

高三理科数学参考答案、提示及评分细则

1. C $A = \{x | x = 2k - 1, k \in \mathbf{Z}\} = \{x | x = 4k + 1, k \in \mathbf{Z}\} \cup \{x | x = 4k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 得 $B \subseteq A$, 故 $A \cap B = B, A \cup B = A, B \cap (\complement_{\mathbf{R}} A) = \emptyset, A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) = \{x | x = 4k - 1, k \in \mathbf{Z}\} \neq \emptyset$, 故 A, B, D 均错误, C 正确. 故选 C.

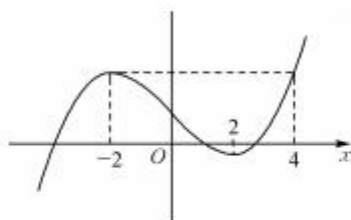
2. D $[(2x-1)^2]' = 2(2x-1) \cdot 2 = 4(2x-1)$, 故 A 错误; $(2^x + x^2)' = 2^x \ln 2 + 2x$, 故 B 错误; $(\sin x - \cos \frac{\pi}{3})' = \cos x$, 故 C 错误; $(\log_2 x)' = \frac{1}{x \ln 2} = \frac{\log_2 e}{x}$, 故 D 正确. 故选 D.

3. A 令 $\log_2 x = t$, 则 $t \in [-1, 3]$, 又 $\log_4 \frac{16}{x^2} = \log_4 16 - \log_4 x^2 = 2 - \log_2 x$, 所以原函数可变为 $y = t(2-t) = -(t-1)^2 + 1, t \in [-1, 3]$, 所以 $y_{\max} = 1, y_{\min} = -3$, 所以 $f(x)$ 的值域为 $[-3, 1]$. 故选 A.

4. A 因为 $f(x)$ 为幂函数, 所以 $m^2 + m - 1 = 1$, 解得 $m = -2$, 或 $m = 1$, 又 $f(x)$ 的图象与坐标轴无公共点, 故 $m < 0$, 所以 $m = -2$, 故 $f(x) = x^{-2}$, 所以 $f(\sqrt{2}) = (\sqrt{2})^{-2} = \frac{1}{2}$. 故选 A.

5. D 由题意可设 $\lg E = \lambda M + \mu$, 则 $\begin{cases} \lg(6.3 \times 10^{10}) = 4\lambda + \mu, \\ \lg(6.3 \times 10^{13}) = 6\lambda + \mu, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} \lambda = 1.5, \\ \mu = 4.8. \end{cases}$ 所以 $\lg E = 1.5M + 4.8$, 所以 $E = 10^{1.5M + 4.8}$, 所以当 $M = 5.5$ 时, $E = 10^{1.5 \times 5.5 + 4.8} = 10^{13.05} = 10^{0.05} \times 10^{13} \approx 1.1 \times 10^{13}$ 焦耳. 故选 D.

6. C 由函数 $f(x) = \frac{x+1}{ax^2-2ax+1}$ 的定义域为 \mathbf{R} , 得 $\forall x \in \mathbf{R}, ax^2 - 2ax + 1 \neq 0$ 恒成立. 当 $a = 0$ 时, $1 \neq 0$ 恒成立; 当 $a \neq 0$



12. C 由 $f(x) - x^2$ 是奇函数, $f(x) + x$ 是偶函数, 得 $\begin{cases} f(-x) - (-x)^2 = -f(x) + x^2, \\ f(-x) - x = f(x) + x, \end{cases}$ 解得 $f(x) = x^2 - x, g(x) = \frac{x^2 - x}{1 - a^2 x^2} = 1$, 所以 $a^2 - x^2 = 1 - a^2 x^2$, 所以 $a^2 = 1$, 所以 $a = \pm 1$, 所以“ $a = 1$ ”是“ $f(x) = \lg \frac{x^2 - x}{1 - a^2 x^2}$ 是奇函数”的充分不必要条件. 故选 A.

减,在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,所以 $\forall x \in \mathbf{R}, g(x) \geq g(0) = 0$,所以 $y_{\min} = 0$,当且仅当 $t = 0$ 时取最小值,所以当 $t = \ln x - ax = 0$ 时, $f(x)$ 取得最小值0,此时 $a = \frac{\ln x}{x}$ 有解.令 $h(x) = \frac{\ln x}{x}$,则 $h'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}$,当 $x \in (0, e)$ 时, $h'(x) > 0$;当 $x \in (e, +\infty)$ 时, $h'(x) < 0$,故 $h(x)$ 在 $(0, e)$ 上单调递增,在 $(e, +\infty)$ 上单调递减,所以 $h(x)_{\max} = h(e) = \frac{1}{e}$,所以 $a_{\max} = \frac{1}{e}$.

17. 解:由题意知 $A \neq \emptyset$,故 $a \geq -2, B = \{y | -1 \leq y \leq 2a + 3\}$ 1分

(1)当 $a = 1$ 时, $A = [-2, 1], B = [-1, 5], C = [0, 4]$, 2分

所以 $A \cup B = [-2, 5], (A \cap B) \cap C = (1, 4]$ 4分

所以 $0 \leq \sqrt{x(9-x)} \leq \frac{9}{2}$,所以 $9 \leq y^2 \leq 18$, 11分

又 $y > 0$,所以 $3 \leq y \leq 3\sqrt{2}$,即函数的值域为 $[3, 3\sqrt{2}]$ 12分

19. 解:(1)因为 $f(x) = x^2 - ax$,所以 $f(x)$ 图象的对称轴为直线 $x = \frac{a}{2}$, 1分

所以当 $a = 0$ 时, $f(x)$ 图象的对称轴为 y 轴,此时 $f(x)$ 为偶函数; 2分

$a \neq 0$ 时, $f(-1) = 1 + a, f(1) = 1 - a$,则 $f(-1) \neq f(1)$,且 $f(-1) \neq -f(1)$,

所以 $f(x)$ 为非奇非偶函数. 4分

$$\text{所以} \begin{cases} x < 3, \\ x^2 + 1 \geq 3 - x, \end{cases} \text{或} \begin{cases} x \geq 3, \\ x^2 + 1 \geq x - 3, \end{cases}$$

解得 $x \leq -2$,或 $1 \leq x < 3$,或 $x \geq 3$.

故原不等式的解集为 $\{x | x \leq -2, \text{或} x \geq 1\}$ 6分

(2)因为 $a = 1, b = 2$,所以 $g(x) = e^x + e^{-x}, f(x) = x^2 + 2$,

所以 $f'(x) = 2x, g(x) \geq k f'(e^{-x} + 2) - 2$,即 $e^x + e^{-x} \geq 2k(e^{-x} + 2) - 2$ 7分

由(1)知函数 $y = \frac{1}{x^2} + \ln(x^2)$ 在 $x = 1$ 处有最小值1,所以 $1 - \frac{1}{x^2} \leq \ln(x^2)$ 9分

因为 $x \in (0, 1)$,所以 $1 - \frac{1}{x^2} < \ln(x^2) < 0$, 10分

所以 $\frac{\ln(x^2)}{1 - \frac{1}{x^2}} < 1$,即 $\frac{\ln x}{1 - \frac{1}{x^2}} < \frac{1}{2}$, 11分

因为 $a \geq \frac{\ln x}{1 - \frac{1}{x^2}}$, 所以 $a \geq \frac{1}{2}$,

所以实数 a 的取值范围为 $[\frac{1}{2}, +\infty)$ 12分

法 2: 令 $h(x) = a(\frac{1}{x} - 1) + \ln x$, 则 $h(x) \geq 0$ 对 $\forall x \in (0, 1]$ 恒成立,

令 $g(x) = a - \frac{x}{e^x}$, 则 $g'(x) = \frac{x-1}{e^x}$, 易得 $g(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减, 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增,

所以 $g(x)_{\min} = g(1) = a - \frac{1}{e}$ 2分

① 当 $a \geq \frac{1}{e}$ 时, $g(x) \geq g(1) = a - \frac{1}{e} \geq 0$, 当且仅当 $x=1, a=\frac{1}{e}$ 时取等号, 所以当 $0 < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$, 当 $x > 1$ 时, 2分

(2) 因为 $f(x)$ 恰有三个极值点 x_1, x_2, x_3 ($x_1 < x_2 < x_3$),

由(1)知 $x_1 = m, x_2 = 1, x_3 = n$,

由 $\begin{cases} ae^{x_1} = x_1, \\ ae^{x_3} = x_3 \end{cases}$ 两式相除得到 $e^{x_3 - x_1} = \frac{x_3}{x_1}$ 7分

令 $t = \frac{x_3}{x_1}$, 则 $t > 1, x_3 = tx_1, e^{(t-1)x_1} = t$, 得 $x_1 = \frac{\ln t}{t-1}, x_3 = \frac{t \ln t}{t-1}$,

又 $x_3 - x_1 = \ln t \leq 1$, 所以 $1 < t \leq e$, 则 $x_1 + x_2 + x_3 = \frac{(t+1)\ln t}{t-1} + 1$ 8分

令 $k(t) = \frac{(t+1)\ln t}{t-1} + 1$, 其中 $1 < t \leq e$, 则 $k'(t) = \frac{t - \frac{1}{t} - 2\ln t}{(t-1)^2}$ 9分

令 $\omega(t) = t - \frac{1}{t} - 2\ln t$, 则 $\omega'(t) = 1 + \frac{1}{t^2} - \frac{2}{t} = \frac{(t-1)^2}{t^2} > 0$,

所以 $\omega(t)$ 在 $(1, e]$ 上单调递增, 则当 $1 < t \leq e$ 时, $\omega(t) > \omega(1) = 0$, 11分

即 $k'(t) > 0$, 故 $k(t)$ 在 $(1, e]$ 上单调递增,

所以当 $1 < t \leq e$ 时, $k(t) \leq k(e) = \frac{2e}{e-1}$, 故 $x_1 + x_2 + x_3$ 的最大值为 $\frac{2e}{e-1}$ 12分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

 自主选拔在线

