

2023 年高考桂林、崇左市联合调研考试

2023.01

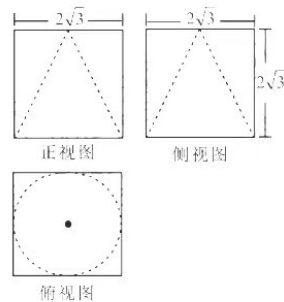
数 学(文科)

注意事项:

1. 本试卷分选择题和非选择题两部分. 满分 150 分, 考试时间 120 分钟.
2. 答题前, 考生将自己的姓名、准考证号填写在答题卡指定位置上.
3. 选择题必须使用 2B 铅笔填涂; 非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写, 字体工整、笔迹清楚.
4. 请按题号顺序在各题目的答题区域内作答, 超出答题区域书写的答案无效; 在草稿纸、试题卷上答题无效.

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$, $B = \{x | 2x \geq -1\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{-1, 2\}$ B. $\{-1, 1, 2\}$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
2. 设 $(1+i)z = i$, 则 $z =$
 A. $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ B. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$ C. $-1+i$ D. $1+i$
3. 在区间 $[-2, 2]$ 内随机取一个数 x , 使得不等式 $x^2 + 2x < 0$ 成立的概率为
 A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$
4. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点为 $F(2, 0)$, 一条渐近线方程为 $y = \sqrt{3}x$, 则 C 的方程为
 A. $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$ B. $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$
 C. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ D. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$
5. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的体积为
 A. $24\sqrt{3} - 2\sqrt{3}\pi$ B. $24\sqrt{3} - 6\sqrt{3}\pi$
 C. $24 - 2\sqrt{3}\pi$ D. $24 - 6\sqrt{3}\pi$
6. 已知正项等比数列 $\{a_n\}$ 满足 a_3 为 $2a_2$ 与 a_6 的等比中项, 则 $\frac{a_3 + a_5}{a_1 + a_3} =$
 A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. 2
7. 圆 $C: x^2 + y^2 - 2x - 4 = 0$ 上一点 P 到直线 $l: 2x - y + 8 = 0$ 的最大距离为
 A. 2 B. 4 C. $2\sqrt{5}$ D. $3\sqrt{5}$



第 5 题图

8. 已知函数 $f(x) = 2\sin^2 x + \sqrt{3}\cos(2x - \frac{\pi}{2}) - 1$, 则下列说法正确的是
- A. $f(x)$ 的一条对称轴为 $x = \frac{\pi}{12}$
- B. $f(x)$ 的一个对称中心为 $(-\frac{\pi}{12}, 0)$
- C. $f(x)$ 在 $[-\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}]$ 上的值域为 $[-\sqrt{3}, 2]$
- D. $f(x)$ 的图象可由 $y = 2\sin 2x$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位得到
9. $f(x)$ 是定义在 \mathbf{R} 上的函数, $f(x + \frac{1}{2}) + \frac{1}{2}$ 为奇函数, 则 $f(2023) + f(-2022) =$
- A. -1 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1
10. 牛顿冷却定律描述物体在常温环境下的温度变化: 如果物体的初始温度为 T_0 , 则经过一定时间 t 分钟后的温度 T 满足 $T - T_a = (\frac{1}{2})^{\frac{t}{h}}(T_0 - T_a)$, h 称为半衰期, 其中 T_a 是环境温度. 若 $T_a = 25^\circ\text{C}$, 现有一杯 80°C 的热水降至 75°C 大约用时 1 分钟, 那么此杯热水水温从 75°C 降至 45°C 大约还需要 (参考数据: $\lg 2 \approx 0.30$, $\lg 11 \approx 1.04$)
- A. 10 分钟 B. 9 分钟 C. 8 分钟 D. 7 分钟
11. 已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , 准线为 l , 过 F 的直线与抛物线交于点 A, B , 与直线 l 交于点 D , 若 $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{FB}$, $|\overrightarrow{BD}| = 4$, 则 $p =$
- A. 1 B. $\frac{3}{2}$ C. 2 D. 3
12. 已知 $a = \frac{9}{2}\log_3 e$, $b = \frac{8}{3}\log_2 e$, $c = \frac{e^2}{2}$, 则
- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$ C. $b > c > a$ D. $c > a > b$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知向量 $\vec{a} = (-1, m)$, $\vec{b} = (1, 2)$, 若 $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$, 则 $m =$ _____.
14. 近年来, “考研热” 持续升温, 2022 年考研报考人数官方公布数据为 457 万, 相比于 2021 年增长了 80 万之多, 增长率达到 21% 以上. 考研人数急剧攀升原因较多, 其中, 本科毕业生人数增多、在职人士考研比例增大, 是两大主要因素. 据统计, 某市各大高校近几年的考研报考总人数如下表:

年份	2018	2019	2020	2021	2022
年份序号 x	1	2	3	4	5
报考人数 y (万人)	1.1	1.6	2	2.5	m

根据表中数据, 可求得 y 关于 x 的线性回归方程为 $\hat{y} = 0.43x + 0.71$, 则 m 的值为 _____.

15. 记 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $S_3 = 9$, $S_6 = 36$, 则 $S_{12} =$ _____.

16. 已知棱长为 8 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 点 E 为棱 BC 上一点, 满足 $\overline{BE} = \frac{1}{4}\overline{BC}$, 以点 E 为球心, $\sqrt{10}$ 为半径的球面与对角面 BDD_1B_1 的交线长为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本小题 12 分) 4 月 23 日是“世界读书日”. 读书可以陶冶情操, 提高人的思想境界, 丰富人的精神世界. 为了丰富校园生活, 展示学生风采, 某中学在全校学生中开展了“阅读半马比赛”活动. 活动要求每位学生在规定时间内阅读给定书目, 并完成在线阅读检测. 通过随机抽样, 得到 100 名学生的检测得分 (满分: 100 分) 如下:

	[40,50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
男生	2	3	5	15	18	12
女生	0	5	10	10	7	13

(1) 若检测得分不低于 70 分的学生称为“阅读爱好者”; 若得分低于 70 分的学生称为“非阅读爱好者”. 根据所给数据

①完成下列 2×2 列联表

	阅读爱好者	非阅读爱好者	总计
男生			
女生			
总计			

②请根据所学知识判断是否有 95% 的把握认为“阅读爱好者”与性别有关;

(2) 若检测得分不低于 80 分的人称为“阅读达人”. 现从这 100 名学生中的男生“阅读达人”中, 按分层抽样的方式抽取 5 人, 再从这 5 人中随机抽取 3 人, 求这 3 人中至少有 1 人得分在 $[90,100]$ 内的概率.

附: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, 其中 $n = a+b+c+d$.

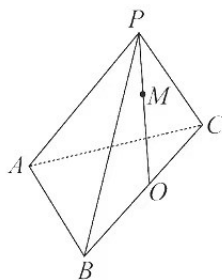
$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

18. (本小题 12 分) 记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $\frac{3(\sin B - \sin A)}{\sin C} = \frac{3c - 2a}{b + a}$.

(1) 求 $\cos B$;

(2) 若点 D 在边 AC 上, 且 $AD = 2DC, BD = \frac{2}{3}b$, 求 $\frac{a}{c}$.

19. (本小题 12 分) 在三棱锥 $P-ABC$ 中, 底面 ABC 是边长为 2 的等边三角形, 点 P 在底面 ABC 上的射影为棱 BC 的中点 O , 且 PB 与底面 ABC 所成角为 $\frac{\pi}{3}$, 点 M 为线段 PO 上一动点.



第 19 题图

- (1) 证明: $BC \perp AM$;
(2) 若 $\frac{PM}{MO} = \frac{1}{2}$, 求点 M 到平面 PAB 的距离.

20. (本小题 12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{x}{e^{ax}}$, $g(x) = \ln x - ax$.

- (1) 当 $a=1$ 时, 求函数 $f(x)$ 的最大值;
(2) 若关于 x 的方程 $f(x) + g(x) = 1$ 有两个不同的实根, 求实数 a 的取值范围.

21. (本小题 12 分) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率为 $\frac{1}{2}$, 依次连接椭圆 E 的四个顶点构成的四边形面积为 $4\sqrt{3}$.

- (1) 求椭圆 E 的标准方程;
(2) 设点 F 为 E 的右焦点, $A(-2, 0)$, 直线 l 交 E 于 P, Q (均不与点 A 重合) 两点, 直线 l, AP, AQ 的斜率分别为 k, k_1, k_2 , 若 $kk_1 + kk_2 + 3 = 0$, 求 $\triangle FPQ$ 的周长.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题做答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. 【选修 4-4: 坐标系与参数方程】 (本小题 10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 1 + t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x

轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = \sqrt{\frac{6}{\cos 2\theta + 2}}$.

- (1) 求曲线 C 的直角坐标方程;
(2) 若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点, 求 $|AB|$.

23. 【选修 4-5: 不等式选讲】 (本小题 10 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{x^2 - 2ax + a^2} + |x - 2a + 1|, a \in \mathbb{R}$,

- (1) 当 $a=3$ 时, 求 $f(x)$ 的最小值;
(2) 若对 $\forall m \in (0, 6), \forall x \in \mathbb{R}$, 不等式 $f(x) > m\sqrt{12-2m}$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线