2022年普通高等学校招生全国统一考试（北京卷）

数　学

本试卷共5页，150分。考试时长120分钟。考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分（选择题　共40分）

一、选择题共10小题，每小题4分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

（1）已知全集$U=\{x|-3<x<3\}$，集合$A=\{x|-2<x\leqslant 1\}$，则$\complement_U A=$

（A）$(-2,1]$　　（B）$(-3,-2)\cup[1,3)$

（C）$[-2,1)$　　（D）$(-3,-2]\cup(1,3)$

（2）若复数z满足$\mathrm{i}\cdot z=3-4\mathrm{i}$，则$|z|=$

（A）1　　（B）5

（C）7　　（D）25

（3）若直线$2x+y-1=0$是圆$(x-a)^2+y^2=1$的一条对称轴，则$a=$

（A）$\frac{1}{2}$　　（B）$-\frac{1}{2}$

（C）1　　（D）-1

（4）已知函数$f(x)=\frac{1}{1+2^x}$，则对任意实数x，有

（A）$f(-x)+f(x)=0$　　（B）$f(-x)-f(x)=0$

（C）$f(-x)+f(x)=1$　　（D）$f(-x)-f(x)=\frac{1}{3}$

（5）已知函数$f(x)=\cos^2x-\sin^2x$，则

（A）$f(x)$在$(-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{6})$上单调递减　　（B）$f(x)$在$(-\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{12})$上单调递增

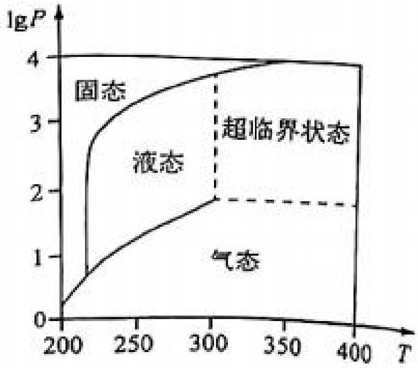
（C）$f(x)$在$(0,\frac{\pi}{3})$上单调递减　　（D）$f(x)$在$(\frac{\pi}{4},\frac{7\pi}{12})$上单调递增

(6) 设 $\{a_n\}$ 是公差不为 0 的无穷等差数列，则“$\{a_n\}$ 为递增数列”是“存在正整数 N_0，当 $n>N_0$ 时，$a_n>0$”的

(A) 充分而不必要条件　　(B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

(7) 在北京冬奥会上，国家速滑馆“冰丝带”使用高效环保的二氧化碳跨临界直冷制冰技术，为实现绿色冬奥作出了贡献．如图描述了一定条件下二氧化碳所处的状态与 T 和 $\lg P$ 的关系，其中 T 表示温度，单位是 K；P 表示压强，单位是 bar．下列结论中正确的是



(A) 当 $T=220$，$P=1026$ 时，二氧化碳处于液态

(B) 当 $T=270$，$P=128$ 时，二氧化碳处于气态

(C) 当 $T=300$，$P=9987$ 时，二氧化碳处于超临界状态

(D) 当 $T=360$，$P=729$ 时，二氧化碳处于超临界状态

(8) 若 $(2x-1)^4=a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$，则 $a_0+a_2+a_4=$

(A) 40　　(B) 41

(C) -40　　(D) -41

(9) 已知正三棱锥 $P-ABC$ 的六条棱长均为 6，S 是 $\triangle ABC$ 及其内部的点构成的集合．设集合 $T=\{Q\in S\mid PQ\leqslant 5\}$，则 T 表示的区域的面积为

(A) $\dfrac{3\pi}{4}$　　(B) π

(C) 2π　　(D) 3π

(10) 在 $\triangle ABC$ 中，$AC=3$，$BC=4$，$\angle C=90^\circ$．P 为 $\triangle ABC$ 所在平面内的动点，且 $PC=1$，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的取值范围是

(A) $[-5,3]$　　(B) $[-3,5]$

(C) $[-6,4]$　　(D) $[-4,6]$

第二部分（非选择题　共 110 分）

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

（11）函数 $f(x)=\frac{1}{x}+\sqrt{1-x}$ 的定义域是________.

（12）已知双曲线 $y^2+\frac{x^2}{m}=1$ 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$，则 $m=$________.

（13）若函数 $f(x)=A\sin x-\sqrt{3}\cos x$ 的一个零点为 $\frac{\pi}{3}$，则 $A=$________；$f(\frac{\pi}{12})=$________.

（14）设函数 $f(x)=\begin{cases}-ax+1, & x<a,\\ (x-2)^2, & x\geqslant a.\end{cases}$ 若 $f(x)$ 存在最小值，则 a 的一个取值为________；a 的最大值为________.

（15）已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，其前 n 项和 S_n 满足 $a_n\cdot S_n=9$ $(n=1,2,\cdots)$．给出下列四个结论：

① $\{a_n\}$ 的第 2 项小于 3；　　② $\{a_n\}$ 为等比数列；

③ $\{a_n\}$ 为递减数列；　　④ $\{a_n\}$ 中存在小于 $\frac{1}{100}$ 的项.

其中所有正确结论的序号是________.

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

（16）（本小题 13 分）

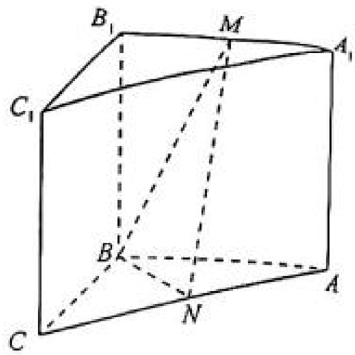
在$\triangle ABC$中，$\sin 2C=\sqrt{3}\sin C$．

（Ⅰ）求$\angle C$；

（Ⅱ）若$b=6$，且$\triangle ABC$的面积为$6\sqrt{3}$，求$\triangle ABC$的周长．

（17）（本小题 14 分）

如图，在三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，侧面BCC_1B_1为正方形，平面$BCC_1B_1\perp$平面ABB_1A_1，$AB=BC=2$，M,N分别为A_1B_1,AC的中点．



（Ⅰ）求证：$MN//$平面BCC_1B_1；

（Ⅱ）再从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求直线AB与平面BMN所成角的正弦值．

条件 ①：$AB\perp MN$；

条件 ②：$BM=MN$．

注：如果选择条件①和条件②分别解答，按第一个解答计分．

（18）（本小题 13 分）

在校运动会上，只有甲、乙、丙三名同学参加铅球比赛，比赛成绩达到9.50 m 以上（含9.50 m）的同学将获得优秀奖．为预测获得优秀奖的人数及冠军得主，收集了甲、乙、丙以往的比赛成绩，并整理得到如下数据（单位：m）：

甲：9.80，9.70，9.55，9.54，9.48，9.42，9.40，9.35，9.30，9.25；

乙：9.78，9.56，9.51，9.36，9.32，9.23；

丙：9.85，9.65，9.20，9.16．

假设用频率估计概率，且甲、乙、丙的比赛成绩相互独立．

（Ⅰ）估计甲在校运动会铅球比赛中获得优秀奖的概率；

（Ⅱ）设X是甲、乙、丙在校运动会铅球比赛中获得优秀奖的总人数，估计X的数学期望EX；

（Ⅲ）在校运动会铅球比赛中，甲、乙、丙谁获得冠军的概率估计值最大？（结论不要求证明）

（19）（本小题 15 分）

已知椭圆 $E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的一个顶点为 $A(0,1)$，焦距为 $2\sqrt{3}$.

（Ⅰ）求椭圆 E 的方程；

（Ⅱ）过点 $P(-2,1)$ 作斜率为 k 的直线与椭圆 E 交于不同的两点 B,C，直线 AB,AC 分别与 x 轴交于点 M,N．当 $|MN|=2$ 时，求 k 的值.

（20）（本小题 15 分）

已知函数 $f(x)=\mathrm{e}^x\ln(1+x)$.

（Ⅰ）求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0,f(0))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）设 $g(x)=f'(x)$，讨论函数 $g(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上的单调性；

（Ⅲ）证明：对任意的 $s,t\in(0,+\infty)$，有 $f(s+t)>f(s)+f(t)$.

（21）（本小题 15 分）

已知 $Q:a_1,a_2,\cdots,a_k$ 为有穷整数数列．给定正整数 m，若对任意的 $n\in\{1,2,\cdots,m\}$，在 Q 中存在 $a_i,a_{i+1},a_{i+2},\cdots,a_{i+j}\ (j\geqslant 0)$，使得 $a_i+a_{i+1}+a_{i+2}+\cdots+a_{i+j}=n$，则称 Q 为 $m-$连续可表数列.

（Ⅰ）判断 $Q:2,1,4$ 是否为 $5-$连续可表数列？是否为 $6-$连续可表数列？说明理由；

（Ⅱ）若 $Q:a_1,a_2,\cdots,a_k$ 为 $8-$连续可表数列，求证：k 的最小值为 4；

（Ⅲ）若 $Q:a_1,a_2,\cdots,a_k$ 为 $20-$连续可表数列，且 $a_1+a_2+\cdots+a_k<20$，求证：$k\geqslant 7$.

名校综合评价介绍

名校综合评价致力于提供综合评价、三位一体、新高考生涯规划、志愿填报等政策资讯服务。总部坐落于北京，用户群体涵盖全国 80%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取高中升学报考相关资讯及备考指南，请关注**名校综合评价**官方微信号：**mxzhpj**。