

高三练习卷

数 学

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{-1, 0, 1, 2\}$, 若 $M \subseteq A$ 且 $M \subseteq B$, 则 M 的个数为
A. 1 B. 3 C. 4 D. 6
2. 已知向量 $\mathbf{a} = (\sin \theta, 1)$, $\mathbf{b} = (2 \sin \theta, -1)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 $\cos 2\theta =$
A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. -1
3. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q , 则 “ $q < 1$ ” 是 “ $|a_4| > |a_5|$ ” 的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 4 位优秀党务工作者到 3 个基层单位进行百年党史宣讲, 每人宣讲 1 场, 每个基层单位至少安排 1 人宣讲, 则不同的安排方法数为
A. 81 B. 72 C. 36 D. 6
5. 我国于 2021 年 5 月成功研制出目前国际上超导量子比特数量最多的量子计算原型机 “祖冲之号”, 操控的超导量子比特为 62 个. 已知 1 个超导量子比特共有 “ $|0\rangle, |1\rangle$ ” 2 种叠加态, 2 个超导量子比特共有 “ $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$ ” 4 种叠加态, 3 个超导量子比特共有 “ $|000\rangle, |001\rangle, |010\rangle, |011\rangle, |100\rangle, |101\rangle, |110\rangle, |111\rangle$ ” 8 种叠加态, …, 只要增加 1 个超导量子比特, 其叠加态的种数就呈指数级增长. 设 62 个超导量子比特共有 N 种叠加态, 则 N 是一个 _____ 位的数. (参考数据: $\lg 2 \approx 0.3010$)
A. 18 B. 19 C. 62 D. 63
6. 在 $(1+2x^2)\left(x+\frac{1}{x}\right)^{10}$ 的展开式中, 常数项为
A. 210 B. 252 C. 462 D. 672

7. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 若 C 上存在点 P 满足 $\angle F_2PO = 2\angle F_1PO = \frac{\pi}{3}$, 则该双曲线的离心率为

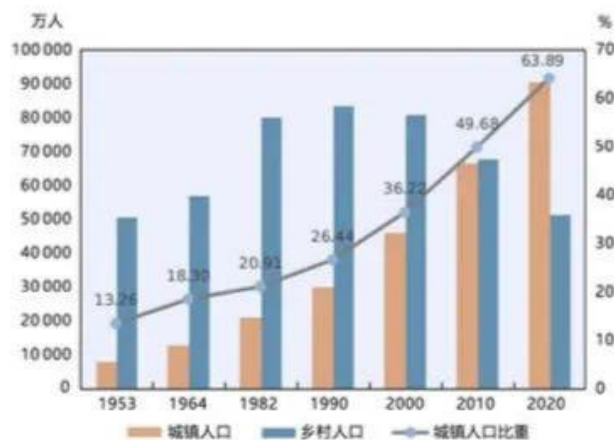
- A. $\sqrt{3}+1$ B. $\sqrt{2}+1$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{2}$

8. 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, N 为 BC 的中点, 当点 M 在平面 DCC_1D_1 内运动时, 有 $MN \parallel$ 平面 A_1BD , 则线段 MN 的最小值为

- A. 1 B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分, 部分选对的得 3 分, 有选错的得 0 分。

9. 新中国成立以来, 我国共进行了 7 次人口普查, 这 7 次人口普查的城乡人口数据如下:



根据该图数据, 这 7 次人口普查中

- A. 城镇人口数均少于乡村人口数
B. 乡村人口数达到最高峰是第 4 次
C. 和上一次相比, 城镇人口比重增量最大的是第 7 次
D. 城镇人口总数逐次增加

10. 下列结论正确的是

- A. 若复数 z 满足 $z + \bar{z} = 0$, 则 z 为纯虚数
B. 若复数 z 满足 $\frac{1}{z} \in \mathbf{R}$, 则 $z \in \mathbf{R}$
C. 若复数 z 满足 $z^2 \geq 0$, 则 $z \in \mathbf{R}$
D. 若复数 z_1, z_2 满足 $z_1^2 + z_2^2 = 0$, 则 $z_1 = z_2 = 0$

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

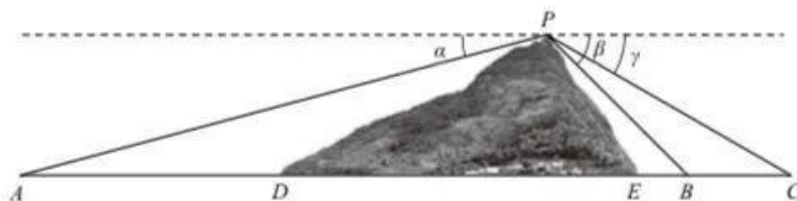
已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，且 $a_6 = 2$ ， $a_4 + a_5 = 12$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $b_n = a_1 a_3 a_5 \cdots a_{2n-1}$ ， $n \in \mathbf{N}^*$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的最大项。

18. (12 分)

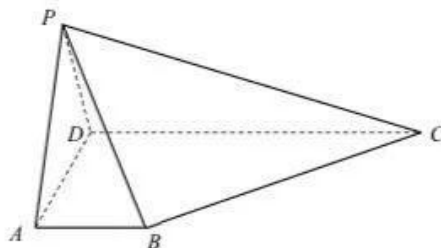
如图， A, B, C 为山脚两侧共线的三点，在山顶 P 处观测三点的俯角分别为 α, β, γ 。现测得 $\alpha = 15^\circ$ ， $\beta = 45^\circ$ ， $\gamma = 30^\circ$ ， $AD = \frac{5}{2}$ km， $EB = \frac{1}{2}$ km， $BC = 1$ km。计划沿直线 AC 开通一条穿山隧道，试求出隧道 DE 的长度。



19. (12分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAD \perp$ 平面 $ABCD$, $PA = PD$, $AB \parallel CD$, $AB \perp AD$, $AB = 1$, $AD = 2$, $CD = 3$. 直线 PB 与平面 $ABCD$ 所成的角为 45° .

- (1) 求证: $PB \perp BC$;
- (2) 求二面角 $A-PB-C$ 的正弦值.



20. (12分)

已知 P 为抛物线 $C: y^2 = 4x$ 上位于第一象限的点, F 为 C 的焦点, PF 与 C 交于点 Q (异于点 P). 直线 l 与 C 相切于点 P , 与 x 轴交于点 M . 过点 P 作 l 的垂线交 C 于另一点 N .

- (1) 证明: 线段 MP 的中点在定直线上;
- (2) 若点 P 的坐标为 $(2, 2\sqrt{2})$, 试判断 M, Q, N 三点是否共线.

21. (12分)

在医学上，为了加快对流行性病毒的检测速度，常采用“混检”的方法：随机的将若干人的核酸样本混在一起进行检测，若检测结果呈阴性，则认定该组每份样本均为阴性，无需再检测；若检测结果呈阳性，则还需对该组的每份样本逐个重新检测，以确定每份样本是否为阳性。设某流行性病毒的感染率为 p 。

(1) 若 $p = 0.005$ ，混检时每组 10 人，求每组检测次数的期望值；

(2) 混检分组的方法有两种：每组 10 人或 30 人。试问这两种分组方法的优越性与 p 的值是否有关？

(参考数据： $0.995^{10} \approx 0.9511$ ， $0.995^{30} \approx 0.8604$)

22. (12分)

已知函数 $f(x) = (x^2 + mx + 1)e^x$ ， $m \in \mathbf{R}$ 。

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

(2) 若不等式 $x^2 - mx + 1 + e^{x^2} \geq 0$ 恒成立，求实数 m 的取值范围。

关于我们

自主选拔在线（原自主招生在线）创办于 2014 年，历史可追溯至 2008 年，隶属北京太星网络科技有限公司，是专注于**中国拔尖人才培养**的升学咨询在线服务平台。主营业务涵盖：新高考、学科竞赛、强基计划、综合评价、三位一体、高中生涯规划、志愿填报等。

自主选拔在线旗下拥有网站门户、微信公众平台等全媒体矩阵生态平台。平台活跃用户达百万量级，网站年度流量超 1 亿量级。用户群体涵盖全国 31 省市，全国超 95% 以上的重点中学老师、家长及考生，更有许多重点高校招办老师关注，行业影响力首屈一指。

自主选拔在线平台一直秉承“专业、专注、有态度”的创办公念，不断探索“K12 教育+互联网+大数据”的运营模式，尝试基于大数据理论为广大中学和家长提供中学拔尖人才培养咨询服务，为广大高校、中学和教研单位提供“衔接和桥梁纽带”作用。

平台自创办以来，为众多重点大学发现和推荐优秀生源，和全国数百所重点中学达成深度战略合作，累计举办线上线下升学公益讲座千余场，直接或间接帮助数百万考生顺利通过强基计划（自主招生）、综合评价和高考，进入理想大学，在家长、考生、中学和社会各界具有广泛的口碑影响力，2019 年荣获央广网“年度口碑影响力在线教育品牌”。

未来，自主选拔在线将立足于全国新高考改革，全面整合高校、中学及教育机构等资源，依托在线教育模式，致力于打造更加全面、专业的**新高考拔尖人才培养**服务平台。



 微信搜一搜

 自主选拔在线