第 39 届全国中学生物理竞赛预赛试题解答

（2022 年 9 月 3 日 9:00-12:00）

一、　选择题（本题 **60** 分，含 **5** 小题，每小题 **12** 分。在每小题给出的 **4** 个选项中，有的小题只有一项符合题意，有的小题有多项符合题意。将符合题意的选项前面的英文字母写在答题纸对应小题后面的括号内。全部选对的得 **12** 分，选对但不全的得 **6** 分，有选错或不答的得 **0** 分。）

1. D　　2. BC　　3. D　　4. C　　5. B

二、填空题（本题 **100** 分，每小题 **20** 分，每空 **10** 分。请把答案填在答题纸对应题号后面的横线上。只需给出结果，不需写出求得结果的过程。）

6. [$\sqrt{\dfrac{F-\mu mg}{b-\mu c}}$，$\dfrac{bmg-cF}{b-\mu c}$]　　7. [$P=\dfrac{RT_0}{3V_0^2}(4V_0-V)$，$\dfrac{4}{3}RT_0$]　　8. $\left[\dfrac{1}{8},\dfrac{5}{8}\right]$

9. [$380052:2043,\ 380052:2043$]或[$42251:227,\ 42251:227$]

或[$186.0:1,\ 186.0:1$]或[$186.1:1,\ 186.1:1$]

10. [$\sqrt{Y_1Y_2}$，$\dfrac{\sqrt{Y_1Y_2}}{(\sqrt{Y_1}+\sqrt{Y_2})^2}L$]

三、计算题（本题 **240** 分，共 **6** 小题，每小题 **40** 分。计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤，只写出最后结果的不能得分。有数值计算的，答案中必须明确写出数值，有单位的必须写出单位。）

11.

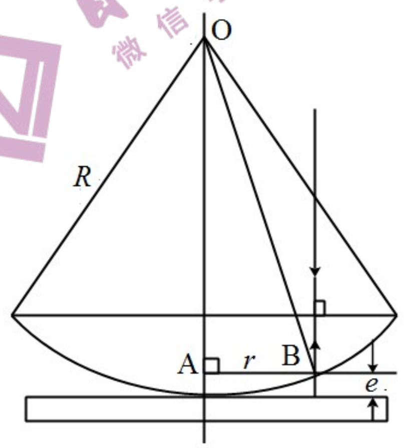
（1）一套平凸-平板透镜相切式干涉装置如解题图 11a 所示，在平行于系统光轴 OA 的光线傍轴垂直(垂直于平板)入射的条件下，即 $e<<R$ 时，在直角三角形 OAB 中，运用勾股定理得

$$(R-e)^2+r^2=R^2 \qquad ①$$

式中，r 是入射光线到系统光轴 OA 的距离，e 是该光线在平板上反射光线所走过的距离。略去 e^2 项（二阶小量），由①式得

$$e=\frac{r^2}{2R} \qquad ②$$

后文的讨论都基于此傍轴垂直入射时的公式。



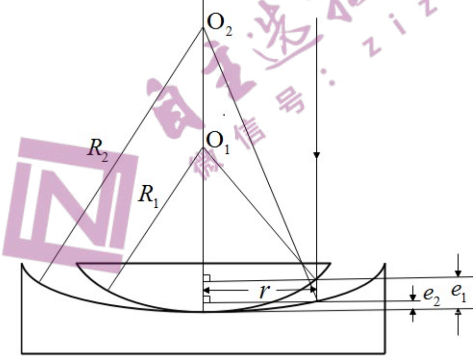
解题图 11a

对于题干图 11a 所示的平凸-平凹内切结构的干涉装置。在平行于系统光轴的光线（与光轴相距 r）傍轴入射的条件下，利用公式②得

$$e_1=\frac{r^2}{2R_1} \qquad ③$$

$$e_2=\frac{r^2}{2R_2}$$ ④

这里，e_1、e_2 是入射光线的延长线分别与两球面的交点到该光线与过两球面内切点的切平面的交点之间的距离，如解题图 11b 所示。



解题图 11b

光线在下、上两个球面反射并相遇时，其光程差为

$$\Delta L=2(e_1-e_2)+\frac{\lambda}{2}$$ ⑤

式中右侧的 $\frac{\lambda}{2}$ 是由于考虑到光线在下面的凹球面上反射时有半波损失的缘故。干涉图案中第 k 级亮环、暗环分别满足条件

$$\Delta L=k\lambda,\quad k=1,2,\cdots,\text{ 亮环}$$
⑥

$$\Delta L=(2k+1)\frac{\lambda}{2},\ k=0,1,2,\cdots,\text{ 暗环（或暗斑）}$$ ⑦

由③④⑤⑥⑦式可得，第 k 级亮环半径为

$$r_k=\sqrt{(k-\frac{1}{2})\lambda\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}}=\sqrt{\frac{(2k-1)\lambda}{2\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)}},\ k=1,2,\cdots.\text{ 亮环}$$ ⑧

第 k 级暗环的半径为

$$r_k=\sqrt{k\lambda\frac{R_1R_2}{R_2-R_1}}=\sqrt{\frac{k\lambda}{\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)}},\ k=0,1,2,\cdots.\text{ 暗环（或暗斑）}$$ ⑨

（2）由⑨式（或⑧式）得，第 $k+m$ 级与第 k 级暗（或亮）环半径之平方差为（m 为任一正整数）

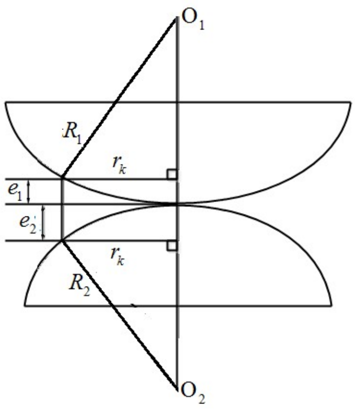
$$r_{k+m}^2-r_k^2=m\lambda\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)^{-1}$$ ⑩

这一分布规律与 k 无关。由⑩式得

$$\lambda=\frac{(r_{k+m}^2-r_k^2)}{m}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)$$ ⑪

此即测量入射单色光波长的公式。

（3）只要制定出关于 R_2 的一套符号法则，即可将第（1）问的结果推广到两凸透镜在顶点外切的平凸-平凸外切结构（见解题图 11c）和平凸-平板外切干涉装置（见解题图 11a）。对 R_2 作符号规定如下：



解题图 11c

当下侧透镜的球心与平凸透镜的球心在公切面同一侧时，规定 $R_2>0$（即下侧为平凹透镜，如解题图 11b 所示）；⑫

当下侧透镜的球心与平凸透镜的球心在公切面不同侧时，规定 $R_2<0$；（即下侧为平凸透镜，如解题图 11c 所示）；⑬

当下侧相切的透镜为平板玻璃时，规定 $R_2=\infty$；（即下侧为平板玻璃，

如解题图 11a 所示）。⑭

这样，平凸-平凹透镜、平凸-平凸透镜、平凸-平板透镜三种干涉装置的干涉条纹规律，均可用公式⑧⑨⑩⑪表示。⑮

评分标准：本题 40 分，

第（1）问 23 分，①②③④式各 2 分，⑤⑥⑦⑧⑨式各 3 分（⑦⑨式未写出 $k=0$ 的不扣分）；

第（2）问 6 分，⑩⑪式各 3 分；

第（3）问 11 分，⑬⑭式各 4 分，⑮式 3 分。

12.

（1）活塞所受重力为

$$G=\rho shg \quad ①$$

活塞上表面所受到的向下的压力为

$$F_w=[\rho_w g(H-h)+P_{atm}]s \quad ②$$

设管下部充的气体为 n mol，气柱高度为 h_a，气体压强为 P。管下部所充气体下表面所受的向上的压强为

$$P=\rho_w(H+h_a)g+P_{atm} \quad ③$$

对于管下部所充气体，由理想气体状态方程知

$$Psh_a=nRT \quad ④$$

当活塞刚好开始上浮时，活塞受力平衡

$$G+F_w=Ps \quad ⑤$$

将①②式代入⑤式，并与③④式联立解得

$$n=\frac{(\rho-\rho_w)}{\rho_w}\frac{\{[\rho h+\rho_w(H-h)]g+P_{atm}\}sh}{RT} \quad ⑥$$

由⑥式和题给数据得

$$n=3.9\times10^2 \quad ⑦$$

（2）先不考虑额外的压力。当活塞顶跟水面齐平时，活塞上表面所受到的向下的压力为

$$F_w'=P_{atm}s \quad ⑧$$

设此时气柱高度为 h_α'，气体压强为 P'。管下部所充气体下表面所受的向上的压强为

$$P'=\rho_w g(h+h_a')+P_{atm} \quad ⑨$$

对于管下部所充气体，由理想气体状态方程知

$$P'sh_a'=nRT \quad ⑩$$

此时活塞受到的向上的合外力为

$$\Delta F=P's-G-F_w' \quad ⑪$$

联立⑨⑩式解得

$$P'=\frac{1}{2}\left[P_{atm}+\rho_w gh+\sqrt{(P_{atm}+\rho_w gh)^2+\frac{4\rho_w gnRT}{s}}\right] \quad ⑫$$

将①⑧⑫式代入⑪式得

$$\Delta F=\frac{1}{2}\left[-P_{\mathrm{atm}}+(\rho_{\mathrm{w}}-2\rho)gh+\sqrt{(P_{\mathrm{atm}}+\rho_{\mathrm{w}}gh)^2+\frac{4\rho_{\mathrm{w}}gnRT}{s}}\right]s \qquad ⑬$$

由力平衡条件、⑬式和题给数据得，

$$F_{外}=\Delta F=5000(\sqrt{505}-19)\ \mathrm{N}=1.7\times10^4\ \mathrm{N} \qquad ⑭$$

评分标准：本题 40 分，

第（1）问 24 分，①②③④⑤式各 4 分，⑥⑦式各 2 分；

第（2）问 16 分，⑧⑨⑩⑪式各 2 分，⑫式 4 分，⑬⑭式各 2 分。

13.

（1）设空间站高度为H，地球半径为R，地球质量为M，空间站质量为m，空间站绕地心 O 转动的周期为T。重力加速度大小为g。由万有引力定律有

$$G\frac{M}{R^2}=g \qquad ①$$

$$G\frac{Mm}{(R+H)^2}=m\frac{v^2}{(R+H)} \qquad ②$$

式中G是引力常量。空间站绕地球转动的周期满足

$$T=\frac{2\pi(R+H)}{v} \qquad ③$$

由①②式得

$$\frac{g}{v^2}R^2-R-H=0$$

由此解得

$$R=\frac{v^2+\sqrt{v^4+4gv^2H}}{2g} \qquad ④$$

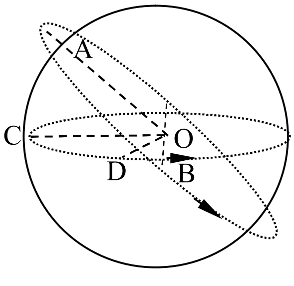
由③④式得

$$T=2\pi\left(\frac{v+\sqrt{v^2+4gH}}{2g}+\frac{H}{v}\right) \qquad ⑤$$

由⑤式和题给数据解得

$$T=5.6\times10^3\ \mathrm{s} \qquad ⑥$$

（2）记空间站轨道平面与赤道面的交线的一段为 OB， B 点在地面赤道上。连接空间站轨道平面与北纬 42° 线的交点 A 和地心 O 点。穿过 A 的经线与赤道交于 C 点，如解题图 13a 所示。由题意可知，空间站从北纬 A 的正上方到赤道正上方走过 1/4 个周期。因此



解题图 13a

$$\angle AOB = \angle COB = \frac{\pi}{2} \quad ⑦$$

式中，$\angle AOB$ 为空间站从北纬 42° 线正上方的位置到赤道所转过的角度，$\angle COB$ 为 A 点与 B 点的经度差。空间站从北纬 A 的正上方到赤道正上方所花时间为

$$\Delta t = \frac{1}{4}T \quad ⑧$$

设地球自转角速度为 ω_0，在空间站绕转的时间 Δt 内，地球转动的角度为

$$\Delta\theta = \omega_0 \Delta t \quad ⑨$$

而

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \quad ⑩$$

B、A 两点的经度之差为（用弧度表示）：

$$\Delta\theta' = \angle COB - \Delta\theta \quad ⑪$$

由⑦⑧⑨⑩⑪式得：

$$\Delta\theta' = \frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{T}{T_0}\right) \quad ⑫$$

由⑥⑫式和题给数据 $T_0 = 24\ \text{h}$，得

$$\Delta\theta' \approx 0.47\pi \approx 84^\circ \quad ⑬$$

评分标准：本题 40 分，

第（1）问 26 分，①②式各 5 分，③④⑤⑥式各 4 分；

第（2）问 14 分，⑦⑧⑨⑩⑪⑫⑬式各 2 分。

14.

（1）在 xOy 系中，由图 14a、b 所示速度图线 v_x-t、v_y-t 可知，在阶段 I（$0 \le t < 5\ \text{s}$），物块 A 做匀加速直线运动，它在 x、y 方向的加速度分别为

$$a_{\text{I}x} = 8.0\ \text{cm/s}^2 \quad ①$$

$$a_{\text{I}y} = 4.0\ \text{cm/s}^2 \quad ②$$

在阶段 II（$5\ \text{s} \equiv t_1 \le t < 10\ \text{s} \equiv t_2$），A 做匀速直线运动。在阶段 III（$10\ \text{s} \le t < 15\ \text{s} \equiv t_3$），A 做类斜抛运动，它在 y 方向做匀速直线运动，在 x 方向做匀加速直线运动，加速度为

$$a_{\text{III}x} = -16\ \text{cm/s}^2 \quad ③$$

由速度图线 v_x-t、v_y-t 可知，在 xOy 系中，物块 A 在 $0 \le t \le 15\ \text{s}$ 内时间段沿 x、y 方向的位移分别为

$$x = (\frac{1}{2} \times 40 \times 5 + 40 \times 5)\ \text{cm} = 3.0\ \text{m} \quad ④$$

$$y = (\frac{1}{2} \times 20 \times 5 + 20 \times 10)\ \text{cm} = 2.5\ \text{m} \quad ⑤$$

在 $t=15\,\text{s}$ 时，物块 A 在 xOy 系中的位置为 $(3.0\text{ m},\ 2.5\text{ m})$ 。

（2）设车厢相对于水平地面在 x' 方向的加速度为 a'_x 。设在某一时刻物块 A 速度方向与 y 轴夹角为 θ。物体 A 在 xOy 系中 x 方向上受到摩擦力和惯性力的作用，由牛顿第二定律有

$$-ma'_x-\mu mg\sin\theta=ma_x \tag{⑥}$$

同理，在 $x'O'y'$ 系中，车厢在 x' 方向所受到的合力满足

$$F'_{合x}(t)=Ma'_x(t) \tag{⑦}$$

车厢在 x' 方向所受到的合力在整个过程中的冲量为

$$I'_{合x}=\int_0^{t_3}F'_{合x}(t)\mathrm{d}t=M\int_0^{t_3}a'_x(t)\mathrm{d}t \tag{⑧}$$

利用⑥式，⑧式可写成

$$I'_{合x}=-M\int_0^{t_3}a_x(t)\mathrm{d}t-\mu Mg\left(\int_0^{t_1}\sin\theta\mathrm{d}t+\int_{t_1}^{t_2}\sin\theta\mathrm{d}t+\int_{t_2}^{t_3}\sin\theta\mathrm{d}t\right) \tag{⑨}$$

由加速度的定义有

$$\int_0^{t_3}a_x(t)\mathrm{d}t=v_{t_3}-0 \tag{⑩}$$

在阶段 I、II，物体 A 相对车厢做初速度为零的直线运动，因此角度 θ 保持不变，其值为

$$\sin\theta_{\mathrm{I,II}}=\left.\frac{v_y}{\sqrt{v_x^2+v_y^2}}\right|_{\mathrm{I}}=\frac{2}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{2\sqrt{5}}{5} \tag{⑪}$$

在阶段 III，在 xOy 系中，有

$$v_{\mathrm{II}y}(t)=v_{\mathrm{II}y}(t_2)$$

$$v_{\mathrm{II}x}(t)=v_{\mathrm{II}x}(t_2)+a_{\mathrm{III}x}(t-t_2)$$

考虑到 $a_{\mathrm{III}x}<0$，物块 A 在阶段 III 做类斜抛运动，θ 随时间改变，但在抛物线顶点两侧的对称点上 θ 恰好反号。于是有

$$\int_{t_2}^{\bar{t}}\sin\theta\mathrm{d}t=-\int_{\bar{t}}^{t_3}\sin\theta\mathrm{d}t$$

或

$$\int_{t_2}^{t_3}\sin\theta\mathrm{d}t=0 \tag{⑫}$$

这意味着在阶段 III 滑动摩擦力在 x 方向上的冲量为零，实际上滑动摩擦力与物块速度方向相反；在阶段 III 的前一半和后一半，物块在 x 方向上的速度方向相反，因此，作用在物块上的滑动摩擦力方向相反；再由运动轨迹的对称性可知，在阶段 III 的前一半和后一半，滑动摩擦力在 x 方向上的冲量正好相互抵消。由⑤⑥⑦⑧⑨⑩⑪⑫式得

$$I'_x = -Mv_{t_3} - \mu M\frac{2\sqrt{5}}{5}gt_2 = -M\left(v_{t_3} + \frac{2\sqrt{5}}{5}\mu gt_2\right) \quad ⑬$$

由⑬与题给数据得

$$I'_x = -1000\times\left(-0.4+\frac{2\sqrt{5}}{5}\times0.2\times10\times10\right)\mathrm{N\cdot s} = -17489\,\mathrm{N\cdot s} = -1.7\times10^4\,\mathrm{N\cdot s} \quad ⑭$$

方向沿 x' 轴负方向。

评分标准：本题 40 分，

第（1）问 15 分，①②③④⑤式各 3 分；

第（2）问 25 分，⑥⑦⑧⑨⑩⑪⑫式各 3 分，⑬⑭式各 2 分。

15.

（1）由于每次出射为一个电子，而动量被通道壁完全反射，故电子沿轴向（纵向）的运动是初速度不为零的匀加速运动，电子的纵向运动加速度为

$$a = \frac{eE}{m} \quad ①$$

设从入口到出口的总时间为 t，由运动学公式得

$$(v_0\cos\theta)t + \frac{1}{2}at^2 = h \quad ②$$

由①②式解得

$$t = \frac{m}{eE}\left(\sqrt{v_0^2\cos^2\theta + 2\frac{eE}{m}h} - v_0\cos\theta\right) \quad ③$$

电子沿横向的运动为匀速运动和完全弹性碰撞。每碰撞一次用时

$$T = \frac{d}{v_0\sin\theta} \quad ④$$

总共碰撞次数为

$$n = \left[\frac{t}{T}\right] = \left[\frac{mv_0\sin\theta}{eEd}\left(\sqrt{v_0^2\cos^2\theta + 2\frac{eE}{m}h} - v_0\cos\theta\right)\right] \quad ⑤$$

这里最外的方括号表示取整操作。

（2）设电子自入射开始直至第 1 次撞击通道壁的过程中，电子沿横向做匀速运动，沿纵向做匀加速运动；电子飞行时间

$$t_0 = \frac{d}{v_0\sin\theta} \quad ⑥$$

轴向飞行距离为

$$h_{0\to1} = (v_0\cos\theta)t_0 + \frac{1}{2}at_0^2 = d\cot\theta + \frac{1}{2}\frac{eE}{m}\left(\frac{d}{v_0\sin\theta}\right)^2 \quad ⑦$$

第 1 次撞击后此电子的纵向动量被吸收，横向动量被垂直出射的 2 个电子均分，则撞出的每个电子的出射横向速度 $v_{\perp,1}$ 和纵向速度 $v_{\parallel,1}$ 分别为

$$v_{\perp,1}=\frac{1}{2}v_0\sin\theta,\ v_{\parallel,1}=0 \qquad ⑧$$

此后每次撞击时，新次级电子的纵向速度重置为零，而横向速度减半，故从撞击开始直至下一次撞击前的运动时间加倍。即在第 i（$i>0$）次和第 $i+1$ 次撞击之间，电子沿轴向运动的距离为

$$h_{i\to i+1}=\frac{1}{2}\frac{eE}{m}t_i^2 \qquad ⑨$$

电子沿轴向运动的距离为

$$t_{i\to i+1}=\frac{d}{v_{\perp,i}} \qquad ⑩$$

而在第 i（$i>0$）次、第 $i+1$ 次撞击后的横向速度满足

$$v_{\perp,i}=\frac{v_{\perp,i-1}}{2} \qquad ⑪$$

每次撞击产生的电子加倍，故欲使信号电量被放大到至少 2^p 倍，则应至少撞击 p 次。故通道长度至少为

$$h=\sum_{i=0}^{p-1}h_{i\to i+1} \qquad ⑫$$

由⑦⑨⑩⑪⑫式得

$$\begin{aligned}h&=d\cot\theta+\frac{1}{2}\frac{eE}{m}\left(\frac{d}{v_0\sin\theta}\right)^2\left[4^0+4^1+\cdots+4^{p-1}\right]\\&=d\cot\theta+\frac{1}{2}\frac{eE}{m}\left(\frac{d}{v_0\sin\theta}\right)^2\frac{4^p-1}{3}\end{aligned} \qquad ⑬$$

（3）在第 1 次撞击之前，⑥⑦⑧式的分析当把 E 置零后仍适用于此问。特别的，在第 1 次撞击前轴向飞行距离为

$$h'_{0\to1}=d\cot\theta. \qquad ⑭$$

由于每次撞击前后，出射电子垂直孔壁方向的速度均减半，故⑧⑪式仍成立。撞击后电子在匀强磁场中电子做圆周运动，圆周的圆心在出射点正下侧孔壁上。洛伦兹力提供向心力。设第 i 次撞击后电子运动半圆半径为 r_i，则有

$$ev_{\perp,i}B=\frac{mv_{\perp,i}^2}{r_i} \qquad ⑮$$

为了使电子射出通道，电子纵向运动距离满足

$$h<h'_{0\to1}+\sum_{i=1}^{\infty}(2r_i) \qquad ⑯$$

由⑧⑪⑮式得

$$r_i=\frac{mv_0\sin\theta}{eB}\left(\frac{1}{2}\right)^i. \qquad ⑰$$

由⑭⑯⑰式得

$$h < h'_{0\to 1} + 2\frac{mv_0\sin\theta}{eB}\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^i = d\cot\theta + \frac{2mv_0\sin\theta}{eB2(1-\frac{1}{2})} = d\cot\theta + \frac{2mv_0\sin\theta}{eB} \quad ⑱$$

评分标准：本题 40 分，

第（1）问 12 分，①②式各 3 分，③④⑤式各 2 分；

第（2）问 16 分，⑥⑦⑧⑨⑩⑪⑫⑬式各 2 分；

第（3）问 12 分，⑭式 2 分，⑮⑯式各 3 分，⑰⑱式各 2 分。

16.

（1）按照波尔模型，氢原子中电子在分立的定态圆轨道上运动。按照波尔量子化条件，在第 n 个定态圆轨道上（或称为氢原子处于第 n 能级上），电子的角动量为

$$L_n = r_n m_e v_n = n\hbar,\ n = 1,2,3,\cdots. \quad ①$$

式中 r_n 、 v_n 是第 n 定态圆轨道上电子运动的轨道半径和的速率。按照库仑定律和牛顿第二定律有

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n^2} = m_e\frac{v_n^2}{r_n} \quad ②$$

联立①②式解得

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2 n^2}{m_e e^2} \quad ③$$

$$v_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 n\hbar} \quad ④$$

环电流大小为

$$I_n = \frac{ev_n}{2\pi r_n} \quad ⑤$$

由③④⑤式得

$$I_n = \frac{m_e e^5}{32\pi^3\varepsilon_0^2\hbar^3 n^3} \quad ⑥$$

（2）设通电流的矩形长为 a 、宽为 b 。依题意，矩形上、下边导线处的磁感应强度 B_1 、 B_2 满足

$$B_1 = B_2 + B'_z b \quad ⑦$$

矩形左、右两导线所受安培力相互抵消，上、下两导线所受安培力分别为

$$F_1 = B_1 Ia \quad ⑧$$

$$F_2 = B_2 Ia \quad ⑨$$

矩形电流所受合力为

$$F = F_1 - F_2 = B'_z Iab = B'_z IS \quad ⑩$$

若电流为逆时针方向，则所受合力方向向上；若电流顺时针方向，则所受合力方向向下。

（3）环形电流和矩形电流在梯度磁场中受力规律相同，因此，氢原子的环电流在梯度磁场中受力为

$$F_n = B_z' I_n S_n \quad ⑪$$

氢原子环电流面积为

$$S_n = \pi r_n^2 = \frac{16\pi^3 \varepsilon_0^2 \hbar^4 n^4}{m_e^2 e^4} \quad ⑫$$

由⑥⑪⑫式得

$$F_n = \frac{ne\hbar B_z'}{2m_e} \quad ⑬$$

氢原子在磁场区做平抛运动，设在磁场区运动时间为t，则出磁场区时有

$$d = v_0 t \quad ⑬$$

$$z_{1n} = \frac{1}{2}\frac{F_n}{m_H}t^2 = \frac{F_n d^2}{2m_H v_0^2} \quad ⑭$$

其中z_{1n}为出磁场区时处于第n能级的氢原子在z方向的位移，此时速度方向与水平方向夹角为α满足

$$\tan\alpha = \frac{\frac{F_n}{m_H}t}{v_0} = \frac{F_n d}{m_H v_0^2} = \frac{z_{1n}}{d/2} \quad ⑮$$

由⑬⑭⑮式得，出磁场区时速度方向的反方向指向磁场区域中心。氢原子击打在接收屏上的位置在z方向偏移为

$$z_{2n} = \left(D + \frac{d}{2}\right)\tan\alpha = \left(D + \frac{d}{2}\right)\frac{F_n d}{m_H v_0^2} = \frac{ne\hbar B_z' d}{2m_H m_e v_0^2}\left(D + \frac{d}{2}\right) \quad ⑯$$

若氢原子的环电流方向反向，则接收屏上位置的偏移相反。故逆时环电流沿针与顺时针方向的原子击打在接收屏上位置之间的距离为

$$z_n = 2z_{2n} = \frac{ne\hbar B_z' d}{m_H m_e v_0^2}\left(D + \frac{d}{2}\right) \quad ⑰$$

评分标准：本题 40 分，

第（1）问 15 分，①②式各 3 分，③④⑤式各 2 分，⑥式 3 分；

第（2）问 9 分，⑦⑧⑨式各 2 分，⑩式 3 分；

第（3）问 16 分，⑪式 3 分，⑫⑬⑭⑮⑯式各 2 分，⑰式 3 分。