

绝密★启用并使用完毕前

高三年级学情检测

数学试题

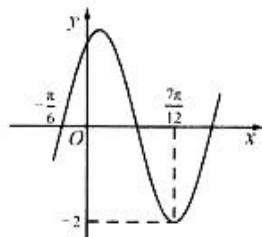
本试卷共4页,22题,全卷满分150分。考试用时120分钟。

注意事项:

- 1.答卷前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 3.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x \mid 2^x \geq 4\}$, 集合 $B = \{x \mid -1 \leq x \leq 5\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$ B. $\{x \mid 2 \leq x \leq 5\}$ C. $\{x \mid x \geq -1\}$ D. $\{x \mid x \geq 2\}$
2. 复数 $z = \frac{2}{1+i}$ (其中 i 为虚数单位) 的虚部是
 A. -1 B. 1 C. $-i$ D. i
3. $(1-2x)^5$ 的展开式中, x^3 的系数为
 A. 40 B. -40 C. 80 D. -80
4. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 则“ $f(x)$ 是偶函数”是“ $|f(x)|$ 是偶函数”的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
5. 已知函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, 0 < |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则
 A. $f(x) = 2 \sin(2x + \frac{\pi}{3})$
 B. $f(x) = 2 \sin(2x - \frac{\pi}{3})$
 C. $f(x) = 2 \sin(x + \frac{\pi}{6})$
 D. $f(x) = 2 \sin(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{6})$



高三数学试题 第1页 (共4页)

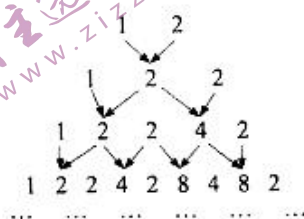
三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分。

13. 经过抛物线 $y^2 = 4x$ 焦点 F 的直线交抛物线于 A, B 两点, 则 $|AB|$ 的最小值为_____。

14. 已知 $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, 且 $\sin\alpha + \cos\alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $\tan\alpha$ 的值为_____。

15. 甲乙两个箱子中各装有 5 个大小、质地均相同的小球, 其中甲箱中有 3 个红球、2 个白球, 乙箱中有 2 个红球、3 个白球。抛一枚质地均匀的硬币, 若硬币正面向上, 从甲箱中随机摸出一个球; 若硬币反面向上, 从乙箱中随机摸出一个球。则摸到红球的概率为_____。

16. 某数学兴趣小组模仿“杨辉三角”构造了类似的数阵, 将一行数列中相邻两项的乘积插入这两项之间, 形成下一行数列。以此类推不断得到新的数列。如图, 第一行构造数列 1, 2; 第二行得到数列 1, 2, 2; 第三行得到数列 1, 2, 2, 4, 2; ……; 则第 5 行从左数起第 6 个数的值为_____。用 A_n 表示第 n 行所有项的乘积, 若数列 $\{B_n\}$ 满足 $B_n = \log_2 A_n$, 则数列 $\{B_n\}$ 的通项公式为_____。



四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\frac{2b-c}{a} = \frac{\cos C}{\cos A}$, $a = 3$.

(1) 求角 A ;

(2) 若点 D 在边 AC 上, 且 $\vec{BD} = \frac{1}{3}\vec{BA} + \frac{2}{3}\vec{BC}$, 求 $\triangle BCD$ 面积的最大值。

18. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_{n+2} + (-1)^n a_n = 3$, $a_1 = 1, a_2 = 2$.

(1) 记 $b_n = a_{2n-1}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

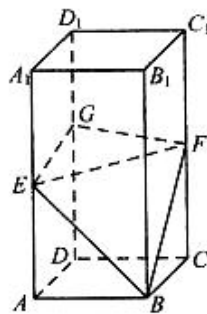
(2) 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求 S_{30} .

19. (12 分)

如图, 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = 2AB = 2$, E, F 分别为棱 AA_1, CC_1 的中点, G 为棱 DD_1 上的动点。

(1) 求证: B, E, D_1, F 四点共面;

(2) 是否存在点 G , 使得平面 $GEF \perp$ 平面 BEF ? 若存在, 求出 DG 的长度; 若不存在, 说明理由。



20.(12分)

某机构为了解市民对交通的满意度,随机抽取了100位市民进行调查,结果如下:回答“满意”的人数占总人数的一半,在回答“满意”的人中,“上班族”的人数是“非上班族”人数的 $\frac{3}{7}$;在回答“不满意”的人中,“非上班族”占 $\frac{1}{5}$.

(1)请根据以上数据填写下面 2×2 列联表,并依据小概率值 $\alpha = 0.001$ 的独立性检验,分析能否认为市民对于交通的满意度与是否为上班族有关联?

	满意	不满意	合计
上班族			
非上班族			
合计			

(2)为了改善市民对交通状况的满意度,机构欲随机抽取部分市民做进一步调查,规定:抽样的次数不超过 $n(n \in \mathbf{N}_+)$,若随机抽取的市民属于不满意群体,则抽样结束;若随机抽取的市民属于满意群体,则继续抽样,直到抽到不满意市民或抽样次数达到 n 时,抽样结束.抽样结束时,记抽样的总次数为随机变量 X_n .以频率代替概率.

(i)若 $n = 5$,写出 X_n 的分布列和数学期望;

(ii)请写出 X_n 的数学期望的表达式(不需证明),根据你的理解说明 X_n 的数学期望的实际意义.

附:

α	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

参考公式: $\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,其中 $n = a + b + c + d$.

21.(12分)

已知函数 $f(x) = e^{x+1} + (1-a)x + b$,

(1)若曲线 $y = f(x)$ 在 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $y = ex$,求实数 a, b 的值;

(2)若不等式 $f(x) \geq 0$ 恒成立,求 $\frac{b}{a}$ 的最小值.

22.(12分)

已知 P 为圆 $M: x^2 + y^2 - 2x - 15 = 0$ 上一动点,点 $N(-1, 0)$,线段 PN 的垂直平分线交线段 PM 于点 Q .

(1)求点 Q 的轨迹方程;

(2)设点 Q 的轨迹为曲线 C ,过点 N 作曲线 C 的两条互相垂直的弦,两条弦的中点分别为 E, F ,过点 N 作直线 EF 的垂线,垂足为点 H ,是否存在定点 G ,使得 $|GH|$ 为定值?若存在,求出点 G 的坐标;若不存在,说明理由.

高三数学试题 第4页 (共4页)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：[zizzsw](https://www.zizzs.com)。



微信搜一搜

自主选拔在线