华大新高考联盟 2019 届高三 1 月教学质量测评

理科数学参考答案和评分标准

一、选择题

1.【答案】A

【命题意图】本题考查了复数的基本运算、共轭复数、复数对应的点等基本概念.

【解析】$z=1+i^{2019}=1+i^3=1-i$,则 $\bar{z}=1+i$,$\bar{z}$ 对应的点位于复平面第一象限,故正确答案选 A.

2.【答案】B

【命题意图】本题主要考查集合的概念、集合的运算以及全称命题与特称命题等相关知识,考查学生对问题的考虑是否全面.

【解析】由 $M\cup N=N$ 知 $M\subseteq N$,当 $M\subset N$ 时,A 选项错误;当 $M=N$ 时,C,D 选项错误,故正确答案选 B.

3.【答案】D

【命题意图】本题主要考查充要条件、向量夹角、不等式及统计中的基础知识,考查学生对基础知识掌握的牢固程度.

【解析】$2^a>2^b$ 是 $\ln a>\ln b$ 的必要不充分条件,故 A 选项错误;对于非零 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$,若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}>0$,则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 可能同向,故 B 选项错误;不等式 $(x-2)^2(x-3)\geqslant 0$ 的解集为 $\{x\mid x\geqslant 3$ 或 $x=2\}$,即 C 选项错误,故正确答案选 D.

4.【答案】C

【命题意图】本题主要考查三角函数的诱导公式、同角三角函数的基本关系、二倍角公式,考查学生对恒等变换技巧的掌握.

【解析】$a=2\cos72°=2\sin18°$,

$$\frac{1-2\sin^2 27°}{a\sqrt{4-a^2}}=\frac{\cos54°}{2\sin18°\cdot\sqrt{4-4\sin^2 18°}}=\frac{\cos54°}{2\sin18°\cdot 2\cos18°}=\frac{\cos54°}{2\sin36°}=\frac{1}{2}.$$

5.【答案】C

【命题意图】本题主要考查双曲线的标准方 程及简单几何性质.

【解析】由题意得 $\frac{b}{a}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $\sqrt{3}$,则 $e=\sqrt{1+\left(\frac{b}{a}\right)^2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 或 2,故正确答案选 C.

6.【答案】B

【命题意图】本题主要考查指数函数、对数函数的基本性质以及对数式的运算.

【解析】因为 $b=\log_{0.3}0.2=\log_{0.09}0.04>\log_{0.08}0.04=a$;$a=\log_{0.08}0.04>\log_{0.08}0.08=1$;
$c=0.3^{0.04}<0.3^0=1$,所以 $b>a>1>c$,故正确答案选 B.

7.【答案】B

【命题意图】本题主要考查程序框图的相关知识,考查学生的阅读理解能力和实践操作能力.

【解析】第 1 次循环时 $n=19$,$19=2(\bmod 3)$ 不成立;$x=1$,进入第 2 次循环,$n=20$,$20=2(\bmod 3)$ 成立,但 $20=3(\bmod 5)$ 不成立;$y=1$,进入第 3 次循环,$n=21$,$21=2(\bmod 3)$ 不成立;$x=2$,进入第 4 次循环,$n=22$,$22=2(\bmod 3)$ 不成立;$x=3$,进入第 5 次循环,$n=23$,$23=2(\bmod 3)$ 成立,$23=3(\bmod 5)$ 也成立,跳出循环,输出 $x=3$,$y=1$,故正确答案选 B.

8.【答案】C

【命题意图】本题主要考查二项式定理、整除等相关知识.

【解析】$\left(x^3+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$ 展开通项为 $T_{r+1}=C_n^r(x^3)^{n-r}(x^{-\frac{2}{3}})^r=C_n^r x^{3n-\frac{11}{3}r}(n\in\mathbf{N}^*,r\in\mathbf{N})$,若含有常数

项，则 $3n-\frac{11}{3}r=0$，即 $9n=11r$，若 n 最小，则 $n=11$，此时 $r=9$，故常数项值为 $C_{11}^{9}=C_{11}^{2}=55$，故正确答案选 C.

9.【答案】A

【命题意图】本题考查正弦函数和正切函数的图象与性质，考查不等式中恒成立问题和存在性问题，考查数形结合思想和等价转化思想.

【解析】$x_2\in\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$时，$g(x_2)_{\max}=g\left(\frac{\pi}{4}\right)=2$，由题意知 $x\in\mathbf{R}$ 时，$f(x)\leqslant 2$ 恒成立. 又 $f(x)$在区间$[0,\pi]$上的值域为$[-1,2]$，则 $f(x)_{\max}=2$，于是$\sqrt{m^2+1}=2$，则 $m=\sqrt{3}$，所以 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x-\cos\omega x=2\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)$，由图形分析知：$\frac{2\pi}{3\omega}\leqslant\pi\leqslant\frac{4\pi}{3\omega}$，则$\frac{2}{3}\leqslant\omega\leqslant\frac{4}{3}$，故正确答案选 A.

10.【答案】C

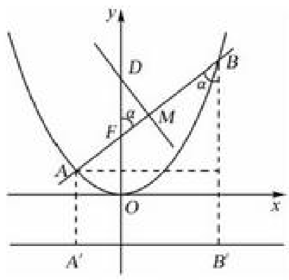
【命题意图】本题考查抛物线的定义及其标准方程，考查运算求解能力和数形结合思想.

【解析】设线段 AB 的中点为M，过 A，B 两点分别作准线的垂线，垂足分别为点 A'，B'，不妨设 l 与 y 轴的夹角为 α，$|BF|>|AF|$，则$\angle BFD=\alpha$，则 $\cos\alpha=\frac{|MF|}{|FD|}=\frac{|BB'|-|AA'|}{|AB|}$，

$|MF|=|BF|-|BM|=|BF|-\frac{1}{2}|AB|=\frac{1}{2}(|BF|-|AF|)$

$=\frac{1}{2}(|BB'|-|AA'|)$，

所以$\frac{|FD|}{|AB|}=\frac{|MF|}{|BB'|-|AA'|}=\frac{1}{2}$，由$|AB|=6$ 知，$|FD|=3$.

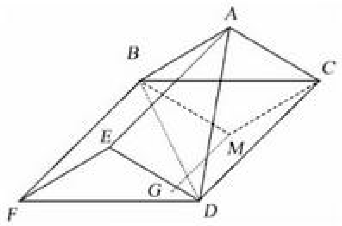


第 10 题图

11.【答案】C

【命题意图】本题考查空间几何体的三视图，多面体的外接球等知识，考查空间想象能力和运算求解能力.

【解析】由三视图可知，该几何体为如图所示的三棱锥 D-ABC，其中，$CD\perp$平面 ABC，$AB=AC=1$，$BC=\sqrt{3}$，$\triangle BCD$ 为直角三角形，$\angle BCD=90^\circ$，$CD=a$. 将三棱锥补成直三棱柱 ABC-EFD，设外接球的球心为点 G，$\triangle ABC$ 的外心为点 M，则 $GM\perp$平面ABC，$GM=\frac{1}{2}a$，在$\triangle ABC$ 中，显然$\angle BAC=120^\circ$，设外接圆的半径为 r，由正弦定理得 $2r=\frac{BC}{\sin A}=\frac{\sqrt{3}}{\sin 120^\circ}=2$，即 $r=1$，设几何体外接球的半径 R，由 $4\pi R^2=8\pi$ 知 $R^2=2$，而 $R^2=r^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2$，即 $2=1+\left(\frac{a}{2}\right)^2$，解得 $a=2$，故答案选 C.

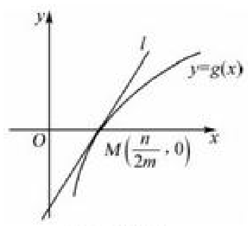


第 11 题图

12.【答案】D

【命题意图】本题主要考查利用导数研究函数图象的性质，考查数形结合与转化化归的思想.

【解析】由 $f(x)\leqslant 0$ 得 $\ln x-\frac{e}{x}-2mx+n\leqslant 0$，即 $\ln x-\frac{e}{x}\leqslant 2mx-n$. 设 $g(x)=\ln x-\frac{e}{x}$，$y=2mx-n$，则函数 $g(x)$的图象在直线 l：$y=2mx-n$ 的下方(或有公共点)，由 $g'(x)=\frac{1}{x}+\frac{e}{x^2}>0$，$g''(x)=-\frac{1}{x^2}-\frac{2e}{x^3}<0$ 知 $g(x)$为增函数，图象上凸(即函数值递增的速度越来越小)，其草图如图所示.



第 12 题图

显然 $y=2mx-n$ 的斜率 $2m>0$，即 $m>0$，要$\frac{n}{m}$最大，则需 n 尽可能大，则直线 l 的图象尽可能往下移，直到和 $g(x)$图象相切. 设 l 与 x 轴交于点 $M\left(\frac{n}{2m},0\right)$，显然$\frac{n}{m}$越大，点 M 位置越靠右，故点 M 为 $g(x)$与 x 轴交点时符合题意，观察知 $g(\mathrm{e})=0$，则$\frac{n}{2m}=\mathrm{e}$，即$\frac{n}{m}=2\mathrm{e}$，故正确答案选 D.

二、填空题

13.【答案】$\{t\,|\,1\leqslant t\leqslant 2\}$

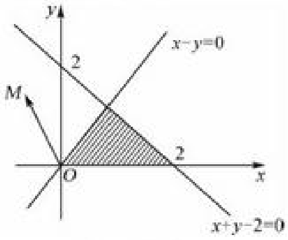
【命题意图】本题查函数的奇偶性、单调性、解不等式等基础知识.

【解析】由 $f(x)=x-\sin x$ 知 $f(x)$为奇函数. 又 $f'(x)=1-\cos x\geqslant 0$，故 $f(x)$单调递增，则 $f(t^2)+f(2-3t)\leqslant 0\Leftrightarrow f(t^2)\leqslant -f(2-3t)\Leftrightarrow f(t^2)\leqslant f(-2+3t)\Leftrightarrow t^2\leqslant -2+3t$，解之得：$1\leqslant t\leqslant 2$.

14.【答案】$\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

【命题意图】本题考查线性规划的相关知识，向量投影的概念，考查数形结合的思想.

【解析】设$\overrightarrow{OM}$与$\overrightarrow{OP}$的夹角为 θ，则$\frac{\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{OP}}{|\overrightarrow{OP}|}=|\overrightarrow{OM}|\cos\theta=2\cos\theta$，显然点 P 在直线 $x-y=0$ 上，即 $\theta=75^\circ$，$2\cos\theta=2\cos 75^\circ=2\cos(45^\circ+30^\circ)=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$.

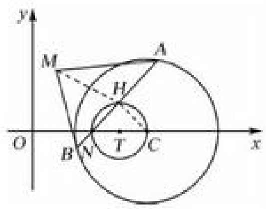


第 14 题图

15.【答案】8

【命题意图】本题考查圆的方程，直线和圆的位置关系，考查联想构造能力，考查数形结合和转化化归等数学思想.

【解析】取弦 AB 的中点 H，连接 CH. 因为 $|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}|=2|MH|$，且 $CH\perp AB$，则点 H 在以 CN 为直径的圆上. 设圆心为 T，则 T 的坐标为 $(5,0)$，圆 T 的半径 $r=1$，则 $|MH|_{\min}=|MT|-r=\sqrt{(5-2)^2+4^2}-1=5-1=4$.



第 15 题图

16.【答案】$\frac{4\sqrt{3}}{3}$

【命题意图】本题考查正、余弦定理的应用，考查辅助角公式，三角函数的有界性.

【解析】：由 $k\geqslant\frac{b^2+c^2}{bc}$，又 $S=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{1}{2}bc\sin A$，即$\frac{\sqrt{3}}{2}a^2=bc\sin A$，而 $a^2=b^2+c^2-2bc\cdot\cos A$，所以$\frac{\sqrt{3}}{2}(b^2+c^2-2bc\cdot\cos A)=bc\sin A$，即$\frac{\sqrt{3}}{2}(b^2+c^2)=(\sin A+\sqrt{3}\cos A)bc$，

$\frac{b^2+c^2}{bc}=\frac{\sin A+\sqrt{3}\cos A}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}\sin\left(A+\frac{\pi}{3}\right)\leqslant\frac{4\sqrt{3}}{3}$，故 $k\geqslant\frac{4}{3}\sqrt{3}$，即 k 的最小值为$\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

三、解答题

17.【命题意图】本题考查数列的递推关系，等比数列的概念，考查利用错位相减法对数列求和.

【解析】(1)令 $m=n-1$，$n\geqslant 2$，则 $S_n-S_{n-1}=2^{n-1}S_1$，即 $a_n=2^{n-1}a_1=2^{n-1}(n\geqslant 2)$，

又 $a_1=1$ 满足上式，故 $a_n=2^{n-1}(n\in\mathbf{N}^*)$. ………………………… 5 分

(2)$b_n=(2n+1)\cdot 2^{n-1}$，设 $T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n$，则

$T_n=3\times 2^0+5\times 2^1+7\times 2^2+\cdots+(2n+1)\times 2^{n-1}$，

$2T_n=3\times 2^1+5\times 2^2+7\times 2^3+\cdots+(2n+1)\times 2^n$， ………………………… 7 分

两式相减得：$-T_n=3+2(2^1+2^2+2^3+\cdots+2^{n-1})-(2n+1)\cdot 2^n$，

所以$-T_n=3+2\times\dfrac{2(1-2^{n-1})}{1-2}-(2n+1)\cdot 2^n$，

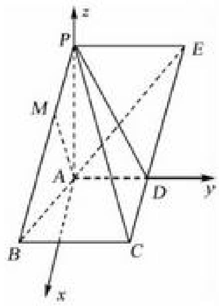
整理得：$T_n=(2n-1)\cdot 2^n+1(n\in\mathbf{N}^*)$. …… 12分

18.【命题意图】本题考查空间中直线与平面的位置关系、平面与平面的位置关系，考查空间想象能力、推理论证能力，考查数形结合、转化与化归等数学能力.

【解析】(1)延长BA,CD交于点E，连接PE，则$PE\subset$平面PCD. 若$AM\parallel$平面PCD，由平面$PBE\cap$平面$PCD=PE$，$AM\subset$平面PBE，则$AM\parallel PE$. 由$AD=\dfrac{1}{3}BC$，$AD\parallel BC$，

则$\dfrac{PM}{PB}=\dfrac{EA}{EB}=\dfrac{1}{3}$，故点$M$是线段$PB$上靠近点$P$的一个三等分点. …… 5分

(2)因为$PA\perp AD$，$PA\perp CD$，$AD\cap CD=D$，$AD\subset$平面$ABCD$，$CD\subset$平面$ABCD$，则$PA\perp$平面$ABCD$，以点A为坐标原点，以AD,AP所在的直线分别为y轴、z轴，过点A与平面PAD垂直的直线为x轴，建立如图所示的空间直角坐标系， …… 7分



第18题图

则$P(0,0,2)$，$D(0,1,0)$，$C(t,1,0)$，$B\left(t,\dfrac{1}{\lambda}-1,0\right)$，则$\overrightarrow{BC}=\left(0,2-\dfrac{1}{\lambda},0\right)$，

$\overrightarrow{PC}=(t,1,-2)$，$\overrightarrow{CD}=(-t,0,0)$.

设平面PBC和平面PCD的法向量分别为$\boldsymbol{n}_1=(x_1,y_1,z_1)$，$\boldsymbol{n}_2=(x_2,y_2,z_2)$.

由$\boldsymbol{n}_1\perp\overrightarrow{BC}$，$\boldsymbol{n}_1\perp\overrightarrow{PC}$得$\begin{cases}\boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{BC}=0,\\ \boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{PC}=0,\end{cases}$即$\begin{cases}y_1\left(2-\dfrac{1}{\lambda}\right)=0,\\ tx_1+y_1-2z_1=0,\end{cases}$

令$x_1=1$，则$z_1=\dfrac{t}{2}$，故$\boldsymbol{n}_1=\left(1,0,\dfrac{t}{2}\right)$. …… 9分

同理可求得$\boldsymbol{n}_2=(0,2,1)$， …… 10分

于是$|\cos\theta|=\left|\dfrac{\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}\right|$，即$\dfrac{\left|\dfrac{t}{2}\right|}{\sqrt{1+\left(\dfrac{t}{2}\right)^2}\cdot\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}$，解之得$t=\pm2$(负值舍去)，故$t=2$，

所以$CD=2$. …… 12分

19.【命题意图】本题主要考查概率与统计相关知识，考查期望、方差和正态分布等知识，考查数据处理、运算求解能力和实际应用.

【解析】$E(X)=35\times0.025+45\times0.15+55\times0.2+65\times0.25+75\times0.225+85\times0.1+95\times0.05=65$.

$D(X)=(35-65)^2\times0.025+(45-65)^2\times0.15+(55-65)^2\times0.2+(65-65)^2\times0.25+(75-65)^2\times0.225+(85-65)^2\times0.1+(95-65)^2\times0.05=210$. …… 3分

由$196<\sigma^2<225$，则$14<\sigma<15$，而$14.5^2=210.25>210$，故$\sigma\approx14$，

则X服从正态分布$N(65,14)$. …… 4分

$P(51<X<93)=P(\mu-\sigma<X<\mu+2\sigma)=\dfrac{P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)+P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)}{2}=\dfrac{0.9545+0.6827}{2}=0.8186$. …… 6分

(2)显然，$P(X<\mu)=P(X\geqslant\mu)=\dfrac{1}{2}$， …… 7分

所有Y的取值为：15，30，45，60.

$P(Y=15)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{1}{3}$，$P(Y=30)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{7}{18}$，

$P(Y=45)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{3}\times\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{2}{3}=\dfrac{2}{9}$，$P(Y=60)=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{18}$.

Y 的分布列为

Y	15	30	45	60
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{18}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{18}$

………………………………………………… 10 分

$E(Y)=15\times\frac{1}{3}+30\times\frac{7}{18}+45\times\frac{2}{9}+60\times\frac{1}{18}=30.$ ………………………………………………… 11 分

总费用为：$200\times30=6000.$ ………………………………………………… 12 分

20.【命题意图】本题主要考查椭圆的几何性质，直线的斜率，直线与圆锥曲线的位置关系，考查运算求解能力，推理论证能力，综合分析问题和解决问题的能力.

【解析】由$\triangle MNF_1$的周长为 8 得：$4a=8$，即 $a=2.$ ………………………………………………… 1 分

由离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$ 知 $\frac{b^2}{a^2}=\frac{3}{4}$，故 $b^2=3.$ ………………………………………………… 3 分

所以椭圆的方程为 $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1.$ ………………………………………………… 4 分

(3)设 $MN:x=\lambda y+1(\lambda\in\mathbf{R})$，与椭圆 $C:\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 联立得：$(3\lambda^2+4)y^2+6\lambda y-9=0$，

由韦达定理得：$y_1+y_2=-\frac{6\lambda}{3\lambda^2+4}$，$y_1\cdot y_2=-\frac{9}{3\lambda^2+4}$，………………………………………………… 6 分

直线 $A_1M:y=\frac{y_1}{x_1+2}(x+2)$ 与 $A_2N:y=\frac{y_2}{x_2-2}(x-2)$ 联立得：$x=\frac{2[y_1x_2+y_2x_1+2(y_2-y_1)]}{y_2x_1-y_1x_2+2(y_1+y_2)}$，

将 $x_1=\lambda y_1+1$，$x_2=\lambda y_2+1$ 代入整理得：

$x=\frac{4\lambda y_1y_2+6y_2-2y_1}{3y_2+y_1}=\frac{4\lambda y_1y_2-2(y_1+y_2)+8y_2}{(y_2+y_1)+2y_2}$ ………………………………………………… 9 分

即 $x=\frac{4\lambda(-9)-2(-6\lambda)+8y_2(3\lambda^2+4)}{(-6\lambda)+2y_2(3\lambda^2+4)}=4$，即直线 A_1M 与 A_2N 的交点 D 的横坐标为 4，

故点 D 在直线 $x=4$ 上，所以 $t=4.$ ………………………………………………… 12 分

21.【命题意图】本题考查利用导数判断函数的单调性、利用函数零点存在定理判断零点的存在性、利用放缩法证明不等式知识，考查学生对含参问题的分析与解决能力，考查分类讨论、数形结合、转化与化归等基本思想，尤其关注推理论证能力的逻辑性与严谨性.

【解析】函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，且 $f(0)=0$，由题意可知，曲线 $f(x)$ 与 x 轴存在公共点 $M(0,0)$，

又 $f'(x)=e^{x-1}-a$，

若 $a\leqslant0$，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增；………………………………………………… 2 分

若 $a>0$，由 $f'(x)=0$ 得 $x=1+\ln a$，

当 $x\in(-\infty,1+\ln a)$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减；

当 $x\in(1+\ln a,+\infty)$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增. ………………………………………………… 3 分

①当 $1+\ln a=0$，即 $a=\frac{1}{e}$ 时，$f(x)$ 的极小值为 $f(0)=0$，曲线 $f(x)$ 与 x 轴只有一个公共点，符合题意；………………………………………………… 4 分

②当 $1+\ln a>0$，即 $a>\frac{1}{e}$ 时，由基本结论"$x>0$ 时，$e^x>x^2$"，$a+2>a>1+\ln a$

知 $f(a+2)=e^{a+1}-a(a+2)-\frac{1}{e}>(a+1)^2-a^2-2a-1=0$. 又 $f(1+\ln a)<f(0)=0$.

由零点存在定理知，此时的函数 $f(x)$ 在区间 $(1+\ln a,a+2)$ 有一个零点，则 $f(x)$ 与 x 轴有两个公共点，与条件不符，舍去；………………………………………………… 5 分

③当 $1+\ln a<0$，即 $0<a<\frac{1}{e}$ 时，设 $m(a)=1+\ln a+\frac{1}{ae}$，$m'(a)=\frac{ae-1}{a^2e}<0$，则 $m(a)>m\left(\frac{1}{e}\right)=1>0$，

即 $1+\ln a>-\frac{1}{ae}$，$f\left(-\frac{1}{ae}\right)=e^{-\frac{1}{ae}-1}-\left(-\frac{a}{ae}\right)-\frac{1}{e}=e^{-\frac{1}{ae}-1}>0$. 又 $f(1+\ln a)<f(0)=0$.

由零点存在定理知，此时函数 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{1}{ae},1+\ln a\right)$ 有一个零点，则 $f(x)$ 与 x 轴有两个公共点，与条件不符，舍去；…………………………………… 6 分

综上所述，$a=\frac{1}{e}$ 时，$f(x)$ 的单调递增区间为 $(0,+\infty)$，单调递减区间为 $(-\infty,0)$.

当 $a\leqslant 0$ 时，$f(x)$ 单调递增区间为 $(-\infty,+\infty)$，无单调递减区间. ……………… 7 分

(2) $a=-2$ 时，$f(x)=e^{x-1}+2x-\frac{1}{e}$，由 $f(x_1)=-f(x_2)$ 得

$e^{x_1-1}+2x_1-\frac{1}{e}=-\left(e^{x_2-1}+2x_2-\frac{1}{e}\right)$，所以 $2x_1+2x_2+(e^{x_1-1}+e^{x_2-1})-\frac{2}{e}=0$，……………… 9 分

由基本不等式知 $2(x_1+x_2)+2\sqrt{e^{x_1-1}\cdot e^{x_2-1}}-\frac{2}{e}<0$，即 $e^{\frac{x_1+x_2}{2}-1}+(x_1+x_2)-\frac{1}{e}<0$，

即 $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)<0$，…………………………………… 10 分

即 $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)<f(0)$，而 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 单调递增，故 $\frac{x_1+x_2}{2}<0$，所以 $x_1+x_2<0$. … 12 分

22.【命题意图】本题主要考查极坐标方程、参数方程与直角坐标方程的相互转化，考查直线参数方程的应用.

【解析】(1)由 $x^2=y$ 得 $(\rho\cos\theta)^2=\rho\sin\theta$，即 $\rho\cos^2\theta=\sin\theta$，

所以曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho\cos^2\theta=\sin\theta$；…………………………………… 2 分

由 $\rho=2\cos\theta$ 得 $\rho^2=2\rho\cos\theta$，即 $x^2+y^2-2x=0$，即 $(x-1)^2+y^2=1$，

令 $x-1=\cos\theta$，则 $y=\sin\theta$，故曲线 C_2 的参数方程为：$\begin{cases}x=1+\cos\theta,\\ y=\sin\theta.\end{cases}$ (θ 为参数) ……………… 5 分

(2)设射线 l 的倾斜角为 α，则射线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=t\sin\alpha\end{cases}$ (α 为锐角，t 为参数)，将 l 的参数方程代入曲线 C_1 的普通方程得：$(\cos^2\alpha)t^2=t\sin\alpha$，解得 $t_1=0$，$t_2=\frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha}$，所以 $|OA|=|t_2|=\left|\frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha}\right|=\frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha}$，将 l 的参数方程代入曲线 C_2 的普通方程得 $t^2-2t\cos\alpha=0$，解得 $t_1=0$，$t_2=2\cos\alpha$，所以 $|OB|=|t_2|=|2\cos\alpha|=2\cos\alpha$，所以 $|OA|\cdot|OB|=\frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha}\cdot 2\cos\alpha=2\tan\alpha=2k$，所以 $2k=2$，即 $k=1$. …………………………………… 10 分

23.【命题意图】本题主要考查绝对值的几何意义、不等式的解法和性质，考查均值不等式的应用，考查数形结合、分类讨论等数学思想.

【解析】(1)由 $f(x)\geqslant 6$ 得 $|x-2|+|x-a|\geqslant 6$，因其解集为 $\{x\mid x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 6\}$，则必要条件是：$\begin{cases}|0-2|+|0-a|=6,\\ |6-2|+|6-a|=6,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}2+|a|=6,\\ 4+|6-a|=6,\end{cases}$ 解之得：$a=4$，…………………… 3 分

经检验，当 $a=4$ 时，$f(x)=|x-2|+|x-4|$，由绝对值的几何意义易知 $f(x)\geqslant 6$ 解集为 $\{x\mid x\leqslant 0$ 或 $x\geqslant 6\}$，故 $a=4$ 符合题意. …………………………………… 5 分

(2) $f(x)=|x-2|+|x-4|\geqslant|(x-2)-(x-4)|=2$，所以 $t=2$，……………… 7 分

故 $2m+n=4$，则 $\frac{1}{2m}+\frac{4}{n}=\frac{1}{4}(2m+n)\left(\frac{1}{2m}+\frac{4}{n}\right)=\frac{1}{4}\left(5+\frac{8m}{n}+\frac{n}{2m}\right)\geqslant\frac{9}{4}$. ……………… 10 分

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。

微信扫一扫，快速关注