绝密★启用前

2022—2023 学年江西省高二下学期期末调研测试

数　学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x\in\mathbf{N}|x<2\}$，则集合 A 的子集个数为

A. 1　　B. 2　　C. 4　　D. 8

2. 已知命题 p：$\forall x\in\mathbf{R}, 2\,023^x+x^{2\,024}>0$，则 p 的否定是

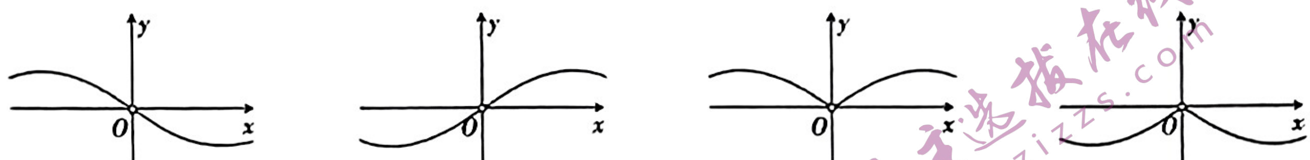
A. $\forall x\in\mathbf{R}, 2\,023^x+x^{2\,024}\leqslant 0$　　B. $\exists x\in\mathbf{R}, 2\,023^x+x^{2\,024}<0$

C. $\exists x\in\mathbf{R}, 2\,023^x+x^{2\,024}\leqslant 0$　　D. $\exists x\in\mathbf{R}, 2\,023^x+x^{2\,024}\neq 0$

3. 函数 $f(x)=\sqrt{x}+x-3$ 的零点所在的区间是

A. $(0,1)$　　B. $(1,2)$　　C. $(2,3)$　　D. $(3,4)$

4. 函数 $f(x)=\dfrac{x^2}{4^{-x}-4^x}$ 的部分图象大致为



A.　　B.　　C.　　D.

5. 中国古代数学著作《九章算术》中有这样一个问题："某贾人擅营，月入益功疾（注：从第 2 个月开始，每月比前一月多入相同量的铜钱），第 3 月入 25 贯，全年（按 12 个月计）共入 510 贯"，则该人第 11 月营收贯数为

A. 64　　B. 65　　C. 68　　D. 70

6. 设 $a=0.2^{0.5}$，$b=0.04^{0.1}$，$c=\log_{0.5}0.2$，则

A. $a>c>b$　　B. $b>c>a$　　C. $c>a>b$　　D. $c>b>a$

7. 已知函数 $f(x)=\ln x-2kx-1$，当 $2\leqslant x_1<x_2\leqslant 8$ 时，恒有 $(x_1-x_2)[f(x_1)-f(x_2)]<0$，则实数 k 的取值范围为

A. $\left[\dfrac{1}{16},+\infty\right)$　　B. $\left[\dfrac{1}{4},+\infty\right)$　　C. $\left(\dfrac{1}{4},+\infty\right)$　　D. $\left[\dfrac{1}{2},+\infty\right)$

8. 北京时间 2023 年 2 月 10 日 0 时 16 分，经过约 7 小时的出舱活动，神舟十五号航天员费俊龙、邓清明、张陆密切协同，圆满完成出舱活动全部既定任务，出舱活动取得圆满成功. 载人飞船进入太空需要搭载运载火箭，火箭在发射时会产生巨大的噪声，已知声音的声强级 $d(x)$（单位：dB）与声强 x（单位：$\mathrm{W/m^2}$）满足关系式：$d(x)=10\lg\dfrac{x}{10^{-12}}$. 若某人交谈时的声强级约为 60 dB，且火箭发射时的声强与此人交谈时的声强的比值约为 $10^{7.8}$，则火箭发射时的声强级约为

A. 125 dB　　B. 132 dB　　C. 138 dB　　D. 156 dB

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分.

9. 已知 $b>a>0$，则下列不等式一定成立的是

A. $b^2>a^2$　　B. $ab>a^2$

C. $-\frac{1}{b}<-\frac{1}{a}$　　D. $\frac{b}{a}-1>0$

10. 已知幂函数 $f(x)=(m-2)x^{m^2-2m}$，则

A. $m=1$

B. $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$

C. $f(-x)=-f(x)$

D. 将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 1 个单位长度得到函数 $g(x)=(x-1)^3$ 的图象

11. 已知函数 $f(x)=xe^x-2e^x+2$，则

A. $f(x)$ 恰有 2 个极值点　　B. $f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上单调递增

C. $f(-0.1)>f(0.2)$　　D. $f(x)$ 的值域为 $[2-e,+\infty)$

12. 提丢斯－波得定则是关于太阳系中行星轨道的一个简单的几何学规则，它是在 1766 年由德国的一位中学老师戴维·提丢斯发现的，后来被柏林天文台的台长波得归纳成一个经验公式来表示，即数列 $\{a_n\}$：0.4，0.7，1，1.6，2.8，5.2，10，19.6，…，表示的是太阳系第 n 颗行星与太阳的平均距离（以天文单位 AU 为单位）. 现将数列 $\{a_n\}$ 的各项乘以 10 后再减 4，得到数列 $\{b_n\}$，可以发现数列 $\{b_n\}$ 从第 3 项起，每项是前一项的 2 倍，则下列说法正确的是

A. 数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n=3\times 2^{n-2}$

B. 数列 $\{a_n\}$ 的第 20 项为 $0.3\times 2^{20}+0.4$

C. 数列 $\{a_n\}$ 的前 10 项和为 157.3

D. 数列 $\{nb_n\}$ 的前 n 项和 $T_n=3(n-1)\cdot 2^{n-1}$

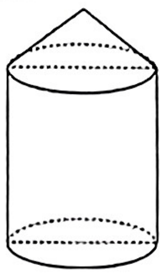
三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 已知函数 $f(x)=x^2+\frac{1}{x}$，则 $f(x)$ 的图象在点 $(2,f(2))$ 处的切线的斜率为________.

14. 已知 $m=2,n=3$，则 $e^{\ln n}+\log_2(mn)-\log_2 n-\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{m}{n}}$ 的值为________

15. 在中国，周朝时期的商高提出了“勾三股四弦五”的勾股定理的特例，其中“弦”指的是直角三角形的斜边. 现将两个全等的直角三角形拼接成一个矩形，若其中一个三角形“弦”的长度为 $2\sqrt{2}$，则该矩形周长的最大值为________.

16. 长征五号 B 运载火箭是专门为中国载人航天工程空间站建设而研制的一款新型运载火箭，是中国近地轨道运载能力最大的新一代运载火箭，长征五号有效载荷整流罩外形是冯·卡门外形（原始卵形）+圆柱形，由两个半罩组成，某学校航天兴趣小组制作整流罩模型，模型近似看作一个圆柱和圆锥组成的几何体，如图所示，若圆锥的母线长为 $2\sqrt{3}$，且圆锥的高与圆柱高的比为 $1:4$，则当圆锥的高为________时，该模型的体积取得最大值，且最大值为________.（第一空 2 分，第二空 3 分）



四、解答题：本题共6小题，共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分)已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n, $S_3=a_1+a_5+3=21$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)记数列$\left\{\frac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$的前$n$项和为$T_n$, 求$T_n$.

18. (12分)已知定义在$[-m,2m-3]$上的函数$f(x)=mx^2-nx-3m+n$是偶函数.

(1)求m,n的值；

(2)求函数$f(x)$在其定义域上的最值.

19. (12分)已知集合$A=\{x|x^2-3x-10<0\}$, $B=\{x|2-m\leqslant x\leqslant 2+m, m>0\}$.

(1)若$m=4$, 求$A\cup B$及$(\complement_R A)\cap B$；

(2)若"$x\in A$"是"$x\in B$"成立的________，求实数m的取值范围.

从"①充分不必要条件，②必要不充分条件"中任选一个，填在上面横线上并进行作答.

注：如选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

20. (12 分)已知函数$f(x)=x^3-\frac{3}{2}x^2+3-a,a\in\mathbf{R}$.

(1)求$f(x)$的极大值与极小值之差;

(2)若函数$f(x)$在区间$[0,3]$上恰有2个零点,求a的取值范围.

21. (12 分)若数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=a_n^2$,则称数列$\{a_n\}$为"平方递推数列". 已知数列$\{a_n\}$中,$a_1=8$,点(a_n,a_{n+1})在函数$f(x)=x^2+4x+2$的图象上,其中n为正整数,

(1)证明:数列$\{a_n+2\}$是"平方递推数列",且数列$\{\lg(a_n+2)\}$为等比数列;

(2)设$b_n=\lg(a_n+2)$,$c_n=2n+7$,$d_n=\begin{cases}b_n,n\text{ 为奇数},\\c_n,n\text{ 为偶数},\end{cases}$求数列$\{d_n\}$的前10项和$S_{10}$.

22. (12 分)已知函数$f(x)=2\ln x-\frac{1}{2}mx^2+1(m\in\mathbf{R})$.

(1)当$m=1$时,证明:$f(x)<1$;

(2)若关于x的不等式$f(x)<(m-2)x$恒成立,求整数m的最小值.

2022—2023 学年江西省高二下学期期末调研测试

数学参考答案

1.【答案】C

【解析】易知 $A=\{0,1\}$，其子集为$\varnothing$，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{0,1\}$，故选 C.

2.【答案】C

【解析】先变量词，再否结论，而“$2\,023^x+x^{2\,024}>0$”的否定是“$2\,023^x+x^{2\,024}\leqslant 0$”，故 p 的否定是：$\exists x\in\mathbf{R}$，$2\,023^x+x^{2\,024}\leqslant 0$，故选 C.

3.【答案】B

【解析】函数 $f(x)=\sqrt{x}+x-3$ 的图象是连续不间断的，易知 $f(x)$ 在定义域上单调递增，且 $f(0)=-3<0$，$f(1)=-1<0$，$f(2)=\sqrt{2}-1>0$，$f(3)=\sqrt{3}>0$，$f(4)=3>0$，所以 $f(1)\cdot f(2)<0$，所以 $f(x)$ 的零点所在的区间是 $(1,2)$，故选 B.

4.【答案】A

【解析】因为 $f(-x)=\dfrac{(-x)^2}{4^x-4^{-x}}=-f(x)$，又函数的定义域为 $\{x\,|\,x\neq 0\}$，故 $f(x)$ 为奇函数，排除 CD；根据指数函数的性质，$y=4^x$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增，当 $x>0$ 时，$x>-x$，故 $4^{-x}<4^x$，则 $f(x)<0$，排除 B，故选 A.

5.【答案】B

【解析】依题意，该人每个月的收入依次排成一列构成等差数列 $\{a_n\}$，其前 n 项和为 S_n，有 $a_3=25$，$S_{12}=510$，设 $\{a_n\}$ 的公差为 d，因此 $\begin{cases}a_1+2d=25,\\12a_1+\dfrac{12\times 11}{2}d=510,\end{cases}$ 解得 $a_1=15$，$d=5$，所以该人第 11 月营收贯数 $a_{11}=a_1+10d=15+10\times 5=65$，故选 B.

6.【答案】D

【解析】$0.2^{0.5}<0.2^{0.2}=0.04^{0.1}<0.2^0=1$，即 $a<b<1$，而 $c=\log_{0.5}0.2>\log_{0.5}0.5=1$，所以 $c>b>a$，故选 D.

7.【答案】B

【解析】依题意可得 $f(x)$ 在区间 $[2,8]$ 上单调递减，则 $f'(x)\leqslant 0$ 在区间 $[2,8]$ 上恒成立. 因为 $f'(x)=\dfrac{1}{x}-2k$，所以 $2k\geqslant\dfrac{1}{x}$ 在区间 $[2,8]$ 上恒成立，而 $y=\dfrac{1}{x}$ 在区间 $[2,8]$ 上单调递减，$\therefore 2k\geqslant\dfrac{1}{2}$，$\therefore k$ 的取值范围是 $\left[\dfrac{1}{4},+\infty\right)$，故选 B.

8.【答案】C

【解析】设人交谈时的声强为 x_1 W/m^2，则火箭发射时的声强为 $10^{7.8}x_1$，且 $60=10\lg\dfrac{x_1}{10^{-12}}$，得 $x_1=10^{-6}$，则火箭发射时的声强约为 $10^{7.8}\times 10^{-6}=10^{1.8}$ W/m^2，将其代入 $d(x)=10\lg\dfrac{x}{10^{-12}}$ 中，得 $d(10^{1.8})=10\lg\dfrac{10^{1.8}}{10^{-12}}=138$ dB，故火箭发射时的声强级约为 138 dB，故选 C.

9.【答案】ABD

【解析】因为 $b>a>0$，所以 $b^2>a^2$，$ab>a\cdot a=a^2$，AB 正确；由不等式的倒数法则可知 $\dfrac{1}{b}<\dfrac{1}{a}$，两边同乘以 -1，得 $-\dfrac{1}{b}>-\dfrac{1}{a}$，C 错误；由 $b>a>0$，得 $\dfrac{b}{a}>1$，$\therefore\dfrac{b}{a}-1>0$，D 正确，故选 ABD.

10.【答案】BC

【解析】由幂函数的定义可知 $m-2=1$，所以 $m=3$，所以 $f(x)=x^3$，其定义域为 $\mathbf{R}$，故 A 错误，B 正确；$f(x)=x^3$ 为奇函数，所以 $f(-x)=-f(x)$，C 正确；将 $f(x)=x^3$ 的图象向左平移 1 个单位长度得到函数 $y=(x+1)^3$ 的图象，故 D 错误，故选 BC.

11.【答案】BCD

【解析】$f'(x)=(x+1)e^x-2e^x=(x-1)e^x$，令$f'(x)=0$，得$x=1$，当$x\in(-\infty,1)$时，$f'(x)<0$，此时$f(x)$单调递减，当$x\in(1,+\infty)$时，$f'(x)>0$，此时$f(x)$单调递增，故$f(x)$恰有一个极小值点1，无极大值点，A错误，B正确；由$f(x)$在$(-\infty,1)$上单调递减，可知$f(-0.1)>f(0.2)$，C正确；由于$f(x)_{\min}=f(1)=2-e$，而当x趋近于$+\infty$时，$f(x)$趋近于$+\infty$，故$f(x)$的值域为$[2-e,+\infty)$，D正确，故选BCD.

12.【答案】CD

【解析】数列$\{a_n\}$各项乘以10后再减4得到数列$\{b_n\}$：0，3，6，12，24，48，96，192，…，故该数列从第2项起构成公比为2的等比数列，所以$b_n=\begin{cases}0,n=1,\\3\times2^{n-2},n\geqslant2,\end{cases}$故A错误；从而$a_n=\frac{b_n+4}{10}=\begin{cases}0.4,n=1,\\0.3\times2^{n-2}+0.4,n\geqslant2,\end{cases}$所以$a_{20}=0.3\times2^{18}+0.4$，故B错误；数列$\{a_n\}$的前10项和为$S_{10}=a_1+a_2+\cdots+a_{10}=0.4+0.3\times(2^0+2^1+\cdots+2^8)+0.4\times(10-1)=4+0.3\times\frac{1-2^9}{1-2}=4+0.3\times2^9-0.3=157.3$，C正确；因为$nb_n=\begin{cases}0,n=1,\\3n\cdot2^{n-2},n\geqslant2,\end{cases}$所以当$n=1$时，$T_1=b_1=0$，当$n\geqslant2$时，$T_n=b_1+2b_2+3b_3+\cdots+nb_n=0+3\times(2\times2^0+3\times2^1+4\times2^2+\cdots+n\cdot2^{n-2})$，$2T_n=0+3\times(2\times2^1+3\times2^2+4\times2^3+\cdots+n\cdot2^{n-1})$，所以$-T_n=0+3\times(2+2^1+2^2+\cdots+2^{n-2}-n\cdot2^{n-1})=3\times\left(2+\frac{2-2^{n-1}}{1-2}-n\cdot2^{n-1}\right)=3(1-n)\cdot2^{n-1}$，所以$T_n=3(n-1)\cdot2^{n-1}$，又当$n=1$时，$T_1=0$也满足上式，所以$T_n=3(n-1)\cdot2^{n-1}$，故D正确，故选CD.

13.【答案】$\frac{15}{4}$

【解析】由题意得$f'(x)=2x-\frac{1}{x^2}$，则$f'(2)=4-\frac{1}{4}=\frac{15}{4}$，即$f(x)$的图象在点$(2,f(2))$处的切线的斜率为$\frac{15}{4}$.

14.【答案】$\frac{32}{9}$

【解析】因为$m=2,n=3$，所以$e^{\ln n}+\log_2(mn)-\log_2 n-\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{m}{n}}=e^{\ln3}+\log_2 6-\log_2 3-\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{2}{3}}=3+\log_2\frac{6}{3}-\left(\frac{2}{3}\right)^{3\times\frac{2}{3}}=\frac{32}{9}$.

15.【答案】8

【解析】解法一：设矩形的一组邻边长为a,b，则该矩形的周长为$2(a+b)$，且$a^2+b^2=8$，而$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab\geqslant(a+b)^2-2\left(\frac{a+b}{2}\right)^2=\frac{1}{2}(a+b)^2$，即$a+b\leqslant\sqrt{2(a^2+b^2)}=4$，当且仅当$a=b=2$时取等号，所以$2(a+b)\leqslant8$，即该矩形周长的最大值为8. 解法二：设矩形的一组邻边长为a,b，则该矩形的周长为$2(a+b)$，且$a^2+b^2=8$，由不等式得$\frac{a+b}{2}\leqslant\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}=\sqrt{\frac{8}{2}}=2$，当且仅当$a=b=2$时取等号，所以$a+b\leqslant4$，所以$2(a+b)\leqslant8$，即该矩形周长的最大值为8.

16.【答案】2　$\frac{208\pi}{3}$(第一空2分，第二空3分)

【解析】设圆锥的高为h，则圆柱的高为$4h$，底面圆半径为$r=\sqrt{12-h^2}$，则该模型的体积$V=\pi r^2\cdot4h+\frac{1}{3}\pi r^2\cdot h=\frac{13}{3}\pi h(12-h^2)=\frac{13}{3}\pi(12h-h^3)$，令$f(x)=-x^3+12x$，则$f'(x)=-3x^2+12$，由$f'(x)=0$得$x=\pm2$，当$0<x<2$时$f'(x)>0$，当$x>2$时$f'(x)<0$，则$f(x)$在$(0,2)$上单调递增，在$(2,+\infty)$上单调递减，当$h=2$时，$V_{\max}=\frac{208\pi}{3}$.

【评分细则】

1. 第13题结果也可写成3.75或写成$3\frac{3}{4}$.

2. 第 14 题结果也可写成 $3\frac{5}{9}$.

17. 解:(1)设$\{a_n\}$的公差为 d,

由已知得$\begin{cases}a_1+a_5=2a_1+4d=18,\\S_3=3a_2=3a_1+3d=21,\end{cases}$(2 分)

解得 $a_1=5,d=2$. (4 分)

故 $a_n=a_1+(n-1)d=2n+3$. (5 分)

(2)$\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{(2n+3)(2n+5)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n+3}-\frac{1}{2n+5}\right)$,(8 分)

所以 $T_n=\frac{1}{2}\left[\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{7}\right)+\left(\frac{1}{7}-\frac{1}{9}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{2n+3}-\frac{1}{2n+5}\right)\right]$

$=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{2n+5}\right)=\frac{1}{10}-\frac{1}{4n+10}$. (10 分)

【评分细则】

第(2)小题的结果若写成$\frac{n}{5(2n+5)}$或$\frac{n}{10n+25}$,不扣分.

18. 解:(1)$\because f(x)$是偶函数,

$\therefore f(x)$的定义域关于原点对称.

又$\because f(x)$的定义域为$[-m,2m-3]$,

$\therefore -m+2m-3=0$,解得 $m=3$. (3 分)

又$\because f(-x)=mx^2+nx-3m+n$,

$\therefore mx^2+nx-3m+n=mx^2-nx-3m+n$,可得 $n=0$. (6 分)

(2)由(1)得$f(x)=3x^2-9$,定义域为$[-3,3]$,

其图象是开口方向朝上,对称轴为直线 $x=0$ 的抛物线的一部分,

$\therefore$ 当 $x=0$ 时 $f(x)_{\min}=f(0)=-9$,(10 分)

当 $x=\pm3$ 时,$f(x)_{\max}=f(\pm3)=3\times9-9=18$. (12 分)

【评分细则】

1. 第(1)小题也可取特殊值列出关于 m,n 的方程组求解,如由$f(-1)=f(1)$,$f(-2)=f(2)$列式求解等,只要结果无误,不扣分.
2. 第(2)小题若只求了最小值或只求了最大值,扣 2 分.

19. 解:(1)由已知得 $A=(-2,5)$,

$\complement_{\mathbf{R}}A=(-\infty,-2]\cup[5,+\infty)$,(2 分)

当 $m=4$ 时,$B=[-2,6]$,

所以 $A\cup B=[-2,6]$,(4 分)

$(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\{-2\}\cup[5,6]$. (6 分)

(2)若选①:"$x\in A$"是"$x\in B$"成立的充分不必要条件,则 A 是 B 的真子集. (8 分)

所以$\begin{cases}m>0,\\2-m\leqslant-2,\text{(10 分)}\\2+m\geqslant5,\end{cases}$

解得 $m\geqslant4$,

所以实数 m 的取值范围是$[4,+\infty)$. (12 分)

若选②:因为"$x\in A$"是"$x\in B$"成立的必要不充分条件,所以 B 是 A 的真子集. (8 分)

所以$\begin{cases}m>0,\\2-m>-2,\text{(10 分)}\\2+m<5,\end{cases}$

解得 $0<m<3$,

所以实数 m 的取值范围是$(0,3)$. (12 分)

【评分细则】

1. 第(1)小题中，结果若写成集合形式不扣分.

2. 第(2)小题中，结果若写成集合形式或不等式形式，均不扣分.

20. 解：(1) $f'(x)=3x^2-3x=3x(x-1)$，(1 分)

令 $f'(x)=0$，解得 $x=0$ 或 $x=1$. (2 分)

当 $x>1$ 或 $x<0$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 单调递增；

当 $0<x<1$ 时，$f'(x)<0$，$f(x)$ 单调递减. (3 分)

所以 $f(x)$ 的极大值为 $f(0)=3-a$，极小值为 $f(1)=\frac{5}{2}-a$. (5 分)

所以 $f(x)$ 的极大值与极小值之差为 $f(0)-f(1)=\frac{1}{2}$. (6 分)

(2) 由(1)可知 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，在 $(1,3]$ 上单调递增，

所以 $f(x)_{\min}=f(1)=\frac{5}{2}-a$，又 $f(0)=3-a$，$f(3)=\frac{33}{2}-a$，(7 分)

因为函数 $f(x)$ 在 $(0,3]$ 上恰有 2 个不同的零点，

所以 $\begin{cases} f(0)>0, \\ f(1)<0, \\ f(3)\geqslant 0, \end{cases}$ 即 $\begin{cases} 3-a>0, \\ \frac{5}{2}-a<0, \\ \frac{33}{2}-a\geqslant 0, \end{cases}$ (9 分)

解得 $\frac{5}{2}<a<3$，

即实数 a 的取值范围为 $\left(\frac{5}{2},3\right)$. (12 分)

【评分细则】

1. 第(2)小题结果写成集合或不等式形式，均不扣分.

2. 第(2)小题若用其他方法求解，酌情给分.

21. (1) 证明：∵ 点 (a_n,a_{n+1}) 在函数 $f(x)=x^2+4x+2$ 的图象上，

∴ $a_{n+1}=a_n^2+4a_n+2$，

∴ $a_{n+1}+2=(a_n+2)^2$，

∴ 数列 $\{a_n+2\}$ 是“平方递推数列”. (3 分)

因为 $\lg(a_1+2)=\lg(8+2)=1>0$，(4 分)

对 $a_{n+1}+2=(a_n+2)^2$ 两边同时取对数得 $\lg(a_{n+1}+2)=2\lg(a_n+2)$，

∴ 数列 $\{\lg(a_n+2)\}$ 是以 1 为首项、2 为公比的等比数列. (6 分)

(2) 解：由(1)知 $b_n=\lg(a_n+2)=1\times 2^{n-1}=2^{n-1}$，(7 分)

所以 $d_n=\begin{cases} 2^{n-1}, n \text{ 为奇数}, \\ 2n+7, n \text{ 为偶数}, \end{cases}$ (9 分)

所以 $S_{10}=(b_1+b_3+b_5+b_7+b_9)+(c_2+c_4+c_6+c_8+c_{10})$

$=\frac{1-4^5}{1-4}+\frac{(2\times 2+7+2\times 10+7)\times 5}{2}$

$=\frac{1}{3}\times(1\ 024-1)+95=436$. (12 分)

【评分细则】

1. 第(1)小题中，若未验证 $\lg(a_1+2)>0$，扣 1 分.

2. 第(2)小题答案若写成 $\frac{1\ 308}{3}$（约去 3 即得 436），扣 1 分.

22. (1)证明:当 $m=1$ 时 $f(x)=2\ln x-\frac{1}{2}x^2+1(x>0)$,

$\therefore f'(x)=\frac{2}{x}-x=\frac{2-x^2}{x}(x>0)$,(1 分)

令 $f'(x)=0$,得 $x=\sqrt{2}$,

当 $x\in(0,\sqrt{2})$ 时 $f'(x)>0$,$f(x)$ 单调递增;

当 $x\in(\sqrt{2},+\infty)$ 时 $f'(x)<0$,$f(x)$ 单调递减,(2 分)

所以 $f(x)$ 在 $x=\sqrt{2}$ 处取得唯一的极大值,即为最大值,

所以 $f(x)_{\max}=f(\sqrt{2})=2\ln\sqrt{2}-\frac{1}{2}\times 2+1=\ln 2$,

所以 $f(x)\leqslant \ln 2$,(4 分)

而 $\ln 2<\ln e=1$,

所以 $f(x)<1$.(5 分)

(2)解:令 $G(x)=f(x)-(m-2)x=2\ln x-\frac{1}{2}mx^2+(2-m)x+1$.

则 $G'(x)=\frac{2}{x}-mx+(2-m)=\frac{-mx^2+(2-m)x+2}{x}$.(6 分)

当 $m\leqslant 0$ 时,因为 $x>0$,所以 $G'(x)>0$,所以 $G(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增,

又因为 $G(1)=-\frac{3}{2}m+3>0$.

所以关于 x 的不等式 $G(x)<0$ 不能恒成立;(7 分)

当 $m>0$ 时,$G'(x)=-\frac{m\left(x-\frac{2}{m}\right)(x+1)}{x}$.

令 $G'(x)=0$,得 $x=\frac{2}{m}$,所以当 $x\in\left(0,\frac{2}{m}\right)$ 时,$G'(x)>0$;当 $x\in\left(\frac{2}{m},+\infty\right)$ 时,$G'(x)<0$.

因此函数 $G(x)$ 在 $\left(0,\frac{2}{m}\right)$ 上单调递增,在 $\left(\frac{2}{m},+\infty\right)$ 上单调递减.(9 分)

故函数 $G(x)$ 的最大值为 $G\left(\frac{2}{m}\right)=\frac{2}{m}-2\ln m+2\ln 2-1$.(10 分)

令 $h(m)=\frac{2}{m}-2\ln m+2\ln 2-1$,因为 $h(1)=1+2\ln 2>0$,$h(2)=0$,$h(3)=2\ln 2-2\ln 3-\frac{1}{3}<0$,

又因为 $h(m)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递减,所以当 $m\geqslant 3$ 时,$h(m)<0$.

所以整数 m 的最小值为 3.(12 分)

【评分细则】

第(2)小题也可用分离参数法求解,此时酌情给分,若过程及结果无误,则给满分.