



# 2023年3月广西高三模拟考试

## 数学(文科)

考生注意:

1. 本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分,共150分,考试时间120分钟.
2. 请将各题答案填写在答题卡上.
3. 本试卷主要考试内容:高考全部内容.

### 第I卷

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 若  $z = 1 - 2i$ , 则  $\bar{z} =$
- A.  $1 - 2i$       B.  $1 + 2i$       C.  $-3 - 4i$       D.  $-3 - 4i$
2. 已知集合  $A = \{x \mid x < 1\}$ ,  $B = \{x \mid -2 < x < 3\}$ , 则  $A \cup B =$
- A.  $\{x \mid x < 3\}$       B.  $\{x \mid -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{4}\}$       C.  $\{x \mid x < \frac{1}{4}\}$       D.  $\{x \mid -\frac{1}{2} < x < \frac{3}{4}\}$
3. 在等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 2, a_3 = 8$ , 则  $a_5 =$
- A.  $\frac{1}{2}$       B.  $\frac{1}{4}$       C.  $\frac{16}{3}$       D.  $\frac{27}{8}$
4. 若双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0)$  的焦距大于 6,  $C$  上一点到两焦点的距离之差的绝对值为  $d$ , 则  $d$  的取值范围是
- A.  $(0, 6)$       B.  $(6, +\infty)$       C.  $(6, +\infty)$       D.  $(3, +\infty)$
5. 从  $O$  点到  $A$  地的距离为 1.5 km, 从  $A$  地到  $B$  地的距离为 2 km, 且  $\vec{OA} \cdot \vec{AB} = -0.6 \text{ km}^2$ , 则  $|\vec{OB}| =$
- A. 2.25 km      B. 2.45 km      C. 5.05 km      D. 7.45 km
6. 南宋时期的龙泉窑粉青釉刻花斗笠盏如图 1 所示, 忽略杯盏的厚度, 这只杯盏的轴截面如图 2 所示, 其中轮廓的曲线是抛物线的一部分, 已知杯盏盛满茶水时茶水的深度为 3 cm, 则该抛物线的焦点到准线的距离为



图 1

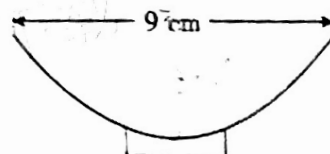


图 2

A.  $\frac{27}{4}$  cm

B.  $\frac{9}{2}$  cm

C.  $\frac{27}{8}$  cm

D.  $\frac{23}{6}$  cm



7. 在长方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB=2, AD=AA_1=1$ , 若从该长方体内随机选取一点  $P$ , 则  $|AP| \leq 1$  的概率为

- A.  $\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{\pi}{6}$                       C.  $\frac{\pi}{8}$                       D.  $\frac{\pi}{12}$

8. 若  $f(x), g(x), h(x)$  分别是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数、奇函数、偶函数, 则下列函数不是偶函数的是

- A.  $y=f(g(x))h(x)$                       B.  $y=f(g(x))+h(x)$   
C.  $y=f(h(x))g(x)$                       D.  $y=f(x)|g(x)|h(x)$

9. 若函数  $f(x)=(ax+1)e^x$  在  $[1, 2]$  上为增函数, 则  $a$  的取值范围是

- A.  $[-\frac{1}{2}, +\infty)$                       B.  $[-\frac{1}{3}, +\infty)$                       C.  $[-\frac{1}{4}, +\infty)$                       D.  $[0, +\infty)$

10. 若  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} y-3 \geq 0, \\ x-y-1 \leq 0, \\ 2x+y-2 \geq 0, \end{cases}$  则  $z=x-2y$  的取值范围是

- A.  $[-2, 1]$                       B.  $[-1, 2]$                       C.  $(-\infty, -2]$                       D.  $[-2, +\infty)$

11. 已知函数  $f(x)=6\cos(\omega x - \frac{\pi}{6})$  ( $\omega > 0$ ), 若在区间  $(0, \frac{2\pi}{3}]$  内恰好存在两个不同的  $x_0$ , 使得  $f(x_0)=3$ , 则  $f(x)$  的最小正周期的最大值为

- A.  $\frac{8\pi}{11}$                       B.  $\frac{2\pi}{3}$                       C.  $\frac{8\pi}{13}$                       D.  $\frac{8\pi}{15}$

12. 若函数  $f(x)=x^2e^x - \ln x$  的最小值为  $m$ , 则函数  $g(x)=x^2e^{x+2} - \ln x$  的最小值为

- A.  $m-1$                       B.  $em+1$                       C.  $m+1$                       D.  $em-1$

## 第 II 卷

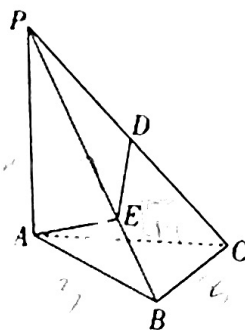
二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 把答案填在答题卡的相应位置.

13. 某市市场监督管理局组织开展市本级食品安全监督抽检, 涉及粮食加工品(252 批次), 食用油(240 批次), 调味品(180 批次), 乳制品(198 批次) 等 20 类食品(共 2712 批次), 要从这 2712 批次食品中按照品类分层抽检 452 批次样品, 则乳制品类要被抽检      批次样品.

14. 写出一个半径为 1, 且与圆  $(x-1)^2 + y^2 = 4$  外切的圆的标准方程:     .

15. 设等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ,  $a_{20}=45, a_{22}=49$ , 则  $S_n =$      , 使  $\frac{56n}{S_n}$  为整数的正整数  $n$  的值的个数为     . (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)

16. 《九章算术》中将四个面都为直角三角形的四面体称为鳖臑. 如图, 在鳖臑  $PABC$  中,  $PA \perp$  平面  $ABC, AB \perp BC, AB=3, BC=\sqrt{5}, PA=4, D, E$  分别为棱  $PC, PB$  上一点, 则  $AE+DE$  的最小值为     .



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17、18 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 19、20 题为选考题，考生根据要求作答。

(一)必考题：共 60 分

17. (12 分)

在  $\triangle ABC$  中，角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ ，已知  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ 。

(1) 证明： $A = B$ 。

(2) 若  $D$  为  $BC$  的中点，从条件  $AD = 1$ ， $\angle C = \frac{\pi}{4}$ ， $\angle CAD = \frac{\pi}{3}$  这三个条件中选取两个作为条件证明另外一个成立。

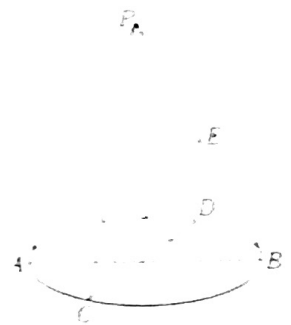
注：若选择不同的组合分别解答，则按第一个解答计分。

18. (12 分)

如图， $P$  为圆锥的顶点， $AB, CD$  为底面圆两条互相垂直的直径， $E$  为  $PB$  的中点。

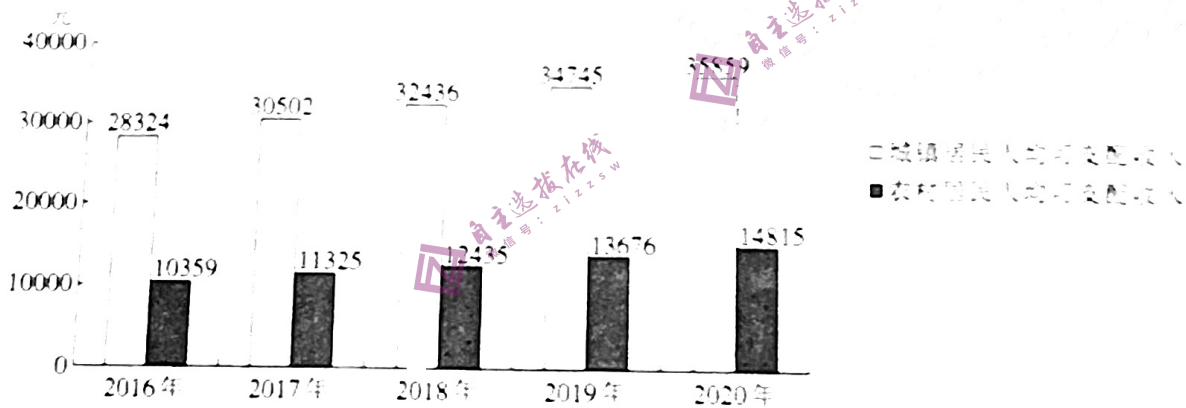
(1) 证明：平面  $PAB \perp$  平面  $PCD$ 。

(2) 若  $AB = 4$ ，且直线  $CE$  与平面  $PCD$  所成角的正切值为  $\frac{1}{2}$ ，求该圆锥的体积。



19. (12 分)

2016~2020 年广西城乡居民人均可支配收入的柱形图如下表所示：



(1) 不考虑价格因素，求广西 2020 年农村居民人均可支配收入的年增长率 (结果精确到 0.1%)。

(2) 现欲了解广西各年城镇居民人均可支配收入  $y$  (单位：元) 与农村居民人均可支配收入  $x$  (单位：元) 是否存在较好的线性关系。设广西 2016 年城镇居民人均可支配收入为  $y_1$  元，农村居民人均可支配收入为  $x_1$  元，2017 年对应的数据分别为  $y_2, x_2$ ，2018 年对应的数据分别为  $y_3, x_3$ ，2019 年对应的数据分别为  $y_4, x_4$ ，2020 年对应的数据分别为  $y_5, x_5$ 。根据图中的五组数据，得到  $y$  关于  $x$  的线性回归方程为  $\hat{y} = 1.71x + m$ ，试问  $y$  关于  $x$  的线性相关系数  $r$  是否大于 0.95，并判断  $y$  与  $x$  之间是否存在较好的线性关系。

参考数据： $1.71 \times \sum_{i=1}^5 (x_i - 12522)^2 \approx 21732390$ ， $\sqrt{\sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2} \approx 6147$ ， $127090 \approx 356$ 。

题, 每个

附: 样本的相关系数,

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

线性回归方程  $\hat{y} = a + bx$  中的系数

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}, \quad a = \bar{y} - b\bar{x}.$$

为条

20. (12分)

已知函数  $f(x) = ax^2 + (a-2)x + \ln x$ .

(1) 设  $a = 0$ .

① 求曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线方程.

② 试问  $f(x)$  有极大值还是极小值? 并说明理由.

(2) 若  $f(x)$  在  $(0, e)$  上恰有两个零点, 求  $a$  的取值范围.

21. (12分)

已知椭圆  $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ , 斜率为 2 的直线  $l$  与椭圆交于  $A, B$  两点, 过点  $B$  作  $AB$  的垂线交椭圆于另一点  $C$ , 再过点  $C$  作斜率为  $-\frac{1}{2}$  的直线交椭圆于另一点  $D$ .

(1) 若  $A$  为该椭圆的上顶点, 求点  $B$  的坐标;

(2) 证明: 直线  $AD$  的斜率为定值.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 两题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C$  的参数方程为  $\begin{cases} x = 2 + \sqrt{5} \cos t, \\ y = 2 + \sqrt{5} \sin t \end{cases}$  ( $t$  为参数). 以坐标原点  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴, 建立极坐标系, 直线  $l_1$  的极坐标方程为  $\rho \cos \theta - 3\rho \sin \theta - 1 = 0$ .

直线  $l_2$  的极坐标方程为  $\theta = \frac{\pi}{4}$ .

(1) 求  $C$  的极坐标方程;

(2) 若直线  $l_1$  与  $C$  相交于  $A, B$  两点,  $P$  为直线  $l_2$  上的动点, 求  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$  的最小值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知正数  $a, b, c$  满足  $a^2 + b^2 + 2c^2 = 4$ .

(1) 若  $a + b + c = 3$ , 证明:  $\frac{1}{5} \leq c \leq 1$ .

(2) 若  $a = b$ , 求  $\frac{b^2 + c^4}{bc} + \frac{bc}{b^4 + c^4}$  的最小值.