

高三数学试卷

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:小题考查集合、常用逻辑用语、不等式、函数、导数、三角函数、数列、平面向量,大题考查高考范围。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知命题 $p: \exists x \in (0, 1), x^3 = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 则 p 的否定是

A. $\forall x \in (0, 1), x^3 \neq \frac{\sqrt{3}}{3}$	B. $\exists x \in (0, 1), x^3 \neq \frac{\sqrt{3}}{3}$
C. $\forall x \in (0, 1), x^3 = \frac{\sqrt{3}}{3}$	D. $\forall x \notin (0, 1), x^3 \neq \frac{\sqrt{3}}{3}$
2. 定义集合 $A \div B = \{z \mid z = \frac{x}{y}, x \in A, y \in B\}$. 已知集合 $A = \{4, 8\}, B = \{1, 2, 4\}$, 则 $A \div B$ 的元素的个数为

A. 3	B. 4	C. 5	D. 6
------	------	------	------
3. 已知函数 $f(x) = 3x^3 - 2x - \frac{1}{x}$ 的图象在 $x = a (a > 0)$ 处的切线的斜率为 $k(a)$, 则

A. $k(a)$ 的最小值为 6	B. $k(a)$ 的最大值为 6
C. $k(a)$ 的最小值为 4	D. $k(a)$ 的最大值为 4
4. 已知某公司第 1 年的销售额为 a 万元, 假设该公司从第 2 年开始每年的销售额为上一年 1.2 倍, 则该公司从第 1 年到第 11 年(含第 11 年)的销售总额为(参考数据: 取 $1.2^{11} = 7.43$)

A. 35.15a 万元	B. 33.15a 万元
C. 34.15a 万元	D. 32.15a 万元
5. 设函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , 且 $f(x+1)$ 是奇函数, $f(2x+3)$ 是偶函数, 则

A. $f(0) = 0$	B. $f(4) = 0$	C. $f(5) = 0$	D. $f(-2) = 0$
---------------	---------------	---------------	----------------
6. 设 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2}), \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$, 且 $\tan \alpha + \tan \beta = \frac{1}{\cos \beta}$, 则

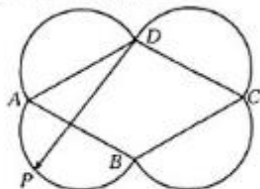
A. $2\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}$	B. $2\alpha - \beta = \frac{\pi}{2}$	C. $2\beta - \alpha = \frac{\pi}{2}$	D. $2\beta + \alpha = \frac{\pi}{2}$
--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------
7. 已知函数 $f(x) = \cos(x - \frac{\pi}{12}), g(x) = \sin(4x + \frac{\pi}{6})$, 则“曲线 $y = f(x)$ 关于直线 $x = m$ 对称”

是“曲线 $y=g(x)$ 关于直线 $x=m$ 对称”的

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

8. 对称性是数学美的一个重要特征,几何中的轴对称,中心对称都能给人以美感,激发学生对数学的兴趣.如图,在菱形 $ABCD$ 中, $\angle ABC=120^\circ$, $AB=2$,以菱形 $ABCD$ 的四条边为直径向外作四个半圆, P 是四个半圆弧上的一动点,若 $\overrightarrow{DP}=\lambda\overrightarrow{DA}+\mu\overrightarrow{DC}$,则 $\lambda+\mu$ 的最大值为

- A. $\frac{5}{2}$
B. 3
C. 5
D. $\frac{3}{2}$



二、选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 已知函数 $f(x)=\lg(x^2-x+\frac{41}{4})$, 则

- A. $f(x)$ 的最小值为 1
B. $\exists x \in \mathbf{R}, f(1)+f(x)=2$
C. $f(\log_3 2) > f(\frac{2}{3})$
D. $f(9^{a-1}-\frac{1}{2}) > f(3^{a-10}-\frac{1}{2})$

10. 若正项数列 $\{a_n\}$ 是等差数列,且 $a_2=5$, 则

- A. 当 $a_3=7$ 时, $a_7=15$
B. a_1 的取值范围是 $[5, 15)$
C. 当 a_7 为整数时, a_7 的最大值为 29
D. 公差 d 的取值范围是 $(0, 5)$

11. 若函数 $f(x)$ 的定义域为 D , 对于任意 $x_1 \in D$, 都存在唯一的 $x_2 \in D$, 使得 $f(x_1)f(x_2)=1$, 则称 $f(x)$ 为“ A 函数”, 则下列说法正确的是

- A. 函数 $f(x)=\ln x$ 是“ A 函数”
B. 已知函数 $f(x), \frac{1}{f(x)}$ 的定义域相同, 若 $f(x)$ 是“ A 函数”, 则 $\frac{1}{f(x)}$ 也是“ A 函数”
C. 已知 $f(x), g(x)$ 都是“ A 函数”, 且定义域相同, 则 $f(x)+g(x)$ 也是“ A 函数”
D. 已知 $m > 0$, 若 $f(x)=m+\sin x, x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 是“ A 函数”, 则 $m=\sqrt{2}$

12. 定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, $f(x) > 0$ 且 $xf'(x)[f(x)]^2 - x^2 f'(x) < [f(x)]^3$ 恒成立, 则

- A. $f(1)f(2)[f(1)-\frac{1}{2}f(2)] > f(1)-f(2)$
B. $\forall a \in (0, +\infty)$, 函数 $y=\frac{f(x)}{x}+\frac{a}{f(x)} (x > 0)$ 有极值
C. $f(1)f(2)[f(1)-\frac{1}{2}f(2)] < f(1)-f(2)$
D. $\exists a \in (0, +\infty)$, 函数 $y=\frac{f(x)}{x}+\frac{a}{f(x)} (x > 0)$ 为单调函数

【高三数学 第 2 页(共 4 页)】

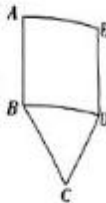
三、填空题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.

13. 设向量 $\vec{AB} = (x, 2x)$ 在向量 $\vec{AC} = (3, -4)$ 上的投影向量为 $-\frac{1}{5}\vec{AC}$, 则 $x =$ \blacktriangle .

14. 若 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\cos 2\alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\sin 3\alpha =$ \blacktriangle .

15. 若关于 x 的不等式 $x^2 + 7a < (7+a)x$ 的解集恰有 50 个整数元素, 则 a 的取值范围是 \blacktriangle , 这 50 个整数元素之和为 \blacktriangle .

16. 如图, 已知平面五边形 $ABCDE$ 的周长为 12, 若四边形 $ABDE$ 为正方形, 且 $BC = CD$, 则当 $\triangle BCD$ 的面积取得最大值时, $AB =$ \blacktriangle .



四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

$\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $a \cos B - 2b \cos A = b + c$.

(1) 求 $\tan A$;

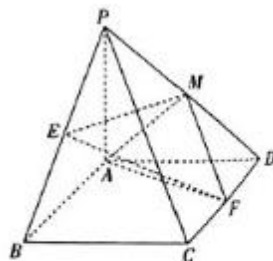
(2) 若 $a = \sqrt{17}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $2\sqrt{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

18. (12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, 底面 $ABCD$ 为正方形, $PA = AB$, E, F, M 分别是 PB, CD, PD 的中点.

(1) 证明: $EF \parallel$ 平面 PAD .

(2) 求平面 AMF 与平面 EMF 的夹角的余弦值.



19. (12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + \frac{a_1 + a_2}{2} + \frac{a_1 + a_2 + a_3}{3} + \dots + \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} = n \cdot 2^n$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{\frac{a_n}{n}\}$ 的前 n 项和 S_n .

20. (12分)

某商场在6月20日开展开业酬宾活动. 顾客凭购物小票从6~20这15个号码中依次不放回地抽取2个号码, 第1个号码为 a , 第2个号码为 b . 设 X 是不超过 $\frac{b}{a}$ 的最大整数, 顾客将获得购物金额 X 倍的商场代金券(若 $X=0$, 则没有代金券), 代金券可以在活动结束后使用.

(1) 已知某顾客抽到的 a 是偶数, 求该顾客能获得代金券的概率;

(2) 求 X 的数学期望.

21. (12分)

以坐标原点为对称中心, 坐标轴为对称轴的椭圆过点 $C(0, -1)$, $D(-\frac{8}{5}, -\frac{3}{5})$.

(1) 求椭圆的方程.

(2) 设 P 是椭圆上一点(异于 C, D), 直线 PC, PD 与 x 轴分别交于 M, N 两点. 证明在 x 轴上存在两点 A, B , 使得 $\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{NA}$ 是定值, 并求此定值.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = e^{\frac{1}{x}-a} + \ln x - a$ 有两个零点 x_1, x_2 .

(1) 求 a 的取值范围;

(2) 证明: $x_1 + x_2 > 2a$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

