梅州市高三总复习质检试卷（2023.2）

试卷类型：A

数　　学

本试卷共6页，满分150分，考试用时120分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需要改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.

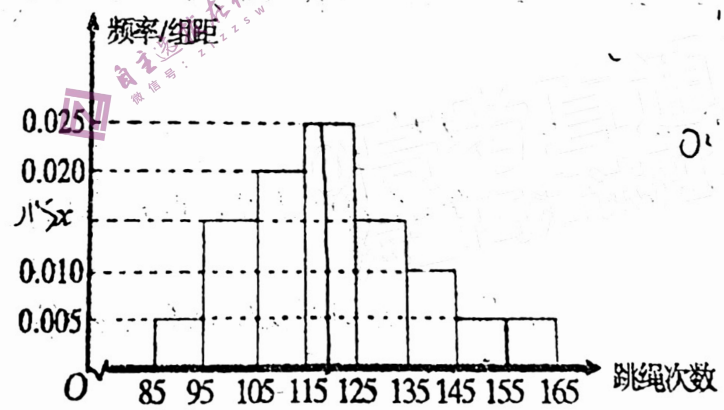
1. 已知复数 z 满足 $(1+i)z=-2i$，i 是虚数单位，则 z 在复平面内的对应点落在

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

2. 已知集合 $M=\{x\,|\,x\cdot(x-4)\le 0\}, N=\{x\,|\,|x-1|<2\}$，则 $M\cap N=$

A．$(-1,4]$　　B．$[0,3)$　　C．$(0,3)$　　D．$[3,4)$

3. 为了了解小学生的体能情况，抽取了某小学四年级100名学生进行一分钟跳绳次数测试，将所得数据整理后，绘制如下频率分布直方图。根据此图，下列结论中错误的是



A．$x=0.015$

B．估计该小学四年级学生的一分钟跳绳的平均次数超过125

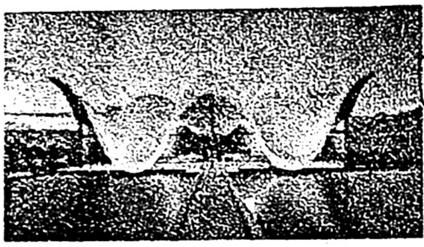
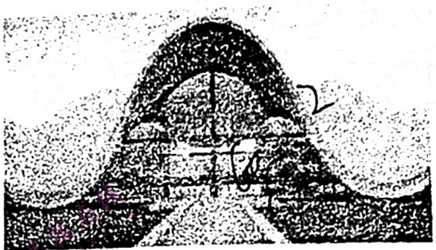
C．估计该小学四年级学生的一分钟跳绳次数的中位数约为119

D．四年级学生一分钟跳绳超过125次以上为优秀，则估计该小学四年级优秀率为35%

4. 已知$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{3}$，则$\cos\left(\frac{2\pi}{3}-2\alpha\right)=$

A. $-\frac{7}{9}$　　B. $\frac{7}{9}$　　C. $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$　　D. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$

5. 由伦敦著名建筑事务所 *SteynStudio* 设计的南非双曲线大教堂惊艳世界，该建筑是数学与建筑完美结合造就的艺术品．若将如图所示的大教堂外形弧线的一段近似看成双曲线$\frac{y^2}{a^2}-\frac{x^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$下支的部分，且此双曲线两条渐近线方向向下的夹角为$60^\circ$，则该双曲线的离心率为

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

6. 若从$0,1,2,3,\cdots 9$这10个整数中同时取3个不同的数，则其和为偶数的概率为

A. $\frac{1}{12}$　　B. $\frac{1}{6}$　　C. $\frac{1}{3}$　　D. $\frac{1}{2}$

7. 某软件研发公司对某软件进行升级，主要是软件程序中的某序列$A=\{a_1,a_2,a_3,\cdots\}$重新编辑，编辑新序列为$A^*=\left\{\frac{a_2}{a_1},\frac{a_3}{a_2},\frac{a_4}{a_3},\cdots\right\}$，它的第$n$项为$\frac{a_{n+1}}{a_n}$，若序列$(A^*)^*$的所有项都是2，且$a_4=1$，$a_5=32$，则$a_1=$

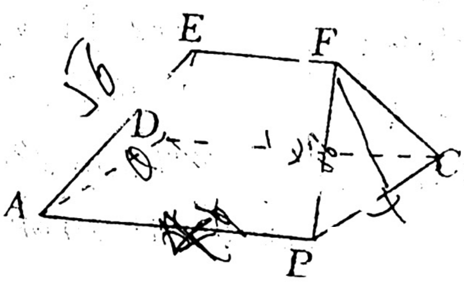
A. $\frac{1}{256}$　　B. $\frac{1}{512}$　　C. $\frac{1}{1024}$　　D. $\frac{1}{2048}$

8.《九章算术》是我国古代著名的数学著作，书中记载有几何体"刍甍"。现有一个刍甍如图所示，底面$ABCD$为正方形，$EF//$平面$ABCD$，四边形$ABFE$，$CDEF$为两个全等的等腰梯形，$EF=\frac{1}{2}AB=2$，且$AE=\sqrt{6}$，

则此刍甍的外接球的表面积为

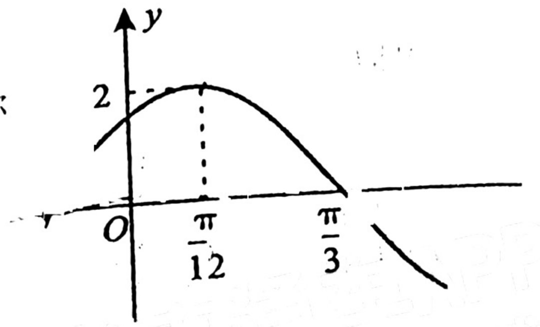
A. 60π　　B. 64π

C. 68π　　D. 72π



二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

函数 $f(x)=2\sin(\omega x+\varphi)(\omega>0,|\varphi|<\pi)$ 的部分图像如图所示，则下列结论正确的是



A. $\omega=2$

B. 函数 $y=f(x)$ 的图像关于直线 $x=\frac{7\pi}{12}$ 对称

C. 函数 $y=f(x)$ 在 $\left[-\frac{2\pi}{3},-\frac{\pi}{6}\right]$ 单调递减

D. 函数 $f\left(x-\frac{\pi}{6}\right)$ 是偶函数

10. 设 S_n 是公差为 $d(d\neq0)$ 的无穷等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则下列命题正确的是

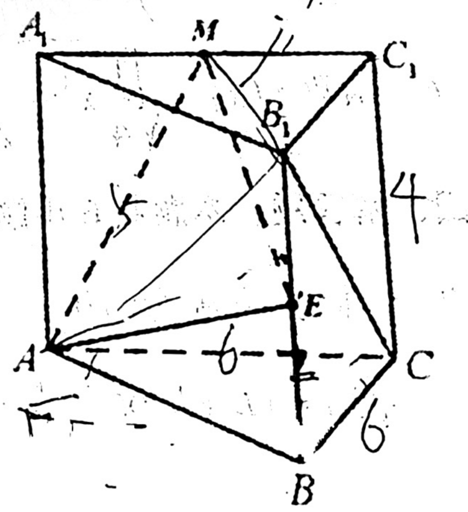
A. 若 $d<0$，则 S_1 是数列 $\{S_n\}$ 的最大项

B. 若数列 $\{S_n\}$ 有最小项，则 $d>0$

C. 若数列 $\{S_n\}$ 是递减数列，则对任意的 $n\in N^*$，均有 $S_n<0$

D. 若对任意的 $n\in N^*$，均有 $S_n>0$，则数列 $\{S_n\}$ 是递增数列

11. 如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$AC=BC=6$，$CC_1=4$，$AC\perp BC$，M 为棱 A_1C_1 的中点，E 为棱 BB_1 上的动点（含端点），过点 A、E、M 作三棱柱的截面 α，且 α 交 B_1C_1 于 Q，则



A. 线段 ME 的最小值为 $\sqrt{45}$

B. 棱 BB_1 上的不存在点 E，使得 $B_1C\perp$ 平面 AEM

C. 棱 BB_1 上的存在点 E，使得 $AE\perp ME$

D. 当 E 为棱 BB_1 的中点时，$MQ=5$

12. 对于定义在区间D上的函数$f(x)$，若满足：$\forall x_1$，$x_2\in D$且$x_1<x_2$，都有$f(x_1)\le f(x_2)$，则称函数$f(x)$为区间D上的"非减函数"，若$f(x)$为区间$[0,2]$上的"非减函数"，且$f(2)=2$，$f(x)+f(2-x)=2$，又当$x\in\left[\frac{3}{2},2\right]$时，$f(x)\le 2(x-1)$恒成立，下列命题中正确的有

A. $f(1)=1$

B. $\exists x_0\in\left[\frac{3}{2},2\right]$，$f(x_0)<1$

C. $f\left(\frac{1}{4}\right)+f\left(\frac{2}{3}\right)+f\left(\frac{25}{18}\right)+f\left(\frac{7}{4}\right)=4$

D. $\forall x\in\left[0,\frac{1}{2}\right]$，$f(f(x))\le -f(x)+2$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13. $(1+x)(2-x)^5$展开式中x^3的系数为________.

14. 在平面直角坐标系中,点$A(2,1)$绕着原点O顺时针旋转60°得到点B，点B的横坐标为________.

15. 甲、乙、丙三人参加数学知识应用能力比赛，他们分别来自A、B、C三个学校，并分别获得第一、二、三名．已知：① 甲不是A校选手；② 乙不是B校选手；③ A校选手不是第一名；④ B校的选手获得第二名；⑤ 乙不是第三名．根据上述情况，可判断出丙是________校选手，他获得的是第________名.

16. 函数$f(x)=\sqrt{\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{4}}+\sqrt{\frac{1}{4}x^4-2x^2-4x+13}$的最小值为________.

四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分10分）在$\triangle ABC$中，内角A,B,C的对边分别为a,b,c，已知$\sqrt{3}a\sin B+b\cos A=2b$.

（1）求内角A；

（2）点M是边BC上的中点，已知$AM=2$，求$\triangle ABC$面积的最大值.

18.（本小题满分 12 分）记S_n是正项数列$\{a_n\}$的前n项和，若存在某正数M，$\forall n\in N^*$，都有$S_n<M$，则称$\{a_n\}$的前n项和数列$\{S_n\}$有界. 从以下三个数列中任选两个，

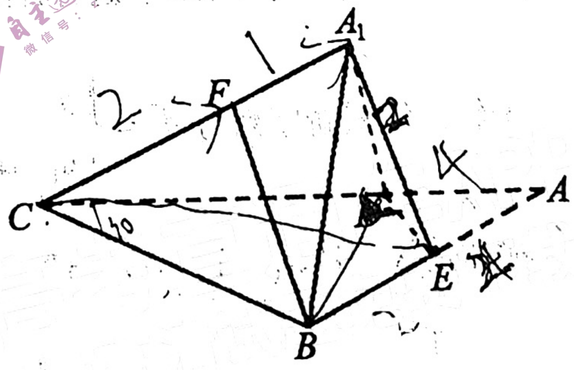
①$\left\{(\frac{1}{2})^n\right\}$；②$\left\{\frac{1}{n^2}\right\}$；③$\left\{\frac{1}{n}\right\}$，

分别判断它们的前n项和数列是否有界，并给予证明.

19.（本小题满分 12 分）如图，在边长为4的正三角形ABC中，E为边AB的中点，过E作$ED\perp AC$于D．把$\triangle ADE$沿DE翻折至$\triangle A_1DE$的位置，连接A_1C、A_1B．

（1）F为边A_1C的一点，若$\overrightarrow{CF}=2\overrightarrow{FA_1}$，求证：$BF//$平面$A_1DE$；

（2）当四面体$C-EBA_1$的体积取得最大值时，求平面A_1DE与平面A_1BC的夹角的余弦值.



20.（本小题满分 12 分）甲、乙、丙、丁四支球队进行单循环小组赛（每两支队比赛一场），比赛分三轮，每轮两场比赛，第一轮第一场甲乙比赛，第二场丙丁比赛；第二轮第一场甲丙比赛，第二场乙丁比赛；第三轮甲对丁和乙对丙两场比赛同一时间开赛，规定：比赛无平局，获胜的球队记3分，输的球队记0分．三轮比赛结束后以积分多少进行排名，积分相同的队伍由抽签决定排名，排名前两位的队伍小组出线．假设四支球队每场比赛获胜概率以近10场球队相互之间的胜场比为参考.

队伍	近10场胜场比	队伍
①甲	7 : 3	乙
②甲	5 : 5	丙
③甲	4 : 6	丁
乙	4 : 6	丙
乙	5 : 5	丁
丙	3 : 7	丁

（1）三轮比赛结束后甲的积分记为 X，求 $P(X=3)$；

（2）若前二轮比赛结束后，甲、乙、丙、丁四支球队积分分别为 3、3、0、6，求甲队能小组出线的概率.

21.（本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=(x^2-2ax)\ln x+\frac{1}{2}x^2$.

（1）当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（2）若 $a>\frac{1}{e}$，讨论函数 $f(x)$ 的零点个数.

22.（本小题满分 12 分）已知动圆 M 经过定点 $F_1(-\sqrt{3},\ 0)$，且与圆 $F_2:(x-\sqrt{3})^2+y^2=16$ 内切

（1）求动圆圆心 M 的轨迹 C 的方程；

（2）设轨迹 C 与 x 轴从左到右的交点为点 A,B，点 P 为轨迹 C 上异于 A,B 的动点，设 PB 交直线 $x=4$ 于点 T，连结 AT 交轨迹 C 于点 Q．直线 AP、AQ 的斜率分别为 k_{AP}、k_{AQ}.

（i）求证：$k_{AP}\cdot k_{AQ}$ 为定值；

（ii）证明直线 PQ 经过 x 轴上的定点，并求出该定点的坐标.