高一数学试卷参考答案

1. D　因为 $B=\{x|x>2\}$，所以 $A\cap B=(2,5)$.

2. C　由 $(2-y\mathrm{i})\mathrm{i}=y+2\mathrm{i}=6+x\mathrm{i}$，得 $x=2,y=6$，则 $\frac{y}{x}=3$.

3. C　由 $a^2<49$，得 $-7<a<7$，所以"$a^2<49$"是"$a<7$"的充分不必要条件.

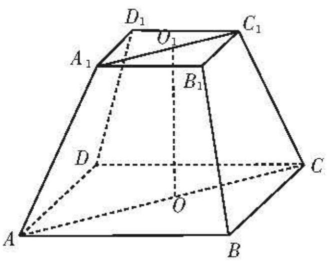
4. A　因为 $\overrightarrow{DE}=2\overrightarrow{EC}$，所以 $\overrightarrow{CE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$，则 $\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{BC}+\frac{1}{3}\overrightarrow{CD}$.

5. B　因为 $f(x)=\cos(\frac{\pi}{7}-2x)=\cos(2x-\frac{\pi}{7})$，

所以 $g(x)=\cos[2(x+\frac{\pi}{7})-\frac{\pi}{7}]=\cos(2x+\frac{\pi}{7})$.

6. C　由题意可得，$|\boldsymbol{a}|=\sqrt{3}$，$|\boldsymbol{b}|=3$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=4-1=3$，向量 $\boldsymbol{a}$ 在向量 $\boldsymbol{b}$ 上的投影向量为 $\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}\cdot\frac{\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{b}|}=\frac{1}{3}\boldsymbol{b}$.

7. D　如图，连接 AC,A_1C_1，取 O,O_1 分别为 AC 和 A_1C_1 的中点，连接 OO_1.



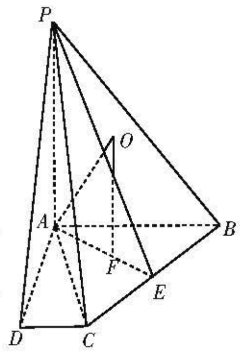
因为 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 为正四棱台，所以 $A_1C_1/\!/AC$，且 OO_1 为 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的高. 因为 $A_1B_1=1$，$AB=AA_1=3$，所以 $OO_1=\sqrt{7}$，所以正四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的体积为 $\frac{1}{3}\times\sqrt{7}\times(1^2+3^2+\sqrt{1^2\times3^2})=\frac{13\sqrt{7}}{3}$.

8. B　设 $AB=x$ m，由题意得 $\angle DAB=90^\circ-26^\circ=64^\circ$，则 $BC=x$ m，$BD=AB\tan 64^\circ=2x$ m，在 $\triangle BCD$ 中，由余弦定理得 $BD^2=BC^2+CD^2-2BC\cdot CD\cdot\cos\angle BCD$，得 $x^2+11x-1452=(x+44)(x-33)=0$，得 $x=33$.

9. BCD　因为 $z_1=\frac{(-4+2\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}{(1-\mathrm{i})(1+\mathrm{i})}=-3-\mathrm{i}$，所以 z_1 的实部为 -3，z_1 的虚部为 -1，z_1 与 z_2 互为共轭复数，z_1-z_2 为纯虚数.

10. ABD　因为 $a=\cos 3<0$，$b=\ln 3>\ln \mathrm{e}=1$，$0<c=\mathrm{e}^{-3}<\mathrm{e}^0=1$，所以 $a<c<b$.

11. ACD　在 $\triangle ABC$ 中，$b=12$，$B=\frac{\pi}{3}$，由正弦定理可得 $\frac{c}{\sin C}=\frac{b}{\sin B}$，即 $\frac{c}{\sin C}=\frac{12}{\sin\frac{\pi}{3}}$，则 $c=8\sqrt{3}\sin C$. 因为 $C\in(0,\frac{2\pi}{3})$，所以 $0<\sin C\leqslant 1$，则 $0<c\leqslant 8\sqrt{3}$，所以 c 可能为 $8,10,8\sqrt{2}$.



12. BCD　因为 $AB=BC$，$\angle ABC=60^\circ$，所以$\triangle ABC$为正三角形，取 BC 的中点 E，连接 PE，AE，则 $AE\perp BC$. 因为 $PA\perp$底面 $ABCD$，所以 $PA\perp BC$，又 $PA\cap AE=A$，所以 $BC\perp$平面 PAE，则 $PE\perp BC$，则$\angle PEA$为二面角 $P-BC-A$ 的平面角，所以$\angle PEA=60^\circ$，所以 $PA=AE\tan 60^\circ=3$，D 正确. 因为$\angle ACD=60^\circ$，$AC=2$，$CD=1$，所以由余弦定理得 $AD=\sqrt{3}$，则 $PD=\sqrt{9+3}=2\sqrt{3}$，A 错误. 因为 $AD^2+CD^2=AC^2$，所以 $AD\perp CD$，可证 $CD\perp PD$，所以$\angle PDA$即二面角 $P-DC-B$ 的平面角，因为$\tan\angle PDA=\dfrac{PA}{AD}=\dfrac{3}{\sqrt{3}}=\sqrt{3}$，所以$\angle PDA=60^\circ$，B 正确. 设 O 为三棱锥$P-ABC$外接球的球心，取$\triangle ABC$的中心 F，连接 OF，OA，则 $FO/\!/PA$，且 $FO=\dfrac{1}{2}PA$，OA 为三棱锥 $P-ABC$ 外接球的半径. 因为 $OA=\sqrt{AF^2+OF^2}=\sqrt{(\dfrac{2\sqrt{3}}{3})^2+(\dfrac{3}{2})^2}=\sqrt{\dfrac{43}{12}}$，所以三棱锥 $P-ABC$ 的外接球的表面积为 $4\pi\times(\sqrt{\dfrac{43}{12}})^2=\dfrac{43\pi}{3}$，C 正确.

13. 20　由题意可得 $m+4n\geqslant 2\sqrt{4mn}=20$，当且仅当 $m=4n=10$ 时，等号成立.

14. $\dfrac{\pi}{4}$　易得 $EF/\!/BB_1$，$MN/\!/BC_1$，所以异面直线 EF 和 MN 所成的角为$\angle B_1BC_1=\dfrac{\pi}{4}$.

15. $\dfrac{2\pi}{3}$(或 120°)　由$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{7}$，得$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|^2=7$，即$|\boldsymbol{a}|^2-2\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}+|\boldsymbol{b}|^2=7$，所以 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=-1$，$\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=-\dfrac{1}{2}$，则$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\dfrac{2\pi}{3}$.

16. $-\dfrac{5}{6}$　设 $AB=x$ 尺，则 $AC=x+1$ 尺，在$\triangle ACD$中，由 $AD^2+CD^2=AC^2$，得 $5^2+x^2=(x+1)^2$，得 $x=12$，所以 $\tan\alpha=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{5}{12}$. 故 $\tan(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\alpha}{2})-\tan(\dfrac{\pi}{4}+\dfrac{\alpha}{2})=\dfrac{1-\tan\frac{\alpha}{2}}{1+\tan\frac{\alpha}{2}}-\dfrac{1+\tan\frac{\alpha}{2}}{1-\tan\frac{\alpha}{2}}$

$$=\frac{(1-\tan\frac{\alpha}{2})^2-(1+\tan\frac{\alpha}{2})^2}{(1+\tan\frac{\alpha}{2})(1-\tan\frac{\alpha}{2})}=\frac{-4\tan\frac{\alpha}{2}}{1-\tan^2\frac{\alpha}{2}}=-2\tan\alpha=-\frac{5}{6}.$$

17. 解：(1)因为 $\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，所以 $-(\lambda-1)=15\lambda$，…………………… 2 分

解得 $\lambda=\dfrac{1}{16}$. …………………… 4 分

(2)由题意得 $2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(3,7\lambda-1)$，…………………… 5 分

$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(-6,2\lambda+1)$，…………………… 6 分

由 $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$，得 $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=0$，则 $3\times(-6)+(7\lambda-1)(2\lambda+1)=0$，…… 7 分

即 $14\lambda^2+5\lambda-19=0$，解得 $\lambda=1$ 或 $-\frac{19}{14}$（舍去）. …… 8 分

因为 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(-6,3)$，…… 9 分

所以 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{b}=-6\times5+3\times0=-30$. …… 10 分

18. 解：(1) 由题意得 $z_1=2+3i$，…… 1 分

因为 $m=1$，所以 $z_2=1-4i$，…… 2 分

则 $z_1-z_2=1+7i$，…… 4 分

所以 $|z_1-z_2|=\sqrt{1+49}=5\sqrt{2}$. …… 6 分

(2)（方法一）由题设得 $(m-4i)^2+2(m-4i)+17=0$，…… 7 分

即 $m^2+2m+1-8(m+1)i=0$，…… 8 分

则 $\begin{cases}m^2+2m+1=0,\\-8(m+1)=0,\end{cases}$ …… 10 分

解得 $m=-1$. …… 11 分

故 $z_2=-1-4i$. …… 12 分

（方法二）由题设得方程 $x^2+2x+17=0$ 的两根为 $m-4i$，$m+4i$，…… 8 分

则 $m-4i+m+4i=-2$，得 $m=-1$，…… 11 分

故 $z_2=-1-4i$. …… 12 分

（方法三）由 $x^2+2x+17=(x+1)^2+16=0$，…… 8 分

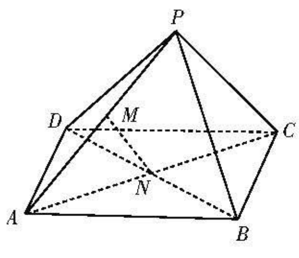
得 $x+1=\pm4i$，即 $x=-1\pm4i$，…… 10 分

所以 $m=-1$，…… 11 分

故 $z_2=-1-4i$. …… 12 分

19. 证明：(1) 连接 AC，因为 $ABCD$ 是矩形，N 是 BD 的中点，

所以 N 是 AC 的中点. …… 2 分



因为 M 是 PA 的中点，所以 $MN\parallel PC$，…… 4 分

又 $MN\not\subset$ 平面 PBC，$PC\subset$ 平面 PBC，所以 $MN\parallel$ 平面 PBC. …… 6 分

(2) 因为 $PC=PD$，且 $CD=\sqrt{2}PD$，所以 $PC\perp PD$，…… 8 分

因为平面 $PCD\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $PCD\cap$ 平面 $ABCD=DC$，

$AD\perp DC$，所以 $AD\perp$ 平面 PCD，…… 10 分

因为 $PC\subset$ 平面 PCD，所以 $AD\perp PC$，

又 $AD\cap PD=D$,所以 $PC\perp$平面 PAD. …………………………………… 12 分

20.解:(1)由图可知 $A=2$, …………………………………………………… 1 分

$f(0)=2\sin\varphi=\sqrt{2}$,则 $\sin\varphi=\frac{\sqrt{2}}{2}$,因为$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$,所以 $\varphi=\frac{\pi}{4}$. ……………………… 2 分

由 $f(\frac{\pi}{8})=2\sin(\frac{\pi}{8}\omega+\frac{\pi}{4})=2$,得$\frac{\pi}{8}\omega+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$,即 $\omega=2+16k(k\in\mathbf{Z})$,………

……………………………………………………………………………… 3 分

因为 $0<\omega<3$,所以 $\omega=2$,所以 $f(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{4})$. ……………………… 4 分

(2)由$\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x+\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{3\pi}{2}+2k\pi(k\in\mathbf{Z})$,得$\frac{\pi}{8}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{5\pi}{8}+k\pi(k\in\mathbf{Z})$, ………… 6 分

所以 $f(x)$的单调递减区间为$[\frac{\pi}{8}+k\pi,\frac{5\pi}{8}+k\pi](k\in\mathbf{Z})$. …………………………… 8 分

(3)因为不等式 $f(x)\geqslant m$ 在$[-\frac{\pi}{24},\frac{5\pi}{24}]$上恒成立,所以 $f(x)_{\min}\geqslant m$, ……………… 9 分

因为 $x\in[-\frac{\pi}{24},\frac{5\pi}{24}]$,所以 $2x+\frac{\pi}{4}\in[\frac{\pi}{6},\frac{2\pi}{3}]$, …………………………………… 10 分

当 $2x+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{6}$时,$f(x)_{\min}=2\sin\frac{\pi}{6}=1$, ………………………………………… 11 分

则 $m\leqslant 1$,即 m 的取值范围为$(-\infty,1]$. …………………………………………… 12 分

21.解:(1)由正弦定理得 $2b^2+ac=2a^2+2c^2$,即 $a^2+c^2-b^2=\frac{1}{2}ac$, ………………… 2 分

所以 $\cos B=\frac{a^2+c^2-b^2}{2ac}=\frac{1}{4}$. …………………………………………………… 4 分

故 $\cos 2B=2\cos^2B-1=-\frac{7}{8}$. …………………………………………………… 6 分

(2)由(1)得 $\sin B=\sqrt{1-\cos^2B}=\frac{\sqrt{15}}{4}$, …………………………………………… 7 分

因为 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{1}{2}a^2\times\frac{\sqrt{15}}{4}=\frac{\sqrt{15}}{2}$,所以 $a=c=2$. ………………… 9 分

由 $a^2+c^2-b^2=\frac{1}{2}ac$,得 $b=\sqrt{6}$. ………………………………………………… 11 分

故$\triangle ABC$的周长为 $4+\sqrt{6}$. ……………………………………………………… 12 分

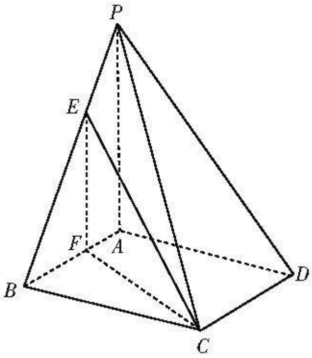
22.(1)证明:由四边形 $ABCD$ 为矩形,得 $AB\perp BC$. …………………………………… 1 分

因为 $PA\perp$底面 $ABCD$,所以 $PA\perp BC$. ………………………………………………… 2 分

因为 $PA\cap AB=A$,所以 $BC\perp$平面 PAB. ……………………………………………… 3 分

因为 $BC \subset$ 平面 PBC，所以平面 $PAB \perp$ 平面 PBC. ………………………………………… 4 分

(2)解：过 E 作 $EF \parallel PA$，EF 交 AB 于 F，连接 CF，因为 $BE=2PE$，所以 $BF=2FA$. ………………………………………… 6 分



因为 $PA \perp$ 底面 $ABCD$，所以 $EF \perp$ 底面 $ABCD$， ………… 7 分

所以 $\angle ECF$ 为 CE 与底面 $ABCD$ 所成的角， ……………… 8 分

所以 $\angle ECF > 60^\circ$，则 $\tan\angle ECF = \dfrac{EF}{FC} > \sqrt{3}$. ……………… 10 分

因为 $CF=\sqrt{5^2+(3\times\frac{2}{3})^2}=\sqrt{29}$，所以 $EF>\sqrt{87}$， …… 11 分

则 $EF=\dfrac{2}{3}PA>\sqrt{87}$，所以 $PA>\dfrac{3\sqrt{87}}{2}$，即 PA 的取值范围为 $(\dfrac{3\sqrt{87}}{2},+\infty)$. …… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。