

十堰市 2022~2023 学年下学期期末调研考试 高一数学

本试卷共 4 页,22 题,均为必考题。全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★ 祝考试顺利 ★

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考号填写在答题卡和试卷指定位置上,并将考号条形码贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。答在试题卷、草稿纸上无效。
3. 非选择题用 0.5 毫米黑色墨水签字笔将答案直接答在答题卡上对应的答题区域内。答在试题卷、草稿纸上无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁。考试结束后,只交答题卡。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 复数 $z = \frac{3+i}{2+i}$ 的实部为

- A. 1 B. $\frac{7}{5}$ C. $\frac{6}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

2. 已知向量 $a = (1, 3\lambda)$, $b = (2, 7-\lambda)$, 若 $a \parallel b$, 则 $\lambda =$

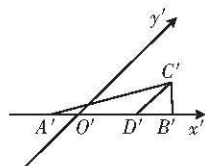
- A. 1 B. -1 C. 3 D. -3

3. 端午节前后,人们除了吃粽子、插艾叶以外,还要给孩子们佩戴香囊。某商家销售的香囊有四种不同的形状,其中圆形的香囊有 36 个,方形的香囊有 18 个,桃形的香囊有 27 个,石榴形的香囊有 9 个。现该商家利用分层随机抽样的方法在这些香囊中抽出 20 个香囊摆放在展台上,则抽出的桃形香囊的个数为

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

4. 用斜二测画法画一个水平放置的平面图形的直观图,如图所示, $C'B' \perp x'$ 轴, $C'D' \parallel y'$ 轴, $C'B' = 1$, $A'B' = 5$, 则 $\triangle A'B'C'$ 的原图形的面积为

- A. 5 B. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
C. $10\sqrt{2}$ D. $5\sqrt{2}$



5. 将函数 $f(x) = 3\cos(6x - \frac{\pi}{3})$ 图象上所有的点都向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度,再把得到的曲线图象上所有点的横坐标伸长到原来的 3 倍,纵坐标不变,得到函数 $g(x)$ 的图象,则 $g(x) =$

- A. $3\sin(2x + \frac{2\pi}{3})$ B. $3\sin(x + \frac{\pi}{3})$ C. $3\cos(2x - \frac{\pi}{4})$ D. $3\cos(\frac{1}{6}x - \frac{2\pi}{3})$

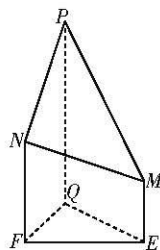
6. 已知一个底面半径为 2, 高为 $2\sqrt{3}$ 的圆锥, 被一个过该圆锥高的中点且平行于该圆锥底面的平面所截, 则截得的圆台的体积为

- A. $\frac{7\sqrt{3}\pi}{3}$ B. $\frac{14\pi}{3}$ C. $3\sqrt{3}\pi$ D. 6π

7. 已知 $m > \frac{3}{2}$, 在钝角 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3m$, $BC = 5m$, $AC = m + 6$, 则 m 的取值范围是

- A. $(\frac{3}{2}, 6)$ B. $(2, 6)$ C. $(\frac{3}{2}, 2)$ D. $(2, +\infty)$

8. 武当山,位于湖北省西北部十堰市境内,其自然风光,以雄为主,兼有险、奇、幽、秀等多重特色.主峰天柱峰犹如金铸玉琢的宝柱雄峙苍穹,屹立于群峰之巅.环绕其周围的群山,从四面八方主峰倾斜,形成独特的“七十二峰朝大顶,二十四涧水长流”的天然奇观,被誉为“自古无双胜境,天下第一仙山”.如图,若点 P 为主峰天柱峰的最高点, M, N 为观测点,且 P, M, N 在同一水平面上的投影分别为 Q, E, F , $\angle QEF = 30^\circ$, $\angle QFE = 45^\circ$,由点 M 测得点 N 的仰角为 15° , $NF - ME = 200$ 米,由点 N 测得点 P 的仰角为 α 且 $\tan \alpha = \sqrt{2}$,则 P, M 两点到水平面 QEF 的高度差约为 (参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732$)



- A. 684 米
B. 732 米
C. 746 米
D. 750 米

二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 已知复数 $z = (2+i)i$, 则

- A. $z = 1+2i$
B. $|z| = \sqrt{5}$
C. z 在复平面内对应的点在第二象限
D. $z+1$ 为纯虚数

10. 某校为了了解学生的身体素质,对 2022 届初三年级所有学生仰卧起坐一分钟的个数情况进行了数据统计,结果如图 1 所示.该校 2023 届初三学生人数较 2022 届初三学生人数上升了 10%,2023 届初三学生仰卧起坐一分钟的个数分布条形图如图 2 所示,则

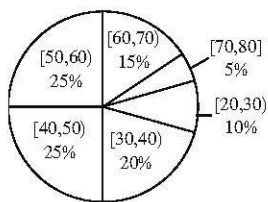


图 1

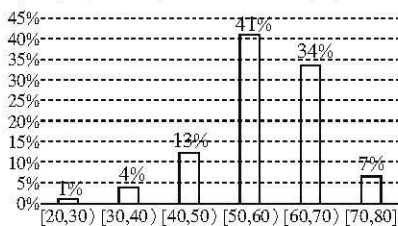
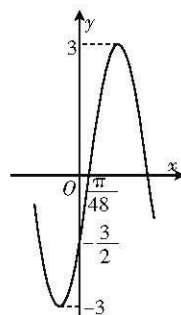


图 2

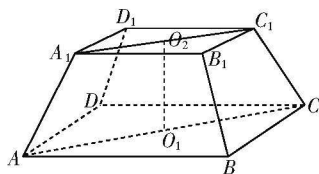
- A. 该校 2022 届初三年级学生仰卧起坐一分钟的个数在 $[30, 60)$ 内的学生人数占 70%
B. 该校 2023 届初三学生仰卧起坐一分钟的个数在 $[60, 80]$ 内的学生人数比 2022 届初三学生仰卧起坐一分钟个数同个数段的学生人数的 2.2 倍还多
C. 该校 2023 届初三学生仰卧起坐一分钟的个数和 2022 届初三学生仰卧起坐一分钟个数的中位数均在 $[50, 60)$ 内
D. 相比 2022 届初三学生仰卧起坐一分钟个数不小于 50 的人数,2023 届初三学生仰卧起坐一分钟个数不小于 50 的人数占比增加

11. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则

- A. $\varphi = -\frac{\pi}{6}$
B. $\omega = 4$
C. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{\pi}{12}$ 对称
D. $f(x)$ 在 $[\frac{\pi}{24}, \frac{\pi}{6}]$ 上的值域为 $[-\frac{3}{2}, 3]$



12. 上海世博会中国国家馆以城市发展中的中华智慧为主题, 表现出了“东方之冠, 鼎盛中华, 天下粮仓, 富庶百姓”的中国文化精神与气质. 如图, 现有一个与中国国家馆结构类似的六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, 设矩形 $ABCD$ 和 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心分别为 O_1 和 O_2 , 若 $O_1O_2 \perp$ 平面 $ABCD$, $O_1O_2=6$, $AB=10$, $AD=2\sqrt{7}$, $A_1B_1=8$, $A_1D_1=4$, $AB \parallel A_1B_1$, $BC \parallel B_1C_1$, $AD \parallel A_1D_1$, $CD \parallel C_1D_1$, 则



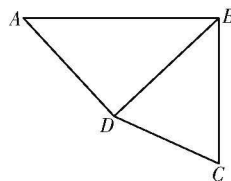
- A. 这个六面体是棱台
B. 该六面体的外接球体积是 288π
C. 直线 AC 与 A_1C_1 异面
D. 二面角 $A-BC-C_1$ 的余弦值是 $\frac{\sqrt{37}}{37}$

三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. $\frac{\tan 22.5^\circ}{1+\tan^2 22.5^\circ} = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

14. 已知非零向量 a, b 的夹角为 $\frac{\pi}{6}$, $|a|=2\sqrt{3}$, $a \perp (2a-b)$, 则 $a \cdot b = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$, $|a+b| = \underline{\quad \blacktriangle \quad}$. (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)

15. 已知 O 为 $\triangle ABC$ 的外心, 且 $\vec{AO} = \lambda \vec{AB} + (1-\lambda) \vec{AC}$. 若向量 \vec{BA} 在向量 \vec{BC} 上的投影向量为 $\mu \vec{BC}$, 其中 $\mu \in [\frac{3}{5}, \frac{4}{5}]$, 则 $\cos \angle AOC$ 的取值范围为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.



16. 如图, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $\angle ADB = \angle ABC = \frac{\pi}{2}$, $BD = BC = 4$, 沿对角线 BD 将 $\triangle ABD$ 折起, 使平面 $ADB \perp$ 平面 BDC , 连接 AC , 得到三棱锥 $A-BCD$, 则三棱锥 $A-BCD$ 外接球表面积的最小值为 $\underline{\quad \blacktriangle \quad}$.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知 $\cos(\frac{\pi}{4} - \alpha) = \frac{3}{5}$, $\sin(\frac{5\pi}{4} + \beta) = -\frac{12}{13}$, $\alpha \in (\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$, $\beta \in (0, \frac{\pi}{4})$.

- (1) 求 $\sin 2\alpha$;
(2) 求 $\cos(\alpha + \beta)$.

18. (12 分)

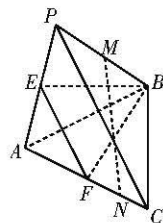
在 $\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别是内角 A, B, C 的对边, $\sin^2 A + \sin A \sin C + \sin^2 C + \cos^2 B = 1$.

- (1) 求角 B 的大小;
(2) 若 $a=5, b=7$, 求 $\sin C$.

19. (12分)

如图,在三棱锥 $P-ABC$ 中,已知 $PA=PB=AC=BC=4$, $PC=4\sqrt{2}$,且 $\angle APB=60^\circ$, E, F, M 分别为 AP, AC, BP 的中点, N 为 FC 的中点.

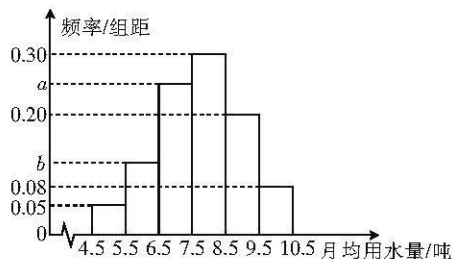
- (1)证明: $MN \parallel$ 平面 EBF .
- (2)求异面直线 PC 与 EB 所成角的余弦值.



20. (12分)

为提倡节约用水,某市为了制定合理的节水方案,对家庭用水情况进行了调查,通过简单随机抽样抽取 2023 年 500 个家庭的月均用水量(单位: t),将数据按照 $[4.5, 5.5)$, $[5.5, 6.5)$, $[6.5, 7.5)$, $[7.5, 8.5)$, $[8.5, 9.5)$, $[9.5, 10.5]$ 分成 6 组,绘制的频率分布直方图如图所示,已知这 500 个家庭的月均用水量的第 27 百分位数为 6.9.

- (1)在这 500 个家庭中月均用水量在 $[7.5, 8.5)$ 内的家庭有多少户?
- (2)求 a, b 的值;
- (3)估计这 500 个家庭的月均用水量的平均值(同一组中的数据用该组区间的中点值作代表).

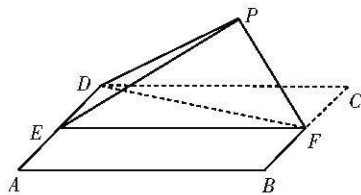


21. (12分)

如图,在矩形 $ABCD$ 中, E, F 分别为 AD, BC 的中点,以 DF 为折痕把 $\triangle DFC$ 折起,使点 C 到达点 P 的位置,且 $PF \perp BF$.

- (1)证明:平面 $PDF \perp$ 平面 PDE .
- (2)若 $DF=2\sqrt{3}$,求三棱锥 $P-EDF$ 的体积的最大值.

(提示: $\forall a, b, c > 0, \sqrt[3]{abc} \leq \frac{a+b+c}{3}$, 当且仅当 $a=b=c$ 时,等号成立)



22. (12分)

已知 $f(x), g(x)$ 是定在 \mathbf{R} 上的函数,且满足 $g(x) = f(x) \cdot f(x + \frac{\pi}{2})$.

- (1)设 $f(x) = |\sin x| - \cos x$,若 $x \in [0, \pi]$,求 $y = g(x)$ 的值域;
- (2)设 $f(x) = \sin x - \cos x$,讨论 $F(x) = a \sin x + g(x)$ (a 为常数, $a \neq 0$) 在 $(0, 2023\pi)$ 上所有零点的和.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。

