概率为 $\frac{C_3^2+C_3^1C_3^2}{C_4^1C_4^2}=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}$.

16. 设 $g(x)=\frac{f(x)-x^2-1}{x}(x>0)$，则 $g'(x)=\frac{(f'(x)-2x)x-(f(x)-x^2-1)}{x^2}=\frac{xf'(x)-f(x)-x^2+1}{x^2}$ <0，$\therefore g(x)=\frac{f(x)-x^2-1}{x}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减，$\therefore$ 当 $x\in(0,1)$ 时，$g(x)=\frac{f(x)-x^2-1}{x}$ $>g(1)=\frac{f(1)-1-1}{1}=-1$，即 $f(x)>x^2-x+1=\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}\geqslant\frac{3}{4}$，故 $f(x)>\frac{3}{4}$.

三、解答题（共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分10分）

解：（1）由题 $a=3$ 时，$f(x)=-x^3+6x^2-9x-2$，

则 $f'(x)=-3x^2+12x-9=-3(x^2-4x+3)=-3(x-1)(x-3)$，……（1分）

令 $f'(x)>0$，可得 $1<x<3$，$\therefore f(x)$ 在 $(1,3)$ 上单调递增；

令 $f'(x)<0$，可得 $x<1$ 或 $x>3$，$\therefore f(x)$ 在 $(-\infty,1)$，$(3,+\infty)$ 上单调递减，

……（3分）

又 $x\in[-2,2]$，$\therefore f(x)$ 在 $[-2,1]$ 上单调递减，在 $[1,2]$ 上单调递增，

$\therefore f(x)_{\min}=f(1)=-6$. ……（5分）

[illegible]

[illegible] ……（10 分）

[illegible]

18. [illegible]

[illegible] $K^2=\frac{1000(400\times200-300\times100)^2}{700\times300\times500\times500}=47.619>10.828$，

[illegible]在犯错误的概率不超过0.1%的前提下，认为对"云课堂"倡议的了解程度与性别有关。……（6 分）

（2）依题意抽取6人中，男女比例为1∶2，即男性2人，女性4人，

则 $P=\frac{C_2^1\cdot C_4^1}{C_6^2}=\frac{8}{15}$，……（12 分）

19.（本小题满分 12 分）

（1）证明：因为 $AE\parallel CF$，$AE=CF$，

所以四边形 $ACFE$ 为平行四边形，所以 $AC\parallel EF$，

在等腰梯形 $ABCD$ 中，$\angle DAB=60^\circ$，$DC=BC=AD=CF=1$，

所以 $AB=2BC$，所以 $AC\perp BC$，

又 $CF\perp$ 平面 $ABCD$，所以 $AC\perp CF$，$BC\cap CF=C$，

所以 $AC\perp$ 平面 BCF，

因为 $AC\parallel EF$，所以 $EF\perp$ 平面 BCF。……（4 分）

（2）解：依题意，以 C 为坐标原点，分别以直线 CA，CB，CF 为 x 轴、y 轴、z 轴建立如图 3 所示的空间直线坐标系，

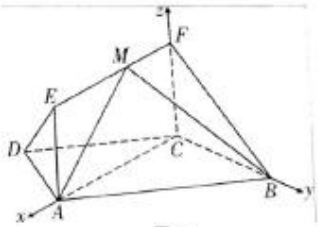

图 3

所以 $C(0,0,0)$，$A(\sqrt{3},0,0)$，$B(0,1,0)$，

设 $M(\sqrt{3}\lambda,0,1)$，

所以 $\overrightarrow{AB}=(-\sqrt{3},1,0)$，$\overrightarrow{BM}=(\sqrt{3}\lambda,-1,1)$，

设 $\overrightarrow{n_1}=(x,y,z)$ 为平面 MAB 的法向量，

由 $\begin{cases}\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{AB}=0,\\ \overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{BM}=0,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}-\sqrt{3}x+y=0,\\ \sqrt{3}\lambda x-y+z=0,\end{cases}$

取 $x=1$，所以 $\overrightarrow{n_1}=(1,\sqrt{3},\sqrt{3}-\sqrt{3}\lambda)$。……（8 分）

因为 $\overrightarrow{n_2}=(0,0,1)$ 是平面 ABC 的一个法向量，

20．（本小题满分 12 分）

（1）解：设点 $Q(x_0, 4)$，由抛物线定义可得 $QF=x_0+\frac{p}{2}$，

又 $QP=\frac{1}{2}QF$，所以 $QF=2x_0$，则 $x_0+\frac{p}{2}=2x_0$，所以 $x_0=\frac{p}{2}$，……（2 分）

又点 $Q(x_0, 4)$ 在抛物线上，所以 $4^2=p^2$，$p>0$，可得 $p=4$，

所以抛物线的方程为 $y^2=8x$．……（4 分）

（2）证明：由（1）可知，$M\left(\frac{1}{2}, -2\right)$ 在抛物线上，设直线 AB 的方程为 $x=my+n$，

点 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$，由 $\begin{cases} x=my+n, \\ y^2=8x, \end{cases}$ 得 $y^2-8my-8n=0$，

$\Delta=64m^2+32n>0$，

所以 $y_1+y_2=8m$，$y_1y_2=-8n$，……（6 分）

所以 $k_{AM}+k_{BM}=\frac{y_1+2}{x_1-\frac{1}{2}}+\frac{y_2+2}{x_2-\frac{1}{2}}=\frac{y_1+2}{\frac{y_1^2}{8}-\frac{1}{2}}+\frac{y_2+2}{\frac{y_2^2}{8}-\frac{1}{2}}=\frac{8}{y_1-2}+\frac{8}{y_2-2}=\frac{8(y_1+y_2)-32}{y_1y_2-2(y_1+y_2)+4}$

$=\frac{64m-32}{-8n-16m+4}=-\frac{8}{5}$，

解得 $n=3m-2$，……（10 分）

所以直线 AB 的方程为 $x+2=m(y+3)$，恒过定点 $(-2, -3)$．……（12 分）

21．（本小题满分 12 分）

解：设学生参与两次甲方案后获得的分数为 X，学生参与两次乙方案后获得的分数为 Y．

（1）当 X 取值为140，80，50，20时，学生参与两次甲方案后可以获得嘉奖，由条件得

$P(X=140)=\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$；

$P(A)=P(X=140)+P(X=80)+P(X=50)+P(X=20)=\frac{5}{12}$. ……（3 分）

当 Y 取值为160，60 时，学生参与两次乙方案后可以获得嘉奖，由条件得

$P(Y=160)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$，

$P(Y=60)=2\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$.

记事件 B 为“学生参与两次乙方案后获得嘉奖”，

则 $P(B)=P(Y=160)+P(Y=60)=\frac{7}{16}$.

因为 $P(A)<P(B)$，

所以当 $p=\frac{1}{4}$ 时，学生选择乙方案更容易获得嘉奖. ……（6 分）

（2）由题可知，X 的可能取值为140，80，50，20，-10，-40.

则随机变量 X 的分布列为

X	140	80	50	20	-10	-40
P	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$

于是 $E(X)=140\times\frac{1}{36}+80\times\frac{1}{9}+50\times\frac{1}{6}+20\times\frac{1}{9}+(-10)\times\frac{1}{3}+(-40)\times\frac{1}{4}=10$. ……（8 分）

由题可知，Y 的可能取值为160，60，-40.

则随机变量 Y 的分布列为

Y	160	60	-40
P	p^2	$2p(1-p)$	$(1-p)^2$

于是 $E(Y)=160p^2+120p(1-p)-40(1-p)^2$，……（10 分）

为满足题设条件只需 $f(1)>f(3)$，即 $\log_p 40>\log_p 10$，解得 $p<\frac{1}{4}$，

故 p 的取值范围是 $\left(\frac{1}{4},1\right)$. ……（12 分）

22.（本小题满分 12 分）

（1）解：当 $n=1$ 时，$f'(x)=\frac{1}{x}-m+\frac{1}{x^2}$，且 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上是单调函数，

若 $f'(x)\geqslant 0$，则 $m\leqslant\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)_{\min}$，解得 $m\leqslant\frac{3}{4}$；

若 $f'(x)\leqslant 0$，则 $m\geqslant\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}\right)_{\max}$，解得 $m\geqslant 2$，

故 m 的取值范围是 $\left(0,\frac{3}{4}\right]\cup[2,+\infty)$. ……（4 分）

（2）证明：由题意得 $\ln x_1-mx_1-\frac{n}{x_1}=\ln x_2-mx_2-\frac{n}{x_2}$，整理得 $\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}=m-\frac{n}{x_1x_2}$，（*）

又 $f'(x)=\frac{1}{x}-m+\frac{n}{x^2}$，令 $g(x)=\frac{1}{x}-m+\frac{n}{x^2}$，则 $g'(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{2n}{x^3}<0$，

所以 $f'(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数. ……（6 分）

故欲证 $\sqrt{x_1x_2}<x_0$，只需证 $f'(\sqrt{x_1x_2})>f'(x_0)=0$，即证 $\frac{1}{\sqrt{x_1x_2}}-m+\frac{n}{x_1x_2}>0$，

即证 $m-\frac{n}{x_1x_2}<\frac{1}{\sqrt{x_1x_2}}$，由（*）式得，只需证 $\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}<\frac{1}{\sqrt{x_1x_2}}$，……（8 分）

不妨设 $x_1>x_2$，即证 $\ln\frac{x_1}{x_2}<\frac{x_1-x_2}{\sqrt{x_1x_2}}=\sqrt{\frac{x_1}{x_2}}-\sqrt{\frac{x_2}{x_1}}$，

令 $\sqrt{\frac{x_1}{x_2}}=t>1$，则上式化为 $2\ln t<t-\frac{1}{t}$，令 $h(t)=2\ln t-t+\frac{1}{t}(t>1)$，

则 $h'(t)=\frac{2}{t}-1-\frac{1}{t^2}=\frac{-(t-1)^2}{t^2}<0$，

所以 $h(t)$ 在 $(1,+\infty)$ 上为减函数，

所以 $h(t)<h(1)=0$，

即 $2\ln t<t-\frac{1}{t}$，故原式得证. ……（12 分）

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（http://www.zizzs.com/）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》