

秘密★启用前 【考试时间：5月8日 15:00—17:00】

昆明市 2023 届“三诊一模”高考模拟考试

数 学

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在答题卡上，并认真核准条形码上的准考证号、姓名、考场号、座位号及科目，在规定的地方贴好条形码。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \{-1, 0, 1, 2\}$ ，集合 $A = \{-1, 0\}$ ，则 $\complement_U A =$
A. $\{1, 2\}$ B. $\{-1, 0\}$ C. $\{-1, 2\}$ D. $\{-1, 0, 1, 2\}$
2. 复数 $2i(1+i)$ 在复平面内对应点位于
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
3. 仓廩实，天下安。粮食安全是国家安全的重要基础。某实验农场为研究甲、乙两品种土豆苗的生长状态，从种植的甲、乙两品种土豆苗中各随机抽取 10 株，分别测量它们的株高（单位：cm）数据如下表所示，则下列结论中表述不正确的是

样本号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
甲品种	82	83	81	82	76	91	83	88	89	93
乙品种	68	80	88	72	89	88	95	74	90	71

- A. 甲品种土豆苗样本株高的极差小于乙品种土豆苗样本株高的极差
- B. 甲品种土豆苗样本株高的方差大于乙品种土豆苗样本株高的方差
- C. 甲品种土豆苗样本株高的中位数小于乙品种土豆苗样本株高的中位数
- D. 甲品种土豆苗样本株高的平均值大于乙品种土豆苗样本株高的平均值

数学试卷·第 1 页（共 8 页）

4. 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 T 为 CD 的中点, 则

A. $\overrightarrow{AT} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$

B. $\overrightarrow{AT} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

C. $\overrightarrow{AT} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

D. $\overrightarrow{AT} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

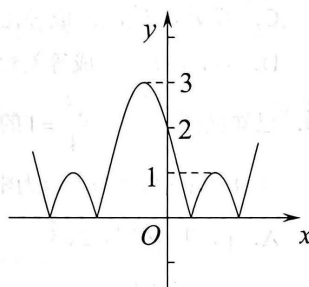
5. 已知函数 $f(x) = |2\cos(2x + \varphi) + 1|$ ($0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示, 则 $\varphi =$

A. $\frac{\pi}{12}$

B. $\frac{\pi}{6}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{3}$



6. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$, 平面 α 满足 $AC \parallel \alpha$, $BC_1 \parallel \alpha$, 若直线 AC 到平面 α 的距离与 BC_1 到平面 α 的距离相等, 平面 α 与此正方体的面相交, 则交线围成的图形为

A. 三角形

B. 四边形

C. 五边形

D. 六边形

7. 已知 $a = \cos 1$, $b = \log_4 3$, $c = 2^{-\frac{\pi}{3}}$, 则

A. $a < b < c$

B. $c < a < b$

C. $c < b < a$

D. $a < c < b$

8. 随机化回答技术是为调查敏感性问题特别设计的问卷调查技术, 其基本特征是被调查者对所调查的问题采取随机回答的方式, 避免在没有任何保护的情况下直接回答敏感性问题, 从而既对被调查者的隐私和秘密加以保护, 又能获得所需要的真实信息. 某公司为提升员工的工作效率, 规范管理, 决定出台新的员工考勤管理方案, 方案起草后, 为了解员工对新方案是否满意, 决定采取如下随机化回答技术进行问卷调查: 所有员工每人抛掷一枚质地均匀的硬币两次, 约定“若结果为一次正面朝上一次反面朝上, 则按①回答问题, 否则按②回答问题”.

①: 若第一次抛掷硬币出现正面朝上, 则在问卷中画“√”, 否则画“×”;

②: 若你对新考勤管理方案满意, 则在问卷中画“√”, 否则画“×”.

当所有员工完成问卷调查后, 统计画√, 画×的比例为3:2, 用频率估计概率, 则该公司员工对考勤管理方案的满意率为

A. 50%

B. 60%

C. 70%

D. 80%

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的四个选项中，有多项是符合题目要求的，全部选对得 5 分，部分选对得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 已知 a, b, c 为非零实数，则下列说法一定正确的是

A. 若 a, b, c 成等比数列，则 $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ 成等比数列

B. 若 a, b, c 成等差数列，则 $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ 成等差数列

C. 若 a^2, b^2, c^2 成等比数列，则 a, b, c 成等比数列

D. 若 a, b, c 成等差数列，则 $2^a, 2^b, 2^c$ 成等比数列

10. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，直线 $y = m$ 与 C 交于 A, B 两点

(A 在 y 轴右侧)， O 为坐标原点，则下列说法正确的是

A. $|AF_1| + |BF_1| = 2\sqrt{5}$

B. 当 $m = \frac{4\sqrt{5}}{5}$ 时，四边形 ABF_1F_2 为矩形

C. 若 $AF_1 \perp BF_1$ ，则 $m = \frac{4}{3}$

D. 存在实数 m 使得四边形 ABF_1O 为平行四边形

11. 已知球 O 的半径为 R ，正四棱台 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的两底面边长分别为 2 和 4，高为 h ，则

A. 对任意 $h > 0$ ，都存在 $R > 0$ ，使点 O 到该棱台所有面的距离都等于 R

B. 对任意 $h > 0$ ，都存在 $R > 0$ ，使该棱台的所有顶点都在球 O 的球面上

C. 若点 O 到该棱台所有面的距离都等于 R ，则 $R = \sqrt{2}$

D. 若该棱台所有顶点都在球 O 的球面上，且 $R = 2\sqrt{2}$ ，则 $h = \sqrt{6}$

12. 如图是电灯挂在圆形桌面正中央上方的示意图，电灯在点 O 处，桌面直径为 2 m，点 M 是桌面边缘上一点，电灯与 M 之间的光线与桌面所成角为 θ ($\theta \in (0, \frac{\pi}{2})$)，电灯与 M 之间的

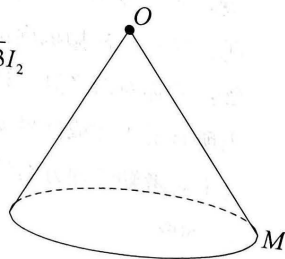
距离为 l . 根据光学原理， M 点处的照度 I 满足关系式： $I = k \cdot \frac{\sin \theta}{l^2}$ (k 为常数， $k > 0$)。则下列说法正确的是

A. 记 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 时的照度为 I_1 ， $\theta = \frac{\pi}{3}$ 时的照度为 I_2 ，则 $I_1 = \sqrt{3}I_2$

B. I 随 l 的增大而减小

C. I 先随 θ 的增大而增大，后随 θ 的增大而减小

D. 当 $\tan \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时， I 取得最大值



数学试卷·第 3 页 (共 8 页)

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. 在 $(x^2 + \frac{1}{x})^5$ 的展开式中， x^4 的系数是_____。(用数字作答)

14. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 ，离心率为 e ，点 P 在 C 上，且 $|PF_1| = 2|PF_2|$ ，则满足条件的一个 e 的值为_____。

15. Farey 序列是指把在 0 到 1 之间的所有分母不超过 $n (n \in \mathbb{N}^*)$ 的最简分数及 0 (视为 $\frac{0}{1}$) 和 1 (视为 $\frac{1}{1}$) 按从小到大的顺序排列起来所形成的数列，记作 $F-n$ ，例如 $F-4$ 就是

$\frac{0}{1}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{1}{1}$ 。则 $F-7$ 的项数为_____。

16. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} ，对于任意实数 x, y 均满足 $f(\frac{x+2y}{3}) = \frac{f(x)+2f(y)}{3}$ ，若 $f(2)=1, f(5)=10$ ，则 $f(50)=$ _____。

四、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (10分)

如图1，在梯形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD, AB = AD = \frac{1}{2}CD, \angle ADC = 120^\circ$ ， E 为 CD 中点。将 $\triangle ADE$ 沿 AE 翻折，使点 D 与点 P 重合，如图2。

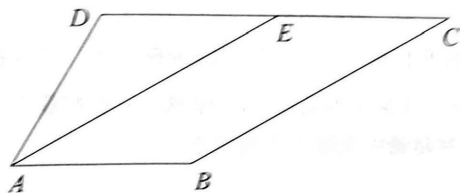


图1

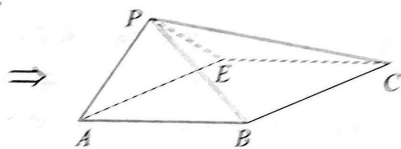


图2

(1) 证明： $PB \perp AE$ ；

(2) 当二面角 $P-AE-B$ 等于 90° 时，求 PA 与平面 PEC 所成角的正弦值。

18. (12分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{\sqrt{3}}{12}b^2$.

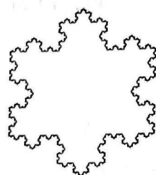
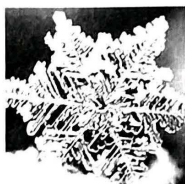
- (1) 若 $A = \frac{\pi}{6}$, 求 $\frac{\sin B}{\sin C}$;
- (2) 求 $\frac{a^2 + c^2}{ac}$ 的最大值.

19. (12分)

已知某排球特色学校的校排球队来自高一、高二、高三三个年级的学生人数分别为7人、6人、2人.

- (1) 若从该校队随机抽取3人拍宣传海报, 求抽取的3人中恰有1人来自高三年级的概率.
- (2) 现该校的排球教练对“发球、垫球、扣球”这3个动作技术进行训练, 且在训练阶段进行了多轮测试. 规定: 在一轮测试中, 这3个动作至少有2个动作达到“优秀”, 则该轮测试记为“优秀”. 已知在某一轮测试的3个动作中, 甲同学每个动作达到“优秀”的概率均为 $\frac{1}{2}$, 乙同学每个动作达到“优秀”的概率均为 $\frac{2}{3}$, 且每位同学的每个动作互不影响, 甲、乙两人的测试结果互不影响. 记 X 为甲、乙二人在该轮测试结果为“优秀”的人数, 求 X 的分布列和数学期望.

20. (12分)



雪花是一种美丽的结晶体，放大任意一片雪花的局部，会发现雪花的局部和整体的形状竟是相似的. 上图是瑞典科学家科赫在 1904 年构造的能够描述雪花形状的图案，其作法如下：

将图①中正三角形的每条边三等分，并以中间的那一条线段为一边向形外作正三角形，再去掉底边，得到图②；

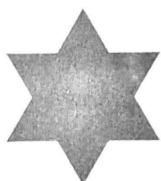
将图②的每条边三等分，重复上述的作图方法，得到图③；

.....

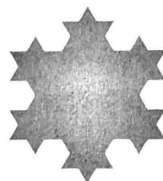
按上述方法，所得到的曲线称为科赫雪花曲线 (koch snowflake).



图①



图②



图③

.....

现将图①、图②、图③、...中的图形依次记为 P_1 、 P_2 、...、 P_n 、...。小明为了研究图形 P_n 的面积，把图形 P_n 的面积记为 a_n ，假设 $a_1 = 1$ ，并作了如下探究：

	P_1	P_2	P_3	P_4	...	P_n
边数	3	12	48	192	...	
从 P_2 起，每一个比前一个图形多出的三角形的个数		3	12	48	...	
从 P_2 起，每一个比前一个图形多出的每一个三角形的面积		$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{9^2}$	$\frac{1}{9^3}$...	

根据小明的假设与思路，解答下列问题.

- 填写表格最后一列，并写出 a_n 与 a_{n-1} ($n \in \mathbf{N}^*$, $n \geq 2$) 的关系式；
- 根据 (1) 得到的递推公式，求 $\{a_n\}$ 的通项公式；
- 从第几个图形开始，雪花曲线所围成的面积大于 $\frac{797}{500}$.

参考数据 ($\lg 3 \approx 0.477$, $\lg 2 \approx 0.301$)

21. (12分)

已知动点 T 为平面内一点, O 为坐标原点, T 到点 $F(1,0)$ 的距离比点 T 到 y 轴的距离大 1, 设点 T 的轨迹为 C .

(1) 求 C 的方程;

(2) 设直线 $l: x = -1$, 过 F 的直线与 C 交于 A, B 两点, 线段 AB 的中点为 M , 过 M 且与 y 轴垂直的直线依次交直线 OA, OB, l 于点 N, P, Q , 直线 OB 与 l 交于点 E . 记 $\triangle AMN$ 的面积为 S_1 , $\triangle EPQ$ 的面积为 S_2 , 判断 S_1, S_2 的大小关系, 并证明你的结论.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = (x - e)\ln x$.

(1) 若直线 $y = (1 - e)x + b$ 与曲线 $y = f(x)$ 相切, 求 b 的值;

(2) 若关于 x 的方程 $f(x) = m$ 有两个实数根 x_1, x_2 ($x_1 < x_2$), 证明: $x_2 - x_1 \leq \frac{em}{e-1} + e - 1$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

