绝密 ★ 启用前

理科数学

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，集合 $M=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$N=\{x\in \mathbf{Z}\mid x^2-6x+5<0\}$，则集合 $\complement_U(M\cup N)$ 中的子集个数为 ( )

A. 1　　B. 2

C. 16　　D. 无数个

2. 已知复数 $z_0=\dfrac{8+6\mathrm{i}}{3-4\mathrm{i}}$，其中 i 为虚数单位，且 $|z-z_0|=1$，则复数 z 的模的最大值为 ( )

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

3. 已知 α 是第二象限角，则点 $(\cos(\sin\alpha),\sin(\cos\alpha))$ 所在的象限是 ( )

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

4. 关于椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，有下面四个命题：

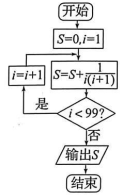
甲：长轴长为 4；　　乙：短轴长为 2；

丙：离心率为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$；　　丁：$\dfrac{a^2}{c}=4$.

如果只有一个假命题，则该命题是 ( )

A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

5. 执行如图所示的程序框图，输出的结果是 S，若 $m=\lg(1-S)$，则 m 的值为 ( )



A. $\dfrac{99}{100}$　　B. $\dfrac{1}{100}$　　C. -2　　D. $\lg 99-2$

6. 数学与生活密不可分，在一次数学讨论课上，老师安排 5 名同学讲述圆、椭圆、双曲线、抛物线在实际生活中的应用，要求每位学生只讲述一种曲线，每种曲线至少有 1 名学生讲述，则可能的安排方案的种数为 ( )

A. 240　　B. 480　　C. 360　　D. 720

7. 在正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 中，下列说法不正确的是 ( )

A. 直线 AC_1 与直线 B_1C 垂直

B. 直线 AC_1 与平面 A_1BD 垂直

C. 三棱锥 $A_1\text{-}C_1BD$ 的体积是正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 的体积的三分之一

D. 直线 AB_1 与直线 BC_1 垂直

8. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(2\cos 75°,2\sin 75°)$，$\boldsymbol{b}=(\cos 15°,-\sin 15°)$，且 $(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp(\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{b})$，则实数 λ 的值为 ( )

A. 8　　B. -8　　C. 4　　D. -4

9. 点 P 是棱长为 2 的正方体 $ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$ 外接球球面上的任意一点，则四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 的体积的最大值为 ( )

A. $\dfrac{4}{3}$　　B. $\dfrac{4(1+\sqrt{3})}{3}$　　C. $\dfrac{4(\sqrt{3}-1)}{3}$　　D. $\dfrac{8}{3}$

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2$，$a_{m+n}=a_m+a_n$，若 $a_{k+1}+a_{k+2}+\cdots+a_{k+10}=310$，则 $k=$ ( )

A. 10　　B. 15　　C. 20　　D. 25

11. 已知函数 $f(x)=2\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{6}\right)+m(\omega>0)$ 的最小正周期为 T，若 $\dfrac{\pi}{3}<T<\pi$，且 $y=f(x)$ 的图象关于 $\left(\dfrac{5\pi}{24},1\right)$ 对称，则 $f\left(\dfrac{\pi}{12}\right)=$ ( )

A. -1　　B. 1　　C. 3　　D. $1+\sqrt{3}$

12. 已知 $x+e^x=y+\ln y$，且 $t=y-x+1$，则实数 t 的最小值为　　（　　）

A. 1　　B. $\dfrac{1}{e}$　　C. 2　　D. $\dfrac{2}{e}$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 直线 $y=\sqrt{3}x+1$ 与抛物线 $x^2=4y$ 交于 A,B 两点，则 $|AB|=$________.

14. 已知圆 C 经过抛物线 $y=x^2-4x-8$ 与 x 轴的交点，且过点 $(0,2)$，则圆 C 的方程为__________.

15. 若二项式 $\left(\sqrt{x}-\dfrac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ 的常数项为 -80，则 $n=$________.

16. 已知函数 $f(x)=e^{-x}-e^x$，若函数 $h(x)=f(x-3)+x+1$，则函数 $h(x)$ 的图象的对称中心为________；若数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2\,022}=6\,066$，则 $h(a_1)+h(a_2)+\cdots+h(a_{2\,022})=$________.

三、解答题：共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选做题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17. （本小题满分 12 分）在 $\triangle ABC$ 中，D 是边 BC 上的点，AD 平分 $\angle BAC$，$\triangle ABD$ 的面积是 $\triangle ACD$ 的面积的两倍.

（1）如图 1，若 $\angle BAC=120°$，且 $|AD|=1$，求 $\triangle ACD$ 的面积；

（2）如图 2，若点 E 在边 AB 上，且 $|BC|=\sqrt{3}|AC|$，$|AE|=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}|AB|$，求 $\tan\angle BCE$ 的值.

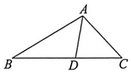


图1

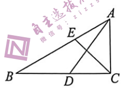
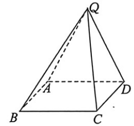


图2

18. （本小题满分 12 分）在四棱锥 Q-$ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是正方形，若 $AD=2$，$QD=QA=\sqrt{5}$，$QC=3$.

（1）证明：平面 $QAD\perp$ 平面 $ABCD$；

（2）若点 P 为四棱锥 Q-$ABCD$ 的侧面 QCD 内（包含边界）的一点，且四棱锥 P-$ABCD$ 的体积为 $\dfrac{4}{3}$，求 BP 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值的最小值.



19. （本小题满分 12 分）为了探讨学生的物理成绩 y 与数学成绩 x 之间的关系，从某校高三学生中抽取 10 名学生，他们的成绩 $(x_i,y_i)(i=1,2,\cdots,10)$ 如下表：

x_i	72	90	96	102	108	117	120	132	138	147
y_i	39	49	53	59	61	69	69	79	80	90

（1）请用相关数据说明该组数据中 y 与 x 间的关系是否可用线性回归模型拟合；

（2）求物理成绩 y 关于数学成绩 x 的线性回归方程；（结果保留三位小数）

（3）从统计的 10 名学生中随机抽取 2 名，求至少有一名学生物理成绩不少于 60 分的概率.

附：参考数据与参考公式

$\sum\limits_{i=1}^{10}x_i$	$\sum\limits_{i=1}^{10}y_i$	$\sum\limits_{i=1}^{10}x_iy_i$	$\sum\limits_{i=1}^{10}x_i^2$	$\sum\limits_{i=1}^{10}y_i^2$	$\dfrac{3\,257.4}{4\,845.6}$	$\sqrt{10\,687\,455.36}$	$\dfrac{3\,257.4}{3\,269.167\,38}$
1 122	648	75 963	130 734	44 196	0.672	3 269.167 38	0.996 4

相关系数 $r=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2\sum\limits_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2}}$，$\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\cdot\overline{x}$.

20.(本小题满分 12 分)已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的离心率为$\sqrt{5}$,且双曲线 C 过点 $A(\sqrt{2},2)$,直线 l 交双曲线 C 于 P,Q 两点(异于点 A),直线 AP,AQ 的倾斜角互补.

(1)求双曲线 C 的标准方程;

(2)求证:直线 l 与直线 $2\sqrt{2}x+y=0$ 平行.

21.(本小题满分 12 分)已知函数 $f(x)=\ln x-ax$.

(1)讨论函数 $f(x)$的单调性;

(2)讨论函数 $f(x)$的零点个数,并证明你的结论.

(二)选做题:共 10 分.

请考生在 22、23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题满分 10 分)[选修 4—4:坐标系与参数方程]

在平面直角坐标系 xOy 中,已知直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=1+\frac{4}{5}t,\\ y=\frac{3}{5}t\end{cases}$($t$ 为参数),抛物线 C 的极坐标方程为 $\rho\sin^2\theta=4\cos\theta$.

(1)求直线 l 和抛物线 C 的直角坐标方程;

(2)求直线 l 被抛物线 C 截得的弦长.

23.(本小题满分 10 分)[选修 4—5:不等式选讲]

已知 a,b,c 是正实数,且 $a+b+c=3$.求证:

(1)$abc\leqslant 1$;

(2)$4a^2+4b^2+c^2\geqslant 6$.