23届邯郸市高三一模考试
数学参考答案

1. B　由题意可得 $A=\{x|-2<x<4\}$，$B=\{x|x>-1\}$，则 $A\cap B=\{x|-1<x<4\}$.

2. D　复数范围内方程 $x^2+4x+5=0$ 的根为 $x=-2\pm i$. 因为复数 z 在复平面内对应的点位于第三象限，所以 $z=-2-i$，则 $\bar{z}=-2+i$.

3. A　当 $\{a_n\}$ 的公差 $d=0$ 时，由 $a_2+a_5=a_3+a_m$，得 m 是任意的正整数，由 $m=4$，得 $a_2+a_5=a_3+a_m$，则"$a_2+a_5=a_3+a_m$"是"$m=4$"的必要不充分条件.

4. C　因为 $a+b=2$，所以 $(a+1)+(b+1)=4$，则 $\frac{2}{a+1}+\frac{8}{b+1}=\frac{1}{4}[(a+1)+(b+1)](\frac{2}{a+1}+\frac{8}{b+1})=\frac{1}{4}[\frac{2(b+1)}{a+1}+\frac{8(a+1)}{b+1}+10]\geqslant\frac{1}{4}\times(2\times4+10)=\frac{9}{2}$，当且仅当 $a=\frac{1}{3}$，$b=\frac{5}{3}$ 时，等号成立.

5. A　因为 $f(x-1)$ 为偶函数，所以 $f(x-1)$ 的图象关于 y 轴对称，则 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=-1$ 对称. 因为 $f(x)$ 在 $[-1,+\infty)$ 上单调递增，所以 $f(x)$ 在 $(-\infty,-1]$ 上单调递减. 因为 $f(1-2^x)<f(-7)$，所以 $-7<1-2^x<5$，解得 $x<3$.

6. B　由题意可得 $3+\frac{p}{2}=5$，解得 $p=4$，则抛物线 C 的准线方程是 $x=-\frac{p}{2}=-2$.

7. C　由题意可得这4名大一新生恰好加入其中2个社团的不同情况有 $(C_4^1+\frac{C_4^2}{A_2^2})C_3^2A_2^2=42$ 种.

8. B　因为 $a-b=\frac{3}{301}-\frac{2}{201}=\frac{603-602}{301\times201}=\frac{1}{301\times201}>0$，所以 $a>b$. 设 $f(x)=\ln x-\frac{2(x-1)}{x+1}$，则 $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{4}{(x+1)^2}=\frac{(x-1)^2}{x(x+1)^2}\geqslant0$，故 $f(x)=\ln x-\frac{2(x-1)}{x+1}$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增. 因为 $f(1)=0$，所以 $f(\frac{101}{100})=\ln\frac{101}{100}-\frac{2(\frac{101}{100}-1)}{\frac{101}{100}+1}=\ln\frac{101}{100}-\frac{2}{201}>f(1)=0$，即 $c>b$. 设 $g(x)=\ln x-\frac{3(x-1)}{x+2}$，则 $g'(x)=\frac{1}{x}-\frac{9}{(x+2)^2}=\frac{(x-1)(x-4)}{x(x+2)^2}$，当 $x\in(1,4)$ 时，$g'(x)<0$，则 $g(x)$ 在 $(1,4)$ 上单调递减. 因为 $g(1)=0$，所以 $g(\frac{101}{100})=\ln\frac{101}{100}-\frac{3(\frac{101}{100}-1)}{\frac{101}{100}+2}=\ln\frac{101}{100}-\frac{3}{301}<g(1)=0$，即 $a>c$. 综上，$a>c>b$.

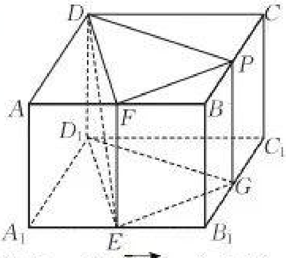
9. AC　设 $\boldsymbol{b}=(x,y)$，则 $\begin{cases}x^2+y^2=20,\\2x+y=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=2,\\y=-4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-2,\\y=4,\end{cases}$ 故 $\boldsymbol{b}=(2,-4)$ 或 $\boldsymbol{b}=(-2,4)$.

10. AB　由题意可得 $\begin{cases}x+6>0,\\4-x>0,\end{cases}$ 解得 $-6<x<4$，即 $f(x)$ 的定义域是 $(-6,4)$，则A正确. $f(x)=\log_2(-x^2-2x+24)$，因为 $y=-x^2-2x+24$ 在 $(-6,-1)$ 上单调递增，在 $(-1,4)$ 上单调递减，$y=\log_2 x$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，所以 $f(x)$ 在 $(-6,-1)$ 上单调递增，在 $(-1,4)$ 上单调递减，所以 $f(x)_{\max}=f(-1)=2\log_2 5$，则B正确. 因为 $f(x)$ 在 $(-6,-1)$ 上单调递增，在 $(-1,4)$ 上单调递减，且 $f(-4)=f(2)=4$，所以不等式 $f(x)<4$ 的解集是 $(-6,-4)\cup(2,4)$，则C错误. 因为 $f(x)$ 在 $(-1,4)$ 上单调递减，所以D错误.

11. ABD　由 $a=3$，$b=4$，得 $c=5$，$|MF_1|=4$，$|OM|=3$. 设 $|BF_2|=m$，则 $|BF_1|=m+6$. 在 $\triangle BF_1F_2$ 中，由余弦定理可得 $\cos\angle BF_1F_2=\frac{(m+6)^2+10^2-m^2}{2\times10(m+6)}=\frac{4}{5}$，解得 $m=10$，则 $|BF_2|=10$，$|BF_1|=16$，从而 $|BF_1|+|BF_2|=26$，故A正确. 由 $BF_2\perp BF_1$，得 $OM//BF_2$. 因为 O 为 F_1F_2 的中点，所以 M 为 BF_1 的中点. 由题意可知 $|OM|=a$，$|MF_1|=b$，则 $|BF_2|=2a$，$|BF_1|=2b$. 由双曲线的定义可得 $|BF_1|-|BF_2|=2b-2a=2a$，即 $b=2a$，则双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm2x$，故B正确. 由 $|MB|=2|MF_1|$，得 $|BF_1|=3b$，则 $|BF_2|=3b-2a$. 在 $\triangle BF_1F_2$ 中，由余弦定理可得 $\cos\angle BF_1F_2=\frac{(3b)^2+(2c)^2-(3b-2a)^2}{2\times3b\times2c}=\frac{b}{c}$，整理得 $\frac{b}{a}=\frac{3}{2}$，则 $e=$

$\sqrt{(\frac{b}{a})^2+1}=\frac{\sqrt{13}}{2}$,故 C 错误. 因为 M,O 分别是 BF_1,F_1F_2 的中点,所以 $OM/\!/BF_2$,所以 $|BF_2|=2a$, $|BF_1|=2b$. 由双曲线的定义可得 $|BF_1|-|BF_2|=2b-2a=2a$,即 $b=2a$,则 $e=\sqrt{(\frac{b}{a})^2+1}=\sqrt{5}$,故 D 正确.

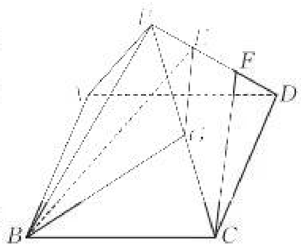
12. AD　当 P 是 BC 的中点时,易证 $AP\perp$ 平面 DD_1E,则 A 正确. 由正方体的性质可得 $DD_1\perp$ 平面 $A_1B_1C_1D_1$,则 $DD_1\perp D_1E$. 因为 $AB=6$,所以 $DD_1=6$, $D_1E=3\sqrt{5}$,则 $\triangle DD_1E$ 的面积 $S=\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{5}=9\sqrt{5}$. 设点 P 到平面 DD_1E 的距离为 h,则 $\frac{6\sqrt{5}}{5}<h<\frac{12\sqrt{5}}{5}$,从而三棱锥 $P-DD_1E$ 的体积 $V\in(18,36)$,故 B 错误. 以 D_1 为原点,分别以 $\overrightarrow{D_1A_1}$, $\overrightarrow{D_1C_1}$, $\overrightarrow{D_1D}$ 的方向为 x,y,z 轴的正方向,建立空间直角坐标系(图略). 因为 $AB=6$,所以 $D(0,0,6)$, $E(6,3,0)$, $P(t,6,6)$,所以 $\overrightarrow{DE}=(6,3,-6)$, $\overrightarrow{DP}=(t,6,0)$,



则点 P 到 DE 的距离 $d=\sqrt{\overrightarrow{DP}^2-(\frac{\overrightarrow{DP}\cdot\overrightarrow{DE}}{|\overrightarrow{DE}|})^2}=\frac{\sqrt{5t^2-24t+288}}{3}$. 因为 $0<t<6$,所以 $\frac{12\sqrt{5}}{5}\leqslant d<6$,则 C 错误. 如图,分别取棱 AB,B_1C_1 的中点 F,G,连接 DF,EF,EG,D_1G,PG,PD,PF,则三棱锥 $P-DD_1E$ 的外接球与三棱柱 $DFP-D_1EG$ 的外接球为同一个球. 由题意可得 $D_1E=D_1G=3\sqrt{5}$, $EG=3\sqrt{2}$. 由余弦定理可得 $\cos\angle ED_1G=\frac{D_1E^2+D_1G^2-EG^2}{2D_1E\cdot D_1G}=\frac{4}{5}$,从而 $\sin\angle ED_1G=\frac{3}{5}$,则 $\triangle D_1EG$ 的外接圆半径 $r=\frac{EG}{2\sin\angle ED_1G}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$,从而三棱柱 $DFP-D_1EG$ 外接球的半径 R 满足 $R^2=r^2+(\frac{AA_1}{2})^2=\frac{50}{4}+9=\frac{86}{4}$,故其外接球的表面积 $S=4\pi R^2=86\pi$,D 正确.

13. 20.7　因为 $20\times0.65=13$,所以这组数据的第 65 百分位数是 $\frac{20.3+21.1}{2}=20.7$.

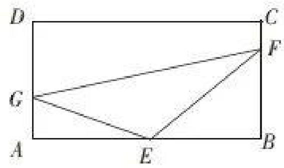
14. $\frac{\sqrt{70}}{14}$　如图,取棱 PC 的中点 G,连接 BG,EG. 由题意可知 $PE=EF$,即 E 是 PF 的中点. 因为 G 是 PC 的中点,所以 $EG/\!/CF$,则 $\angle BEG$ 是异面直线 BE 与 CF 所成的角(或补角). 设 $AB=6$,则 $EG=\frac{1}{2}CF=\frac{1}{2}\times\sqrt{6^2+2^2-2\times6\times2\times\frac{1}{2}}=\sqrt{7}$, $BG=3\sqrt{3}$, $BE=2\sqrt{10}$. 在 $\triangle BEG$ 中,由余弦定理可得 $\cos\angle BEG=\frac{40+7-27}{2\times2\sqrt{10}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{70}}{14}$.



15. $x+2\sqrt{2}y+3=0$ 或 $x-2\sqrt{2}y+3=0$ 或 $2x+\sqrt{5}y-3=0$ 或 $2x-\sqrt{5}y-3=0$　由题意可知直线 l 是圆 $x^2+y^2=1$ 与圆 $(x-6)^2+y^2=9$ 的公切线,因为两圆为外离关系,所以满足条件的直线 l 有四条. 当直线 l 是两圆的外公切线时,由几何性质可知直线 l 过点 $(-3,0)$. 设直线 l 的方程为 $x=my-3$,则 $\frac{|-3|}{\sqrt{1+m^2}}=1$,解得 $m=\pm2\sqrt{2}$,此时直线 l 的方程为 $x+2\sqrt{2}y+3=0$ 或 $x-2\sqrt{2}y+3=0$. 当直线 l 是两圆的内公切线时,由几何性质可知直线 l 过点 $(\frac{3}{2},0)$,设直线 l 的方程为 $x=ny+\frac{3}{2}$,则 $\frac{|\frac{3}{2}|}{\sqrt{1+n^2}}=1$,解得 $n=\pm\frac{\sqrt{5}}{2}$,此时直线 l 的方程为 $2x+\sqrt{5}y-3=0$ 或 $2x-\sqrt{5}y-3=0$.

16. $[\frac{8\sqrt{3}}{3},2\sqrt{6}]$　如图,设 $\angle AEG=\alpha$,

则 $\angle FEB=\frac{\pi}{3}-\alpha$, $GE=\frac{2}{\cos\alpha}$, $EF=\frac{2}{\cos(\frac{\pi}{3}-\alpha)}$,



$GE+EF=\frac{2}{\cos\alpha}+\frac{2}{\cos(\frac{\pi}{3}-\alpha)}=\frac{3\cos\alpha+\sqrt{3}\sin\alpha}{\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\alpha\cos\alpha+\frac{1}{2}\cos^2\alpha}=\frac{8\sqrt{3}\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})}{2\sin(2\alpha+\frac{\pi}{6})+1}$,

令 $t=\sin(\alpha+\frac{\pi}{3})$，则 $\sin(2\alpha+\frac{\pi}{6})=-\cos(2\alpha+\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{2})=-\cos(2\alpha+\frac{2\pi}{3})=2\sin^2(\alpha+\frac{\pi}{3})-1=2t^2-1$,

所以 $GE+EF=\frac{8\sqrt{3}t}{4t^2-1}=\frac{8\sqrt{3}}{4t-\frac{1}{t}}$. 易得 $\alpha\in[\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{4}]$，所以 $\alpha+\frac{\pi}{3}\in[\frac{5\pi}{12},\frac{7\pi}{12}]$，$t\in[\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4},1]$，因为函数 $y=4x-\frac{1}{x}$ 在$[\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4},1]$上单调递增，所以 $2\sqrt{2}\leqslant 4t-\frac{1}{t}\leqslant 3$，所以$\frac{8\sqrt{3}}{3}\leqslant GE+EF=\frac{8\sqrt{3}}{4t-\frac{1}{t}}\leqslant 2\sqrt{6}$.

17. 解：(1)当 $n=1$ 时，$S_1=a_1=2a_1-1$，解得 $a_1=1$. ………… 1 分
当 $n\geqslant 2$ 时，$S_{n-1}=2a_{n-1}-1$，则 $a_n=S_n-S_{n-1}=2a_n-2a_{n-1}$，即 $a_n=2a_{n-1}(n\geqslant 2)$，………… 3 分
从而$\{a_n\}$是首项为 1，公比为 2 的等比数列，………… 4 分
故 $a_n=a_1q^{n-1}=2^{n-1}$. ………… 5 分
(2)由(1)可得 $a_{n+1}=2^n$，则 $b_n=2^{n-1}+n$，………… 7 分
故 $T_n=(1+1)+(2+2)+(2^2+3)+\cdots+(2^{n-1}+n)$
$=(1+2+2^2+\cdots+2^{n-1})+(1+2+3+\cdots+n)$
$=\frac{1-2^n}{1-2}+\frac{(1+n)n}{2}=\frac{2^{n+1}+n^2+n-2}{2}$. ………… 10 分

18. 解：(1)由题意可得 $f(x)=\sqrt{3}\sin 2\omega x-\cos 2\omega x-1=2\sin(2\omega x-\frac{\pi}{6})-1$. ………… 1 分

因为 $f(x)$在$(\pi,\frac{4\pi}{3})$上单调，所以$\frac{1}{2}\times\frac{2\pi}{|2\omega|}\geqslant\frac{4\pi}{3}-\pi$，解得$-\frac{3}{2}\leqslant\omega\leqslant\frac{3}{2}$.

因为 $\omega\in\mathbf{N}_+$，所以 $\omega=1$，则$\sqrt{3}\sin 2\omega x-\cos 2\omega x+1=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})-1$. ………… 3 分

令 $2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant 2x-\frac{\pi}{6}\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in\mathbf{Z})$，解得 $k\pi-\frac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{\pi}{3}(k\in\mathbf{Z})$.

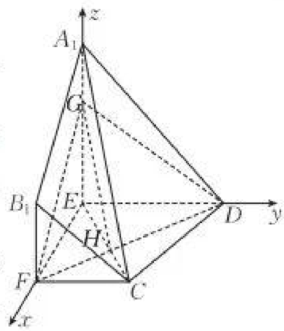
即 $f(x)$的单调递增区间是$[k\pi-\frac{\pi}{6},k\pi+\frac{\pi}{3}](k\in\mathbf{Z})$. ………… 5 分

(2)因为 $f(\frac{A}{2})=2$，所以 $2\sin(A-\frac{\pi}{6})+1=2$，所以 $\sin(A-\frac{\pi}{6})=\frac{1}{2}$.

因为 $0<A<\pi$，所以$-\frac{\pi}{6}<A-\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}$，所以 $A=\frac{\pi}{3}$. ………… 7 分
由余弦定理可得 $a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，即 $b^2+c^2-bc=9$，即 $3bc=(b+c)^2-9$. ………… 8 分
因为 $bc\leqslant(\frac{b+c}{2})^2$，当且仅当 $b=c$ 时，等号成立，

所以$\frac{3(b+c)^2}{4}\geqslant(b+c)^2-9$，解得 $b+c\leqslant 6$，………… 10 分
则 $a+b+c\leqslant 9$，即$\triangle ABC$ 周长的最大值为 9. ………… 12 分

19. (1)证明：连接 CE，交 DF 于点 H，连接 GH.



易证$\triangle CHF\backsim\triangle EHD$，所以$\frac{CH}{EH}=\frac{CF}{ED}=\frac{1}{2}$. ………… 2 分

因为$\overrightarrow{A_1E}=3\overrightarrow{A_1G}$，所以$\frac{A_1G}{EG}=\frac{1}{2}$，所以$\frac{CH}{EH}=\frac{A_1G}{EG}$，则 $GH/\!/A_1C$. ………… 4 分
因为 $GH\subset$平面 DFG，$A_1C\not\subset$平面 DFG，所以 $A_1C/\!/$平面 DFG. ………… 5 分
(2)解：由图 1 可知 $A_1E\perp EF$，$DE\perp EF$.
因为 $AD=2BC=2EF=4$，E，F 分别是 AD，BC 的中点，所以 $CF=1$，$EF=A_1E=2$，则 $CE=\sqrt{5}$. ………… 6 分

因为 $A_1C=3$，所以 $CE^2+A_1E^2=A_1C^2$，所以 $A_1E\perp CE$.

因为 $EF,CE\subset$平面 $CDEF$，且 $EF\cap CE=E$，所以 $A_1E\perp$平面 $CDEF$. ………………………………… 7分

故以 E 为坐标原点，分别以$\overrightarrow{EF},\overrightarrow{ED},\overrightarrow{EA_1}$的方向为 x,y,z 轴的正方向，建立如图所示的空间直角坐标系.

因为 $AD=4$，所以 $A_1(0,0,2)$，$C(2,1,0)$，$D(0,2,0)$，$F(2,0,0)$，$G(0,0,\frac{4}{3})$，

则$\overrightarrow{A_1C}=(2,1,-2)$，$\overrightarrow{CD}=(-2,1,0)$，$\overrightarrow{DF}=(2,-2,0)$，$\overrightarrow{DG}=(0,-2,\frac{4}{3})$. ……………………………… 8分

设平面 DFG 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_1,y_1,z_1)$，

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DF}=2x_1-2y_1=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DG}=-2y_1+\frac{4}{3}z_1=0,\end{cases}$令 $x_1=2$，得 $\boldsymbol{n}=(2,2,3)$. ……………………………………………… 9分

设平面 A_1CD 的法向量为 $\boldsymbol{m}=(x_2,y_2,z_2)$，

则$\begin{cases}\boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{A_1C}=2x_2+y_2-2z_2=0,\\ \boldsymbol{m}\cdot\overrightarrow{CD}=-2x_2+y_2=0.\end{cases}$令 $x_2=1$，得 $\boldsymbol{m}=(1,2,2)$. ……………………………………………… 10分

设平面 DFG 与平面 A_1CD 的夹角为 θ，

则 $\cos\theta=|\cos\langle\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}\rangle|=\frac{|\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}|}{|\boldsymbol{n}||\boldsymbol{m}|}=\frac{2+4+6}{\sqrt{4+4+9}\times\sqrt{1+4+4}}=\frac{4\sqrt{17}}{17}$. ………………………………… 12分

20. 解：(1)X 的所有可能取值为$-1,0,1$.

$P(X=-1)=(1-0.5)\times0.6=0.3$. …………………………………………………………………… 1分

$P(X=0)=0.5\times0.6+(1-0.5)(1-0.6)=0.5$. ………………………………………………………… 2分

$P(X=1)=0.5\times(1-0.6)=0.2$. ………………………………………………………………………… 3分

所以 X 的分布列为

X	-1	0	1
P	0.3	0.5	0.2

…………………………………………………………………………………………………… 4分

(2)因为甲、乙两人最终平局，所以甲、乙一定进行了四轮比赛.

分三种情况：

①四轮比赛中甲、乙均得0分，其概率为 $0.5^4=0.0625$. ………………………………………… 5分

②四轮比赛中有两轮甲、乙均得0分，另两轮，甲、乙各得1分，

其概率为 $2C_4^2\times0.5\times0.5\times0.2\times0.3=0.18$. ……………………………………………………… 6分

③四轮比赛中甲、乙各得2分，且前两轮甲、乙各得1分，

其概率为 $4\times0.2\times0.3\times0.2\times0.3=0.0144$. ……………………………………………………… 7分

故甲、乙两人最终平局的概率为 $0.0625+0.18+0.0144=0.2569$. ………………………………… 8分

(3)Y 的所有可能取值为 2,3,4.

$P(Y=2)=0.3\times0.3+0.2\times0.2=0.13$，……………………………………………………………… 9分

$P(Y=3)=2\times0.3\times0.3\times0.5+2\times0.2\times0.2\times0.5=0.13$，……………………………………… 10分

$P(Y=4)=1-P(Y=2)-P(Y=3)=0.74$，……………………………………………………………… 11分

所以 Y 的分布列为

Y	2	3	4
P	0.13	0.13	0.74

$E(Y)=2\times0.13+3\times0.13+4\times0.74=3.61$. ………………………………………………………… 12分

21. 解：(1)因为 $x^2-y^2=1$ 的离心率为$\sqrt{2}$，所以椭圆 C 的离心率为$\frac{\sqrt{2}}{2}$. …………………………… 1分

设椭圆 C 的焦距为 $2c$，

则$\begin{cases}\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{2}}{2},\\ \dfrac{4}{a^2}+\dfrac{4}{b^2}=1,\\ a^2=b^2+c^2,\end{cases}$解得 $a^2=12,b^2=6$. …………………………………… 3 分

故椭圆 C 的标准方程为$\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{6}=1$. …………………………………… 4 分

(2)当直线 l 的斜率存在时,设直线 l 的方程为 $y=kx+m$,$P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$,

联立$\begin{cases}y=kx+m,\\ \dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{6}=1,\end{cases}$整理得$(2k^2+1)x^2+4kmx+2m^2-12=0$,

则 $\Delta=(4km)^2-4(2k^2+1)(2m^2-12)=8(12k^2-m^2+6)>0$,

$x_1+x_2=-\dfrac{4km}{2k^2+1}$,$x_1x_2=\dfrac{2m^2-12}{2k^2+1}$. …………………………………… 5 分

因为 $A(2,2)$,所以 $k_{AP}+k_{AQ}=\dfrac{y_1-2}{x_1-2}+\dfrac{y_2-2}{x_2-2}=1$,即$\dfrac{kx_1+m-2}{x_1-2}+\dfrac{kx_2+m-2}{x_2-2}=1$, …………… 6 分

所以$(kx_1+m-2)(x_2-2)+(kx_2+m-2)(x_1-2)-(x_1-2)(x_2-2)=0$,

整理得$(2k-1)x_1x_2+(m-2k)(x_1+x_2)-4m+4=0$, …………………………………… 7 分

则$(2k-1)\dfrac{2m^2-12}{2k^2+1}+(m-2k)(-\dfrac{4km}{2k^2+1})-4m+4=0$,

整理得 $4k^2-12k-(m^2+2m-8)=0$,即$(2k+m-2)(2k-m-1)=0$. …………………………………… 9 分

因为直线 l 不过点 A,所以 $2k-m-2\neq0$,则 $2k-m-1=0$,即 $m=2k-1$.

从而直线 l 的方程为 $y=kx+2k-1$,故直线 l 过定点$(-2,-1)$. …………………………………… 10 分

当直线 l 的斜率不存在时,直线 l:$x=t$ 与椭圆 C 交于(t,y_0),$(t,-y_0)$.

不妨设 $P(t,y_0)$,$Q(t,-y_0)$,则 $k_{AP}+k_{AQ}=\dfrac{2-y_0}{2-t}+\dfrac{2-y_0}{2-t}=1$,解得 $t=-2$,此时,直线 l 过点$(-2,-1)$. …… 11 分

综上,直线 l 过定点$(-2,-1)$. …………………………………… 12 分

22. 解:(1)当 $a=1$ 时,$f(x)=\sin x-x\cos x$,则 $f'(x)=x\sin x$. …………………………………… 1 分

从而 $f(\dfrac{\pi}{2})=1$,$f'(\dfrac{\pi}{2})=\dfrac{\pi}{2}$. …………………………………… 2 分

故所求切线方程为 $y-1=\dfrac{\pi}{2}(x-\dfrac{\pi}{2})$,即 $y=\dfrac{\pi}{2}x-\dfrac{\pi^2}{4}+1$. …………………………………… 4 分

(2)设 $g(x)=ax^2+ax-f(x)=ax^2+ax+ax\cos x-\sin x(x>0)$,

则 $g'(x)=2ax+a-ax\sin x+(a-1)\cos x$. …………………………………… 5 分

因为 $g(0)=0$,所以至少满足 $g'(0)=2a-1\geqslant0$,即 $a\geqslant\dfrac{1}{2}$. …………………………………… 6 分

设 $h(a)=ax^2+ax+ax\cos x-\sin x=x(x+1+\cos x)a-\sin x$. …………………………………… 7 分

因为 $x>0$,$x+1+\cos x>0$,所以 $h(a)$在$[\dfrac{1}{2},+\infty)$上单调递增,

所以 $h(a)\geqslant h(\dfrac{1}{2})=\dfrac{1}{2}x(x+1+\cos x)-\sin x$. …………………………………… 8 分

设 $F(x)=\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{2}x+\dfrac{1}{2}x\cos x-\sin x$,

则 $F'(x)=x+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}\cos x-\dfrac{1}{2}x\sin x-\cos x=\dfrac{1}{2}[x(2-\sin x)+1-\cos x]$. …………………………… 9 分

因为 $x>0$,所以 $x(2-\sin x)>0$,$1-\cos x\geqslant0$,

则 $F'(x)>0$ 在$(0,+\infty)$上恒成立,即 $F(x)$在$(0,+\infty)$上单调递增, …………………………… 10 分

从而 $F(x)>F(0)=0$,即对任意 $x\in(0,+\infty)$,都有 $f(x)<ax^2+ax$. …………………………… 11 分

故 a 的取值范围为$[\dfrac{1}{2},+\infty)$. …………………………………… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。