

江西省上饶市六校 2023 届高三第二次联考 数学（文科）试题

命题学校：余干中学 命题人：童想宁 刘得方
考试时间：120 分钟 满分：150 分

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \left\{ x \mid \frac{x-4}{x+1} < 0 \right\}$, $B = \{x \mid 0 < x \leq 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $\{x \mid -1 < x < 4\}$ B. $\{x \mid 0 < x \leq 3\}$ C. $\{x \mid -1 < x \leq 3\}$ D. $\{x \mid 0 < x < 4\}$

2. 已知复数 z 满足 $z = \frac{-2i^3}{1-i}$ (其中 i 为虚数单位), 则 z 的值为 ()

A. $-1-i$ B. $-1+i$ C. $1-i$ D. $1+i$

3. 2022 年 10 月 16 日上午 10 时, 举世瞩目的中国共产党第二十次全国代表大会在北京人民大会堂隆重开幕. 某单位组织全体人员在报告厅集体收看. 已知该报告厅共有 16 排座位, 共有 432 个座位数, 并且从第二排起, 每排比前一排多 2 个座位数, 则最后一排的座位数为 ()

A. 12 B. 26 C. 42 D. 50

4. 已知向量 $\vec{a} = (2\sqrt{3}, 2)$, $\vec{b} = (0, -2)$, $\vec{c} = (k, \sqrt{3})$, 若 $\vec{a} - 2\vec{b}$ 与 \vec{c} 共线, 则 $k =$ ()

A. 4 C. 2 D. 1

5. 设 a, b 为两条直线, 则 $a \parallel b$ 的充要条件是 ()

A. a, b 与同一个平面所成角相等 B. a, b 垂直于同一条直线
C. a, b 平行于同一个平面 D. a, b 垂直于同一个平面

6. 已知 $\frac{\pi}{3}$ 是函数 $f(x) = \sin x + a \cos x$ 的一个零点, 将函数 $y = f(2x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度后所得图象的表达式为 ()

A. $y = 2 \sin \left(2x - \frac{7\pi}{6} \right)$

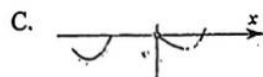
B. $y = 2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{12} \right)$

C. $y = -2 \cos 2x$

D. $y = 2 \cos 2x$

若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq x \\ x + y \leq 2 \end{cases}$, 则 $z = 2x + y + 2023$ 的最大值是 ()

8. 函数 $y = \sin x \cdot \ln \frac{x^2+1}{x^2}$ 中的图像可能是 ()



9. 设圆 C 的方程为 $x^2 + y^2 - 2\sqrt{3}x - 2y = 0$, 则圆 C 围成的圆盘在 x 轴上方的部分为图形 L , 则 L 的面积为 ()

- A. $\frac{8\pi}{3} + \sqrt{3}$ B. $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$ C. $\frac{8\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{2\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}$

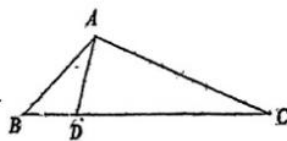
10. 已知双曲线 $E: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 以正方形 $ABCD$ 的两个顶点为焦点, 且经过该正方形的另两个顶点, 设双曲线 E 的一条渐近线斜率为 k , 则 k^2 为 ()

- A. $\sqrt{2} + 1$ B. $\sqrt{2} - 1$ C. $2 + 2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{2} - 2$

11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = \frac{2\pi}{3}$, 点 D 在线段 BC 上,

$AD \perp AC, \frac{BD}{CD} = \frac{1}{4}$, 则 $\cos C =$ ()

- A. $\frac{3\sqrt{21}}{14}$ B. $\frac{5\sqrt{7}}{14}$ C. $\frac{\sqrt{42}}{7}$ D. $\frac{2\sqrt{7}}{7}$



12. 在三棱锥 $P-ABC$ 中 $\angle PBC = \frac{\pi}{4}, PA \perp AB, PA = 6, AB = 8, PC = 5\sqrt{2}$, 则该三棱锥外接球的表面积为 ()

- A. 100π B. 400π C. 50π D. 25π

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知函数 $f(x) = x^2 - 2\ln x$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为_____.

14. 杜甫的“三吏三别”深刻写出了民间疾苦及在乱世中身世飘荡的孤独, 揭示了战争给人民带来的巨大不幸和困苦. “三吏”是指《新安吏》《石壕吏》《潼关吏》, “三别”是指《新婚别》《无家别》《垂老别》. 语文老师打算从“三吏”中选二篇, 从“三别”中选一篇推荐给同学们课外阅读, 那么语文老师选的三篇中含《新安吏》和《无家别》的概率是_____.

15. 已知 α, β 均为锐角, 且 $\sin \alpha = 2\sin \beta, 2\cos \alpha = \cos \beta$, 则 $\sin(\alpha - \beta) =$ _____.

16. 已知 $a < 0$, 不等式 $xe^x + \frac{a \ln x}{x} \geq 0$ 对 $\forall x \in (1, +\infty)$ 恒成立, 则实数 a 的最小值为_____.

三. 解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. 已知公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 a_1, a_2, a_3 成等比数列， $a_2 + a_3 = 6$ 。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 a_n 。

(2) 若 $n \geq 2$ ， $\frac{1}{S_2-1} + \frac{1}{S_3-1} + \dots + \frac{1}{S_n-1} \geq \frac{21}{40}$ ，求满足条件的 n 的最小值。

18. “告诉老墨，我想吃鱼了”这是今年春节期间大火的电视剧《狂飙》里，主角高启强（强哥）的经典台词，而剧中高启强最喜欢吃的就是猪脚面了，可谓是猪脚面的资深代言人。某商家在上饶市某学校旁开一家面馆，主打猪脚面。虽然江西人普遍爱吃辣，但能吃辣的程度也不尽相同。该面馆通过美食协会共获得两种不同特色辣的配方（分别称为 A 配方和 B 配方），并按这两种配方制作售卖猪脚面。按照辣程度定义了每碗猪脚面的辣值（辣值越大表明越辣），得到下面第一天的售卖结果：

A 配方的售卖频数分布表

辣值分组	[80,84)	[84,88)	[88,92)	[92,96)	[96,100]
频数	10	20	42	18	10

B 配方的售卖频数分布表

辣值分组	[80,84)	[84,88)	[88,92)	[92,96)	[96,100]
频数	18	22	38	12	10

定义本面馆猪脚面的“辣度指数”如下表：

辣值	[80,88)	[88,96)	[96,100]
辣度指数	3	4	5

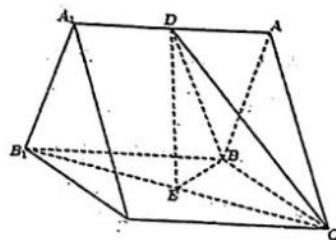
(1) 试分别估计第一天 A 配方，B 配方售卖的猪脚面的辣值的平均数（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表），并比较大小。

(2) 用样本估计总体，将频率视为概率，从当地同时吃过两种配方猪脚面的消费者中随机抽取 1 人进行调查，试估计其评价 A 配方的“辣度指数”比 B 配方的“辣度指数”高的概率。

19. 如图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， $AB = AC = 5$ ，

$BB_1 = BC = 6$ ， D, E 分别是 AA_1 和 B_1C 的中点。

(1) 证明： $DE \perp$ 平面 BB_1C_1C ；



江西省上饶市六校 2023 届高三第二次

(2) 求三棱锥 $D-EBC$ 的体积与三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 体积的比值.

20. 已知函数 $f(x) = ax^2 - (a+2)x + \ln x$.

(1) 当 $a > 0$ 时, 讨论函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当 $a = 0$ 时, 证明: $f(x) < e^x - 2x - 2$ (其中 e 为自然对数的底数)

21. 设抛物线方程为 $y^2 = 2x$, 过点 P 的直线 PA, PB 分别与抛物线相切于 A, B 两点, 且点 A 在 x 轴下方, 点 B 在 x 轴上方.

(1) 当点 P 的坐标为 $(-1, -2)$ 时, 求 $|AB|$;

(2) 点 C 在抛物线上, 且在 x 轴下方, 直线 BC 交 x 轴于点 N . 直线 AB 交 x 轴于点 M , 且 $3|AM| < 2|BM|$.

若 $\triangle ABC$ 的重心在 x 轴上, 求 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle BMN}}$ 的最大值. (注: S 表示三角形的面积)

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

[选修 4-4: 坐标系与参数方程]

22. 在极坐标系中, 圆 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{2}\cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$, 直线 l 的极坐标方程为

$\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = 4$. 以极点为坐标原点, 以极轴为 x 轴的正半轴, 建立平面直角坐标系 xOy .

(1) 求圆 C 及直线 l 的直角坐标方程;

(2) 若射线 $\theta = \alpha (\rho > 0)$ 分别与圆 C 和直线 l 交于 P, Q 两点, 其中 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 求 $\frac{|OQ|}{|OP|}$ 的最小值.

[选修 4-5: 不等式选讲]

23. 已知函数 $f(x) = |x+a| + |x+4a|$.

(1) 若 $a = 1$, 求不等式 $f(x) \leq 7$ 的解集;

(2) 对于任意的正实数 m, n , 且 $3m + 2n = \frac{1}{2}$, 若 $f(x) \geq \frac{mn}{m^2 + n}$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



自主选拔在线

