绝密★启用并使用完毕前

高 三 期 末 检 测

数学试题

本试卷共 4 页，22 题，全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知集合 $A=\{x\mid x\geqslant 2\}$，$B=\{x\mid (x+2)(x-3)\geqslant 0\}$，则 $A\cup B=$

A. $\{x\mid x\geqslant 3\}$　　B. $\{x\mid 2\leqslant x\leqslant 2\}$

C. $\{x\mid x\leqslant -2$ 或 $x\geqslant 3\}$　　D. $\{x\mid x\leqslant -2$ 或 $x\geqslant 2\}$

2.若复数 z 满足 $(1-i)z=-2i$，则 $|z|=$

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

3.将函数 $f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的图象，则 $g(x)$ 的解析式为

A. $g(x)=\sin 2x$　　B. $g(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{3})$

C. $g(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{6})$　　D. $g(x)=-\cos 2x$

4.由 3 个 2，1 个 0，2 个 3 组成的六位数中，满足有相邻 4 位恰好是 2023 的六位数个数为

A. 3　　B. 6　　C. 9　　D. 24

5.若正四面体的表面积为 $8\sqrt{3}$，则其外接球的体积为

A. $4\sqrt{3}\pi$　　B. 12π　　C. $8\sqrt{6}\pi$　　D. $32\sqrt{3}\pi$

6.已知非零向量 $\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AC}$ 满足 $\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{AB}|}=\frac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{CB}}{|\overrightarrow{AC}|}$，且 $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}\cdot\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}=\frac{1}{2}$，则 $\triangle ABC$ 为

A.钝角三角形　　B.直角三角形　　C.等腰直角三角形　　D.等边三角形

7.已知等差数列$\{a_n\}$的公差为d，随机变量X满足$P(X=i)=a_i(0<a_i<1)$，$i=1,2,3,4$，则d的取值范围是

A. $(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$　　B. $(-\frac{1}{2},\frac{1}{6})$　　C. $(-\frac{1}{6},\frac{1}{2})$　　D. $(-\frac{1}{6},\frac{1}{6})$

8.已知函数$f(x)=\frac{x}{e\ln x}$，关于x的方程$[f(x)]^2-2(a+1)f(x)+a^2+2a=0$至少有三个互不相等的实数解，则$a$的取值范围是

A. $[1,+\infty)$　　B. $(-1,0)\cup(1,+\infty)$

C. $(-1,0)\cup[1,+\infty)$　　D. $(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9.有一组样本数据$x_1,x_2,\cdots,x_n$，其样本平均数为$\bar{x}$.现加入一个新数据x_{n+1}，且$x_{n+1}<\bar{x}$，组成新的样本数据$x_1,x_2,\cdots,x_n,x_{n+1}$，与原样本数据相比，新的样本数据可能

A.平均数不变　　B.众数不变

C.极差变小　　D.第20百分位数变大

10.已知函数$f(x)=x^3-ax+2$有两个极值点x_1,x_2，且$x_1<x_2$，则

A. $a\geqslant0$　　B. $x_1x_2<0$

C. $f(x_1)>f(x_2)$　　D. $f(x)$的图象关于点$(0,2)$中心对称

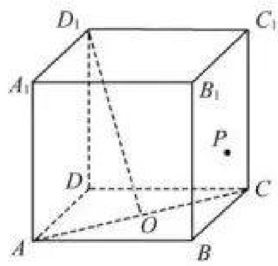
11.如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为2，点O为底面$ABCD$的中心，点P为侧面BB_1C_1C内(不含边界)的动点，则

A. $D_1O\perp AC$

B.存在一点P，使得$D_1O\parallel B_1P$

C.三棱锥$A-D_1DP$的体积为$\frac{4}{3}$

D.若$D_1O\perp PO$，则$\triangle C_1D_1P$面积的最小值为$\frac{4\sqrt{5}}{5}$



12.已知椭圆$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$上一点$P$位于第一象限，左、右焦点分别为$F_1,F_2$，左、右顶点分别为$A_1,A_2$，$\angle F_1PF_2$的角平分线与$x$轴交于点$G$，与$y$轴交于点$H(0,-\frac{1}{2})$，则

A.四边形HF_1PF_2的周长为$4+\sqrt{5}$

B.直线A_1P，A_2P的斜率之积为$-\frac{3}{4}$

C. $|F_1G|:|F_2G|=3:2$

D.四边形HF_1PF_2的面积为2

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13.在 $\triangle ABC$ 中，内角 A，B，C 所对的边分别是 a，b，c，若 $b^2+c^2=a^2+bc$，则角 A 的大小为________.

14.曲线 $y=2\ln x-x$ 在 $x=1$ 处的切线与两坐标轴围成的三角形的面积为________.

15.甲袋中有 4 个白球、6 个红球，乙袋中有 4 个白球、2 个红球，从两个袋中随机取一袋，再从此袋中随机取一球，则取到红球的概率为________.

16.已知函数 $f(x)=e^x-e^{2-x}$，所有满足 $f(a)+f(b)=0$ 的点 (a,b) 中，有且只有一个在圆 C 上，则圆 C 的标准方程可以是________.（写出一个满足条件的圆的标准方程即可）

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.（10 分）

某芯片制造企业使用新技术对某款芯片进行生产.生产该款芯片有三道工序，这三道工序互不影响.已知批次甲的三道工序次品率分别为 $\frac{1}{50}$，$\frac{1}{49}$，$\frac{1}{48}$.

（1）求批次甲芯片的次品率；

（2）该企业改进生产工艺后，生产了批次乙的芯片.某手机厂商获得批次甲与批次乙的芯片，并在某款手机上使用.现对使用这款手机的 100 名用户回访，对开机速度进行调查.据统计，安装批次甲的有 40 名，其中对开机速度满意的有 30 名；安装批次乙的有 60 名，其中对开机速度满意的有 55 名.试整理出 2×2 列联表（单位：名），并依据小概率值 $\alpha=0.05$ 的独立性检验，分析芯片批次是否与用户对开机速度满意有关.

批次	是否满意		合计
	满意	不满意	
甲			
乙			
合计			

附：$\chi^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$

α	0.1	0.05	0.01	0.005	0.001
x_α	2.706	3.841	6.635	7.879	10.828

18.（12 分）

定义：在数列 $\{a_n\}$ 中，若存在正整数 k，使得 $\forall n\in\mathbf{N}^*$，都有 $a_{n+k}=a_n$，则称数列 $\{a_n\}$ 为“k 型数列”.已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=-\frac{1}{a_n+1}$.

（1）证明：数列 $\{a_n\}$ 为“3 型数列”；

（2）若 $a_1=1$，数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n=2n-1$，求数列 $\{a_nb_n\}$ 的前 15 项和 S_{15}.

19.(12 分)

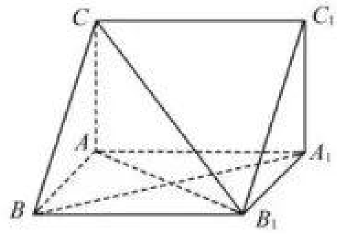
在 $\triangle ABC$ 中,内角 A , B , C 所对的边分别是 a , b , c , $\dfrac{\sqrt{2}\sin A+1}{1-\sqrt{2}\cos A}=\dfrac{\sin 2C}{1+\cos 2C}$.

(1)若 $B=\dfrac{\pi}{6}$,求 C ;

(2)若 $B\in[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{4})$,求 $\dfrac{c}{b}$ 的取值范围.

20.(12 分)

如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,四边形 AA_1B_1B 是菱形, $AB\perp AC$,平面 $AA_1B_1B\perp$ 平面 ABC .



(1)证明: $A_1B\perp B_1C$;

(2)已知 $\angle ABB_1=\dfrac{\pi}{3}$, $AB=AC=2$,平面 $A_1B_1C_1$ 与平面 AB_1C 的交线为 l .在 l 上是否存在点 P ,使直线 A_1B 与平面 ABP 所成角的正弦值为 $\dfrac{1}{4}$?若存在,求线段 B_1P 的长度;若不存在,试说明理由.

21.(12 分)

已知在平面直角坐标系 xOy 中,动点 M 到点 $A(2,0)$ 的距离与它到直线 l: $x=\dfrac{1}{2}$ 的距离之比为 2.记 M 的轨迹为曲线 E.

(1)求 E 的方程;

(2) 若 P 是曲线 E 上一点,且点 P 不在 x 轴上.作 $PQ\perp l$ 于点 Q ,证明:曲线 E 在点 P 处的切线过 $\triangle PQA$ 的外心.

22.(12 分)

已知函数 $f(x)=\dfrac{x-1}{e^{x-1}}+a\ln x$.

(1)若 $a=1$,求函数 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上的最小值;

(2)若存在 $x_0\in(1,+\infty)$,使得 $f(x_0)=0$.

(i)求 a 的取值范围;

(ii)判断 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上的零点个数,并说明理由.

绝密★启用并使用完毕前

济南市2023年1月高三期末检测

数学参考答案

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	D	B	C	B	A	D	D	C

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

题号	9	10	11	12
答案	BD	BCD	ACD	ABD

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．$\frac{\pi}{3}$；　　14．2；　　15．$\frac{7}{15}$；

16．$x^2+y^2=2$．（注：圆心到直线$x+y-2=0$的距离为半径即可）

四、解答题：共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17．（10分）

（1）批次甲芯片的次品率为

$$1-(1-\frac{1}{50})(1-\frac{1}{49})(1-\frac{1}{48})$$

$$=1-\frac{49}{50}\times\frac{48}{49}\times\frac{47}{48}$$

$$=\frac{3}{50}.$$

（2）零假设为H_0：芯片批次与用户对开机速度满意无关，得2×2列联表如下：

批次	是否满意		合计
	满意	不满意	
甲	30	10	40
乙	55	5	60
合计	85	15	100

所以$\chi^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}=\frac{100\times(30\times5-55\times10)^2}{85\times15\times40\times60}\approx5.229$，

因为$\chi^2>3.841$，来源：高三答案公众号

所以依据$\alpha=0.05$的独立性检验，我们推断H_0不成立，

所以认为芯片批次与用户对开机速度满意有关，此推断犯错误的概率不大于0.05.

18.（12分）

（1）因为 $a_{n+3}=-\dfrac{1}{1+a_{n+2}}$，

且 $a_{n+2}=-\dfrac{1}{1+a_{n+1}}$，

所以 $a_{n+3}=-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1+a_{n+1}}}=-\dfrac{1+a_{n+1}}{1+a_{n+1}-1}=-1-\dfrac{1}{a_{n+1}}=-1-\dfrac{1}{-\dfrac{1}{1+a_n}}=a_n$，

所以数列 $\{a_n\}$ 为"3型数列".

（2）由（1）及 $a_1=1$ 可得，

$a_1=a_4=a_7=\cdots=a_{13}=1$，$a_2=a_5=a_8=\cdots=a_{14}=-\dfrac{1}{2}$，$a_3=a_6=a_9=\cdots=a_{15}=-2$．

所以 $S_{15}=1\times(b_1+b_4+\cdots+b_{13})+(-\dfrac{1}{2})\times(b_2+b_5+\cdots+b_{14})+(-2)\times(b_3+b_6+\cdots+b_{15})$

$=\dfrac{(1+25)\times5}{2}+(-\dfrac{1}{2})\times\dfrac{(3+27)\times5}{2}+(-2)\times\dfrac{(5+29)\times5}{2}=-\dfrac{285}{2}$

19.（12分）

（1）$\dfrac{\sqrt{2}\sin A+1}{1-\sqrt{2}\cos A}=\dfrac{\sin C}{\cos C}$ 且 $\begin{cases}\cos C\neq0\\ \cos A\neq\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$，即 $\begin{cases}C\neq\dfrac{\pi}{2}\\ A\neq\dfrac{\pi}{4}\end{cases}$，

$\sqrt{2}\sin A\cos C+\cos C=\sin C-\sqrt{2}\cos A\sin C$

$\sqrt{2}\sin(A+C)=\sin C-\cos C$，

$\sqrt{2}\sin B=\sqrt{2}\sin(C-\dfrac{\pi}{4})$，

所以 $B=C-\dfrac{\pi}{4}$ 或 $B+C-\dfrac{\pi}{4}=\pi$ （舍），

当 $B=\dfrac{\pi}{6}$ 时，$C=\dfrac{5\pi}{12}$．

（2）$\dfrac{c}{b}=\dfrac{\sin C}{\sin B}$

$=\dfrac{\sin(B+\dfrac{\pi}{4})}{\sin B}=\dfrac{\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\sin B+\cos B)}{\sin B}$

$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(1+\dfrac{1}{\tan B})$，

因为 $B\in[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{4})$，所以 $\tan B\in[\dfrac{\sqrt{3}}{3},1)$，

因为函数 $y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}(1+\dfrac{1}{x})$ 在 $[\dfrac{\sqrt{3}}{3},1)$ 上单调递减，

所以 $\dfrac{c}{b}$ 的取值范围为 $(\sqrt{2},\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}]$．

20.（12 分）

（1）因为平面$AA_1B_1B\perp$平面ABC，

平面$AA_1B_1B\cap$平面$ABC=AB$，

$AC\perp AB$，$AC\subset$平面ABC，

所以$AC\perp$平面AA_1B_1B，

所以$AC\perp A_1B$；

因为四边形AA_1B_1B是菱形，

所以$AB_1\perp A_1B$；

又因为$AC\cap AB_1=A$，AC，$AB_1\subset$平面AB_1C

所以$A_1B\perp$ 平面AB_1C，

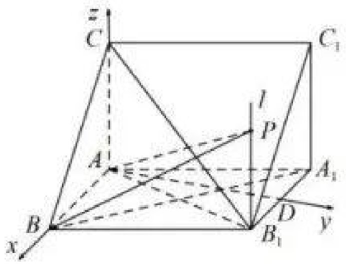
因为$B_1C\subset$ 平面AB_1C，

所以$A_1B\perp B_1C$．

（2）取A_1B_1中点D，连接AD，则$AB\perp AD$，

由（1）知，$AC\perp$平面AA_1B_1B，$AC\perp AB$，$AC\perp AD$．

建立如图所示空间直角坐标系，



$A(0,0,0)$，$B(2,0,0)$，$C(0,0,2)$，$A_1(-1,\sqrt{3},0)$，$B_1(1,\sqrt{3},0)$．

$\overrightarrow{A_1B}=(3,-\sqrt{3},0)$．

因为$AC//A_1C_1$，$AC\not\subset$平面$A_1B_1C_1$，$A_1C_1\subset$平面$A_1B_1C_1$．

所以$AC//$平面$A_1B_1C_1$．

因为平面$A_1B_1C_1\cap$平面$AB_1C=l$，$AC\subset$平面AB_1C．

所以$AC//l$．

设$P(1,\sqrt{3},t)$，则$\overrightarrow{AP}=(1,\sqrt{3},t),\overrightarrow{AB}=(2,0,0)$．

设平面ABP的法向量$\vec{n}=(x,y,z)$，则

$\begin{cases}\vec{n}\cdot\overrightarrow{AP}=0\\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AB}=0\end{cases}$，$\begin{cases}x+\sqrt{3}y+tz=0\\ 2x=0\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=0,\\ \sqrt{3}y+tz=0\end{cases}$

令$z=-\sqrt{3}$，所以$\vec{n}=(0,t,-\sqrt{3})$．

因为直线A_1B与平面ABP所成角的正弦值为$\frac{1}{4}$，所以$|\cos<\overrightarrow{A_1B},\vec{n}>|=\frac{1}{4}$．

即$\frac{|-\sqrt{3}t|}{2\sqrt{3}\times\sqrt{t^2+3}}=\frac{1}{4}$，解得$t^2=1$，$t=\pm1$，

因此，存在点P，线段B_1P的长为 1．

21.（12 分）

（1）设动点M坐标为(x,y)，

则根据题意得$\sqrt{(x-2)^2+y^2}=2\left|x-\frac{1}{2}\right|$，

整理得 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$，

所以曲线 E 的方程为 $x^2-\frac{y^2}{3}=1$．

（2）设点 $P\left(x_0,\ y_0\right)$，曲线 E 在点 P 的切线斜率为 k，则在点 P 的切线方程为：$y-y_0=k\left(x-x_0\right)$，

联立方程组：$\begin{cases} y-y_0=k\left(x-x_0\right) \\ x^2-\frac{y^2}{3}=1 \end{cases}$，整理得：$(3-k^2)x^2-2k(y_0-kx_0)x-(y_0-kx_0)^2-3=0$，

因为双曲线的渐近线为 $y=\pm\sqrt{3}x$，所以 $k^2\neq 3$．

$\Delta=4k^2(y_0-kx_0)^2+4(3-k^2)[(y_0-kx_0)^2+3]$，

令 $\Delta=0$，得 $k^2(x_0^2-1)-2kx_0y_0+y_0^2+3=0$．

因为点 $P\left(x_0,\ y_0\right)$ 在双曲线上，

所以 $x_0^2-1=\frac{y_0^2}{3}$，$y_0^2+3=3x_0^2$，

所以 $k^2y_0^2-6kx_0y_0+9x_0^2=0$，解得 $k=\frac{3x_0}{y_0}$．

所以在点 P 的切线方程为 $y-y_0=\frac{3x_0}{y_0}(x-x_0)$，即 $x_0x-\frac{y_0y}{3}=1$．

因为 $P(x_0,y_0)$，$PQ\perp l$，所以 $Q\left(\frac{1}{2},y_0\right)$，

所以直线 PQ 中垂线 CD 方程为 $x=\frac{x_0+\frac{1}{2}}{2}$，即 $x=\frac{2x_0+1}{4}$．

因为 $A(2,0)$，$Q\left(\frac{1}{2},y_0\right)$，

所以直线 AQ 的斜率为 $k_{AQ}=-\frac{2y_0}{3}$，线段 AQ 的中点为 $E\left(\frac{5}{4},\frac{y_0}{2}\right)$，

所以直线 AQ 中垂线 EF 的斜率为 $k_{EF}=\frac{3}{2y_0}$，

所以直线 AQ 中垂线 EF 的方程为 $y-\frac{y_0}{2}=\frac{3}{2y_0}(x-\frac{5}{4})$．

联立直线 CD 与直线 EF $\begin{cases} x=\frac{2x_0+1}{4} \\ y-\frac{y_0}{2}=\frac{3}{2y_0}(x-\frac{5}{4}) \end{cases}$，

得外心坐标 $\left(\frac{2x_0+1}{4},\frac{3x_0-6+2y_0^2}{4y_0}\right)$．

（说明：外心坐标也可写成 $\left(\frac{2x_0+1}{4},\frac{6x_0^2+3x_0-12}{4y_0}\right)$）．

将外心横坐标 $x=\frac{2x_0+1}{4}$ 代入过点 P 的切线方程 $x_0x-\frac{y_0y}{3}=1$，

化简得到 $y=\frac{3x_0-6+2y_0^2}{4y_0}$，与外心的纵坐标相等．

所以曲线 E 在 P 点的切线经过 $\triangle PQA$ 的外心．

22.（12 分）

（1）$f'(x)=\dfrac{2-x}{e^{x-1}}+\dfrac{1}{x}, x\in[1,2]$，

可得 $f'(x)\geqslant 0$，所以 $f(x)$ 在 $[1,2]$ 上单调递增，

$f(x)_{\min}=f(1)=0$.

（2）(i) 若 $a\geqslant 0$，当 $x>1$ 时，$\dfrac{x-1}{e^{x-1}}>0$，$\ln x>0$，

所以 $f(x)>0$，$f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 没有零点，舍；

若 $a<0$，$f'(x)=\dfrac{ae^{x-1}-x^2+2x}{xe^{x-1}}$，

令 $g(x)=ae^{x-1}-x^2+2x$，$g'(x)=ae^{x-1}-2(x-1)<0$，

$g(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递减，

且 $g(1)=a+1$；

①若 $1+a>0$，即 $-1<a<0$，且 $g(2)=ae<0$，

存在 $m\in(1,2)$，使 $g(m)=0, f'(m)=0$，

可得 $f(x)$ 在 $(1,m)$ 单调递增，$(m,+\infty)$ 单调递减，且 $f(m)>f(1)=0$，

$x>m$ 时，$f(x)=\dfrac{x-1}{e^{x-1}}+a\ln x<\dfrac{x-1}{x}+a\ln x=1-\dfrac{1}{x}+a\ln x<1+a\ln x<0$，

$x\geq e^{-\frac{1}{a}}$，且 $e^{-\frac{1}{a}}>e>m$，所以 $f(e^{-\frac{1}{a}})<0$，故存在唯一 $x_1\in(m,e^{-\frac{1}{a}})$，

使得 $f(x_1)=0$，满足条件；

（或者用极限说明同样得分，当 $x\to+\infty$ 时，$f(x)\to-\infty$，故一定存在 $x_1\in(m,+\infty)$）

②若 $1+a\leqslant 0$，即 $a\in(-\infty,-1]$，此时 $g(x)<0$ 恒成立，

$f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 单调递减，又 $f(1)=0$，

所以 $f(x)<0$，舍.

综上，$-1<a<0$.

(ii) 由 (i) 可得，$f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 共有 2 个零点 1，x_1，

下面探寻 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 的零点个数.

当 $-1<a<0$ 时，$g''(x)=ae^{x-1}-2<0$，故 $g'(x)$ 在 $(0,1)$ 单调递减，

又 $g'(0)=\dfrac{a}{e}+2>0$，$g'(1)=a<0$，

所以存在 $t\in(0,1)$，使得 $g'(t)=0$，

故 $g(x)$ 在 $(0,t)$ 单调递增，$(t,1)$ 单调递减，

又 $g(0)=\dfrac{a}{e}<0$，$g(t)>g(1)=1+a>0$，

故一定存在 $s\in(0,t)$，使得 $f'(s)=0$，

$f(x)$ 在 $(0,s)$ 单调递减，$(s,1)$ 单调递增，

又 $f(s)<f(1)=0$，当 $x\to 0$ 时，$f(x)\to+\infty$，

故存在唯一 $x_2\in(0,s)$，使得 $f(x_2)=0$.

故 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 有 1 个零点.

综上，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 共有 3 个零点.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。