# 渭南市2023年高三教学质量检测（Ⅱ）

# 数学试题（理科）

命题人：王建龙　韩黎波　蔡雯伟

注意事项：

1．本试题满分150分，考试时间120分钟.

2．答卷前务必将自己的姓名、学校、班级、准考证号填写在答题卡和答题纸上.

3．将选择题答案填涂在答题卡上，非选择题按照题号完成在答题纸上的指定区域内.

## 第Ⅰ卷（选择题　共60分）

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．已知集合 $A=\left\{x\middle|y=\sqrt{2-x}\right\}$，$B=\left\{x\middle|\log_2 x<1\right\}$，则 $A\cap B=$

A．$(-\infty,2)$　　B．$(0,2)$　　C．$(-\infty,2]$　　D．$(0,2]$

2．已知平面向量 $\vec{a},\vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=4$，$|\vec{b}|=2$，$\vec{a}\cdot(\vec{a}-\vec{b})=20$，则向量 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为

A．$\dfrac{\pi}{6}$　　B．$\dfrac{\pi}{3}$　　C．$\dfrac{2\pi}{3}$　　D．$\dfrac{5\pi}{6}$

3．已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，其前 $n$ 项和为 $S_n$，若 $a_1=1$，$a_3=5$，$S_n=64$，则 $n=$

A．6　　B．7　　C．8　　D．9

4．在测量某物理量的过程中，因仪器和观察的误差，使得 $n$ 次测量分别得到 $x_1$，$x_2,\cdots$，$x_n$ 共 $n$ 个数据.我们规定所测量物理量的“最佳近似值” $a$ 应该满足与所有测量数据的差的平方和最小.由此规定，从这些数据得出的“最佳近似值” $a$ 应是

A．$\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i}{n}$　　B．$\dfrac{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2}}{n}$　　C．$\sqrt{\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2}{n}}$　　D．$\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}\dfrac{1}{x_i}}{n}$

5．棣莫弗公式 $(\cos\theta+i\sin\theta)^n=\cos n\theta+i\sin n\theta$（$i$ 为虚数单位）是由法国数学家棣莫弗

（1667－1754）发现的.若复数 $z$ 满足 $z\cdot\left(\cos\frac{\pi}{8}+i\cdot\sin\frac{\pi}{8}\right)=|1+i|$，根据棣莫弗公式可知，复数 $z$ 对应的点在复平面内的

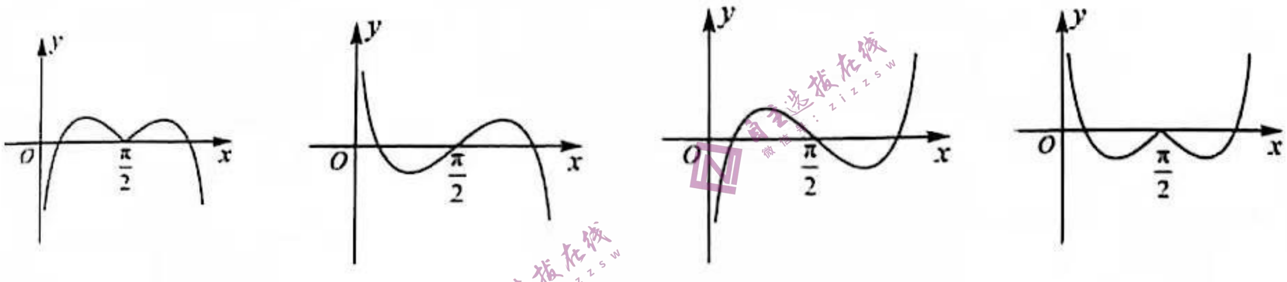
A．第一象限　　　　B．第二象限

C．第三象限　　　　D．第四象限

6．将抛物线 $y^2=mx$ 绕其顶点顺时针旋转 $90°$ 之后，正好与抛物线 $y=2x^2$ 重合，则 $m=$

A．$-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$-2$　　D．$2$

7．函数 $f(x)=[\ln(\pi-x)+\ln x]\cos x$ 的大致图像为



A　　B　　C　　D

8．2022年2月28日，国家统计局发布了我国2021年国民经济和社会发展统计公报，在以习近平同志为核心的党中央坚强领导下，各地区各部门沉着应对百年变局和世纪疫情，构建新发展格局，实现了“十四五”良好开局．2021年，全国居民人均可支配收入和消费支出均较上一年有所增长，结合如下统计图表，下列说法中正确的是

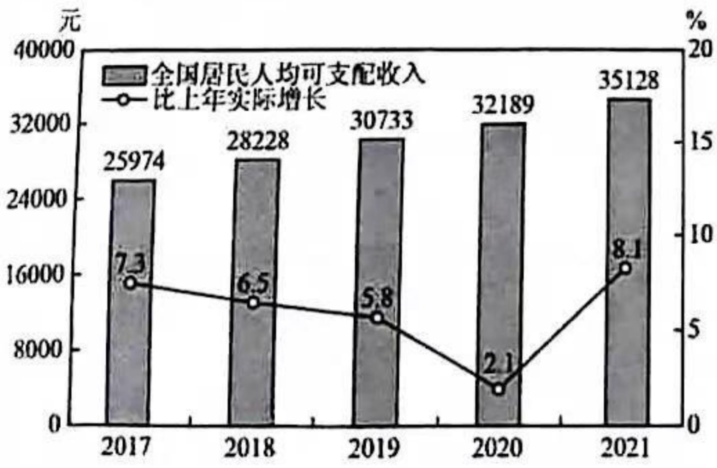



图1:2017－2021年全国居民人均可支配收入及其增长速度

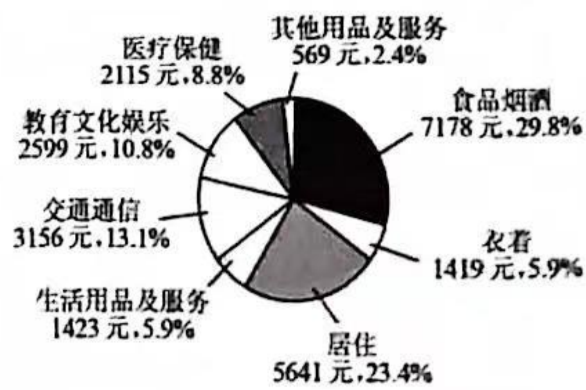



图2:2021年全国居民人均消费支出及其构成

A．2017—2021年全国居民人均可支配收入逐年递减

B．2021 年全国居民人均消费支出 24100 元

C．2020 年全国居民人均可支配收入较前一年下降

D．2021 年全国居民人均消费支出构成中食品烟酒和居住占比超过 60%

9．在一个棱长为 1 分米的正方体形封闭容器中盛有 $V$ 升水，若将该容器任意放置均不能使水平面呈三角形，则 $V$ 的取值范围是

A．$(\frac{1}{6},\frac{5}{6})$　　B．$(\frac{1}{3},\frac{2}{3})$　　C．$(\frac{1}{2},\frac{2}{3})$　　D．$(\frac{1}{6},\frac{1}{2})$

10．已知直线 $l$ 过双曲线 $C:x^2-\frac{y^2}{2}=1$ 的左焦点 $F$ 且与 $C$ 的左、右两支分别交于 $A$，$B$ 两点，设 $O$ 为坐标原点，$P$ 为 $AB$ 的中点， 若 $\Delta OFP$ 是以 $FP$ 为底边的等腰三角形，则直线 $l$ 的斜率为

A．$\pm\frac{\sqrt{15}}{5}$　　B．$\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$　　C．$\pm\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D．$\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$

11．在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=4$，$G$ 为 $CD_1$ 的中点，点 $P$ 在线段 $BC_1$（不含端点）上运动，点 $Q$ 在棱 $BC$ 上运动，$M$ 为空间中任意一点，则下列结论不正确的是

A．异面直线 $DP$ 与 $AD_1$ 所成角的取值范围是 $[\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}]$

B．若 $MA+MD=8$，则三棱锥 $A-MBD$ 体积的最大值为 $5\sqrt{3}$

C．$PQ+QG$ 的最小值为 $2+2\sqrt{2}$

D．$A_1P\parallel$ 平面 $ACD_1$

12．已知函数 $f(x)=\sin x+\ln x$，将 $f(x)$ 的所有极值点按照由小到大的顺序排列，得到数列 $\{x_n\}$，对于 $\forall n\in N_+$，则下列说法中正确的是

A．$n\pi<x_n<(n+1)\pi$　　B．$x_{n+1}-x_n<\pi$

C．数列 $\left\{\left|x_n-\frac{(2n-1)\pi}{2}\right|\right\}$ 是递增数列　　D．$f(x_{2n})<-1+\ln\frac{(4n-1)\pi}{2}$

# 第Ⅱ卷　（非选择题　共 90 分）

**二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.**

13．设 $a>0$，$b>0$ 且 $\frac{a}{2}+b=\int_0^1 3x^2dx$，则 $\frac{2}{a+1}+\frac{1}{b}$ 的最小值是______________.

14．写出与圆 $x^2+y^2=1$ 和圆 $x^2+y^2+6x-8y+9=0$ 都相切的一条直线的方程_________.

15．甲、乙、丙 3 人去食堂用餐，每个人从 $A$，$B$，$C$，$D$，$E$ 这 5 种菜中任意选用 2 种，则 $A$ 菜恰有 2 人选用的情形共有________种.（用数字作答）

16．若函数 $y=f(x)$，$x\in R$ 的关系式由方程 $x|x|+y|y|=4$ 确定.则下述命题中所有真命题的序号为______.

①函数 $y=f(x)$ 是减函数；　　　　②函数 $y=f(x)$ 是奇函数；

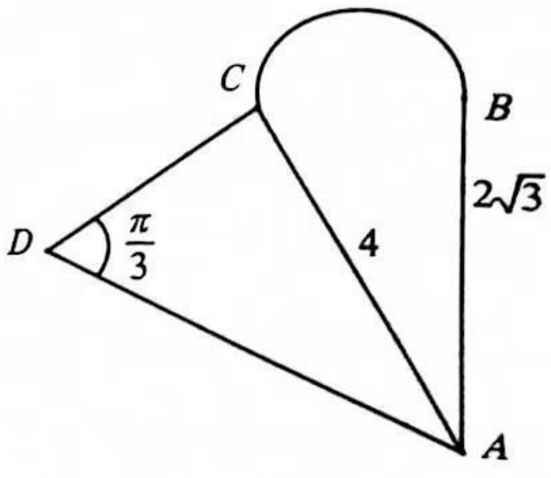
③函数 $y=f(x)$ 的值域为 $[-2,2]$；　　④方程 $f(x)+x=0$ 无实数根；

⑤函数 $y=f(x)$ 的图像是轴对称图形.

**三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.**

**（一）必考题：共 60 分.**

17．（12 分）随着生活水平的不断提高，人们更加关注健康，重视锻炼. 通过“小步道”，走出“大健康”，健康步道成为引领健康生活的一道亮丽风景线. 如图，$A-B-C-A$ 为某区的一条健康步道，$AB$，$AC$ 为线段，$\overset{\frown}{BC}$ 是以 $BC$ 为直径的半圆，$AB=2\sqrt{3}km$，$AC=4km$，$\angle BAC=\frac{\pi}{6}$.




（Ⅰ）求 $\overset{\frown}{BC}$ 的长度；

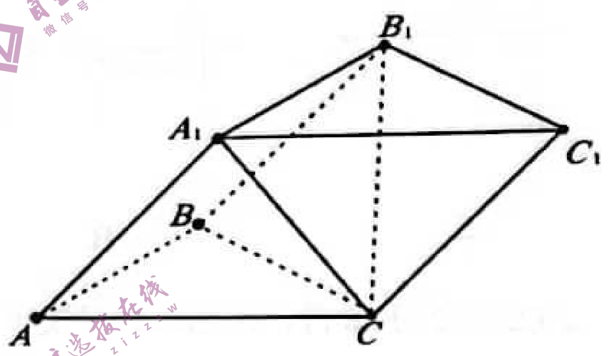
（Ⅱ）为满足市民健康生活需要，提升城市品位，改善人居环境，现计划新建健康步道 $A-D-C$（$B$、$D$ 在 $AC$ 两侧），其中 $AD$，$CD$ 为线段. 若 $\angle ADC=\frac{\pi}{3}$，求新建的健康步道 $A-D-C$ 的路程最多可比原有健康步道 $A-B-C$ 的路程增加多少长度？

18.（12 分）在数字通信中，信号是由数字“0”和“1”组成的序列.现连续发射信号 $n$ 次，每次发射信号“0”和“1”是等可能的.记发射信号“1”的次数为 $X$.

（Ⅰ）当 $n=6$ 时，求 $P(X\leqslant 2)$；

（Ⅱ）已知切比雪夫不等式：对于任一随机变量 $Y$，若其数学期望 $E(Y)$ 和方差 $D(Y)$ 均存在，则对任意正实数 $a$，有 $P(|Y-E(Y)|<a)\geqslant 1-\dfrac{D(Y)}{a^2}$.根据该不等式可以对事件“$|Y-E(Y)|<a$”的概率作出下限估计.为了至少有 98%的把握使发射信号“1”的频率在 0.4 与 0.6 之间，试估计信号发射次数 $n$ 的最小值.

19.（12 分）在斜三棱柱(侧棱不垂直于底面) $ABC-A_1B_1C_1$ 中，侧面 $AA_1C_1C\perp$ 底面 $ABC$，底面 $\Delta ABC$ 是边长为 2 的正三角形，$A_1A=A_1C$，$A_1A\perp A_1C$.




（Ⅰ）求证：$A_1C_1\perp B_1C$；

（Ⅱ）求二面角 $B_1-A_1C-C_1$ 的正弦值.

20.（12 分）在直角坐标系 $xOy$ 中，已知椭圆 $E:\dfrac{x^2}{2}+y^2=1$ 的右顶点、下顶点、右焦点分别为 $A$，$B$，$F$.

（Ⅰ）若直线 $BF$ 与椭圆 $E$ 的另一个交点为 $C$，求四边形 $ABOC$ 的面积；

（Ⅱ）设 $M$，$N$ 是椭圆 $E$ 上的两个动点，直线 $OM$ 与 $ON$ 的斜率之积为 $-\dfrac{1}{2}$，若点 $P$ 满足：$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OM}+2\overrightarrow{ON}$.问：是否存在两个定点 $G$，$H$，使得 $|PG|+|PH|$ 为定值？若存在，求出 $G$，$H$ 的坐标；若不存在，请说明理由.

1.（12 分）已知函数 $f(x)=e^x$，$g(x)=\dfrac{1+\ln x}{x}-m.(m\in R)$

（Ⅰ）证明：$f(x)\geqslant x+1$；

（Ⅱ）若 $f(x)\geqslant g(x)$，求实数 $m$ 的取值范围；

（Ⅲ）证明：$\sum_{k=1}^{n}(\frac{1}{k})^k<\frac{e}{e-1}$.（$n\in N_+$）

（二）选考题：共 10 分.请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

**22.[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）**

在直角坐标系 $xOy$ 中，曲线 $C$ 的参数方程为 $\begin{cases} x=\dfrac{1}{\cos\alpha} \\ y=\dfrac{\sqrt{3}\sin\alpha}{\cos\alpha} \end{cases}$（$\alpha$ 为参数，$\alpha\neq k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in Z$），以坐标原点 $O$ 为极点，$x$ 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，直线 $l$ 的极坐标方程为 $\rho\cos\left(\theta+\frac{\pi}{3}\right)=1$.

（Ⅰ）求曲线 $C$ 的普通方程和直线 $l$ 的直角坐标方程；

（Ⅱ）已知点 $P(2,0)$，若直线 $l$ 与曲线 $C$ 交于 $A$，$B$ 两点，求 $\left|\frac{1}{|PA|}-\frac{1}{|PB|}\right|$ 的值.

**23. [选修 4-5：不等式选讲]（10 分）**

已知函数 $f(x)=|x+a|+2|x-1|$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求 $f(x)$ 的最小值；

（Ⅱ）若 $a>0$，$b>0$ 时，对任意 $x\in[1,2]$ 使得不等式 $f(x)>x^2-b+1$ 恒成立，证明：$\left(a+\frac{1}{2}\right)^2+\left(b+\frac{1}{2}\right)^2>2$.