高2023届学业质量调研抽测(第二次)

高三数学试卷

(数学试题卷共6页，考试时间120分钟，满分150分)

注意事项：

1.答卷前，考生务必将自己的学校、姓名、考号填写在答题卡上。

2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并收回。

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1.已知集合$M=\{-2,0,2\}$,$N=\{-5,0,5\}$,$T=\{-5,-2,2,5\}$,则

A. $M\cap N=\varnothing$　　　　B. $M\cup N=T$

C. $(M\cup N)\cap T=T$　　　　D. $(M\cap N)\cup T=T$

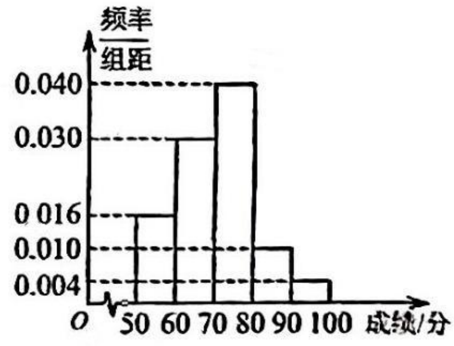
2.已知复数z满足$z+3=4\bar{z}+5i$,i是虚数单位，则$z^2=$

A. $-2i$　　　　B. $2i$　　　　C. $1+i$　　　　D. $1-i$

3.下图是根据某班学生在一次体能素质测试中的成绩画出的频率分布直方图，则由直方图得到的80%分位数为

A. 75　　　　B. 77.5

C. 78　　　　D. 78.5



第3题图

4. 正多面体统称为柏拉图体，被喻为最有规律的立体结构，其所有面都只由一种正多边形构成(各面都是全等的正多边形，且每个顶点所接的面数都一样，各相邻面所成的二面角都相等)，正多面体共有5种，它们分别是正四面体、正六面体(即正方体)、正八面体、正十二面体、正二十面体.连接正方体中相邻面的中心(如图1)，得到另一

个柏拉图体,即正八面体P-ABCD-Q(如图2),设E,F,H分别为PA,PB,BC的中点,则下列说法正确的是

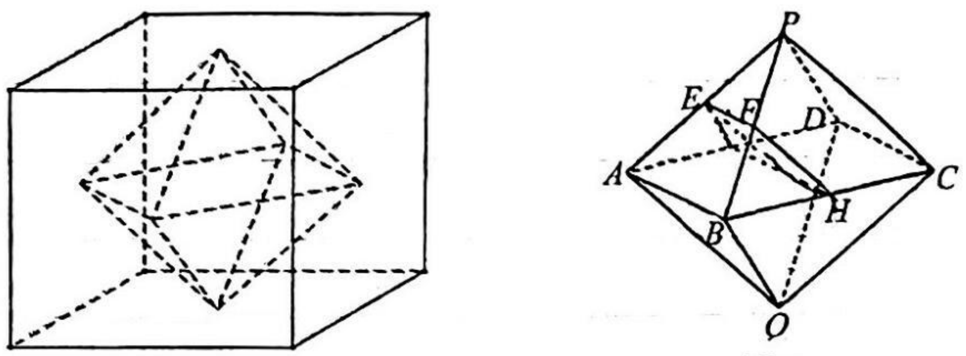


图1　　　　图2

第4题图

A. AP与CQ为异面直线

B.经过E，F，H的平面截此正八面体所得的截面为正五边形

C.平面PAB⊥平面PCD

D.平面EFH//平面PCD

5.已知抛物线C:$y^2=2px(p>0)$与直线$2x-y-4=0$交于A,B两点,且$|AB|=3\sqrt{5}$,设抛物线C的焦点为F，则$|AF|+|BF|=$

A.$7\sqrt{5}$　　B.7　　C.6　　D.5

6.《数术记遗》是《算经十书》中的一部，相传是汉末徐岳所著，该书记述了我国古代14种算法，分别是：积算(即筹算)、太乙算、两仪算、三才算、五行算、八卦算、九宫算、运筹算、了知算、成数算、把头算、龟算、珠算和计数.某学习小组有甲、乙、丙、丁四人，该小组要收集九宫算、运筹算、了知算、成数算、把头算、珠算6种算法的相关资料，要求每种算法只能一人收集，每人至少收集其中一种，则不同的分配方案和有

A.1560种　　B.2160种　　C.2640种　　D.4140种

7.已知三棱锥P-ABC的顶点都在以PC为直径的球M的球面上，PA⊥BC.若球M的表面积为48π，PA=4，则三棱锥P-ABC的体积的最大值为

A.$\frac{16}{3}$　　B.$\frac{32}{3}$　　C.$\frac{64}{3}$　　D、32

8. 已知偶函数f(x)的定义域为$\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$， 其导函数为f’(x),当$0<x<\frac{\pi}{2}$时，有 $f'(x)cosx+f(x)sinx>0$成立，则关于x的不等式$f(x)>2f\left(\frac{\pi}{3}\right)\cdot \cos x$ 的解集为

$A.\left(-\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{3}\right)$ $B.\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$

$C.\left(-\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{3}\right)\cup\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$ $D.\left(-\frac{\pi}{3},0\right)\cup\left(\frac{\pi}{3},\frac{\pi}{2}\right)$

二、选择题：本大题共4小题，每小题5分，共20分。在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分。

9. 已知函数$f(x)=\sin\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)(\omega\rangle 0)$ 图象的一条对称轴和一个对称中心的最小距离为$\frac{\pi}{4}$,则下列说法正确的是

A. 函数f(x)的最小正周期为π

B. 将函数f(x)的图象向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度后所得图象关于原点对称

C.$f\left(\frac{\pi}{6}\right)\geq f(x)$

$D.f\left(\frac{\pi}{3}+x\right)=f\left(\frac{\pi}{3}-x\right)$

10. 若a, b, c都是正数, 且$2^a=3^b=6^c$, 则

$A.\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{c}$ $B.\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{c}$ C. a+b>4c D. $ab>4c^2$

11. 已知F是双曲线E:$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点，直线 $y=\frac{4}{3}x$与双曲线E交于A，B两点，M为双曲线E上异于A，B的一点，且MA，MB不与坐标轴垂直，O为坐标原点,P,Q分别为AF,BF的中点,且$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=0$, 记双曲线E的离心率为C，直线MA与MB的斜率分别为k_1，k_2，则

$A.e=2\sqrt{5}$ $B.e=\sqrt{5}$ C. $k_1\cdot k_2=4$ D. $k_1\cdot k_2=-4$

12. 已知数列a_n满足$a_1=2, a_{n+1}=\begin{cases} a_n+(\sqrt{2})^{n+1} \\ 2a_n, n为任意常数 \end{cases}$ n为奇数，设 $b_n=a_{2n}$，记数列$\{a_n\}$的前2n项和为 S_{2n}，，数列$\{b_n\}$的前n项和为T_n，则下列结论正确的是

A. as=24　　　　　　　　　　B. $b_n=n\cdot 2^n$

C. $T_n=n\cdot 2^{n+1}$　　　　　　　　D. $S_{2n}=(2n-1)2^{n+1}+2$

三、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 已知平面向量 $\vec{a}=(2,3), b=(-6,y)$，若 $\vec{a}\perp\vec{b}$，则 $|\vec{a}-\vec{b}|=$______。

14. 写出一个使等式 $(\sqrt{3}-\tan 10°)\cos\alpha=1$成立的角 α 的值为______。

15. 已知f(x)是定义在R上的偶函数且f(0)=2, g(x)=f(x-1)是奇函数, 则 $f(1)+f(2)+f(3)+\cdots+f(2023)=$______。

16. 已知直线l：x-y+8=0与x轴相交于点A，过直线l上的动点P作圆$x^2+y^2=16$的两条切线，切点分别为C，D两点，则直线CD恒过定点坐标为______；若M是CD 的中点, 则|AM|的最小值为_________.

四、解答题：本大题共6小题，共70分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (10分)

在△ABC中, 角A, B, C的对边分别为a, b, c, 已知2c+b=2acosB.

(1)求角A;

(2)若$b^2-a^2+c^2+3c=0$, △ABC的面积为 $\frac{15\sqrt{3}}{4}$, 求边BC的中线AD的长.

18. (12分)

已知等差数列a_n满足 $(n+1)a_n=4n^2+n+k, k\in R$. 数列 b_n的前n项和Tn满足 $2T_n=3b_n-3$.

(1)求数列{an}和{b_n}的通项公式;

(2)对于集合A, B, 定义集合A-B={x|x∈A且x∉ B}. 设数列{a_n}和{b_n}中的所有项分别构成集合A，B，将集合A-B的所有元素按从小到大依次排列构成一个新数列{c_n},求数列 {c_n}的前50项和S_{50}.

19.(12分)

某制药厂研制了一种新药，为了解这种新药治疗某种病毒感染的效果，对一批病人进行试验，在一个治疗周期之后，从使用新药和未使用新药的病人中各随机抽取100人，把他们的治愈记录进行比较，结果如下表所示：

	治愈	未治愈	合计
使用新药	60		
未使用新药		50	
合计			

(1)请完成2×2列联表，是否有90%的把握认为该种新药对该病毒感染有治愈效果?

(2)把表中使用新药治愈该病毒感染的频率视作概率，从这一批使用新药的病人中随机抽取3人，其中被治愈的人数为X，求随机变量X的分布列和期望.

(3)该药厂宣称使用这种新药对治愈该病毒感染的有效率为90%，随机选择了10个病人，经过使用该药治疗后，治愈的人数不超过6人，你是否怀疑该药厂的宣传?请说明理由.

(参考数据：$C_{10}^{1}(0.9)^1(0.1)^9=9\times10^{-9}$, $C_{10}^{2}(0.9)^2(0.1)^8\approx3.65\times10^{-7}$,

$C_{10}^{3}(0.9)^3(0.1)^7\approx8.75\times10^{-6}$, $C_{10}^{4}(0.9)^4(0.1)^6\approx1.38\times10^{-4}$, $C_{10}^{5}(0.9)^5(0.1)^5\approx1.49\times10^{-3}$,

$C_{10}^{6}(0.9)^6(0.1)^4\approx0.011$, $\sum_{i=7}^{10}C_{10}^{i}(0.9)^i(0.1)^{10-i}\approx0.987$)

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$,

$P(K^2\geqslant k)$	0.10	0.010	0.001
k	2.706	6.635	10.828

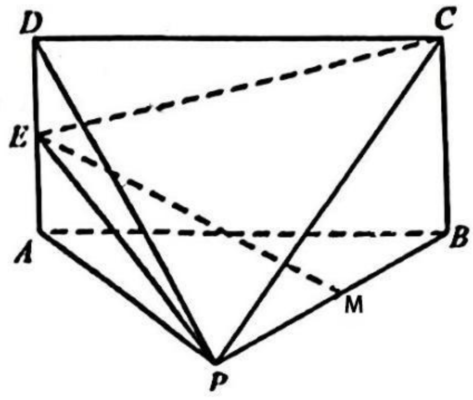
20.(12分)

如图,在四棱锥P-ABCD中,四边形ABCD是矩形,E为AD的中点,AD⊥平面PAB,

PA⊥PB,M为PB的中点.

(1)求证:直线EM//平面PCD;

(2)若$AP=AD,AB=\sqrt{2}AD$,求直线EM与平面PCE所成角的正弦值.



第20题图

21.(12分)

已知椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a\rangle b>0)$ 的离心率为$\frac{1}{2}$,左、右焦点分别为F_1,F_2,过F_1的直线y=t(x+1)交椭圆于M,N两点,交y轴于P点,$\overrightarrow{PM}=\lambda\overrightarrow{MF_1},\overrightarrow{PN}=\mu\overrightarrow{NF_1}$,直OMN $\triangle OMF_2$,$\triangle ONF_2$ 的面积分别为S_1,S_2,S_3.

(1)求椭圆C的标准方程;

(2)若$S_1=mS_2-\lambda S_3,-3\leq\mu\leq-\frac{4}{3}$,求m的取值范围.

22.(12分)

已知函数$f(x)=\ln x+\frac{a}{x}-ax$,函数$g(x)=\frac{\ln 2x}{x}+\frac{ae^{-x}}{2x^2}-2ae^x+1$.

(1)当a>0时,求f(x)的单调区间;

(2)已知$a\geq\frac{1}{2},e^x>\frac{1}{2x}$,求证:g(x)<0;

(3)已知n为正整数,求证:$\frac{1}{n}+\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{2n-1}+\frac{1}{2n}>\ln 2$.