

保密★使用前

泉州市 2021 届高中毕业班质量监测 (五)

2021.05

高三数学

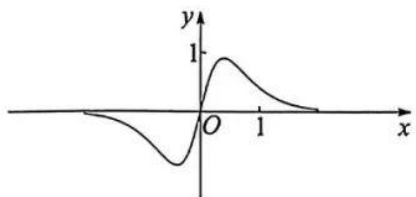
本试卷共 22 题, 满分 150 分, 共 6 页。考试用时 120 分钟。

注意事项:

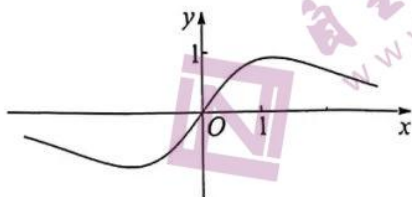
1. 答题前, 考生先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 考生作答时, 将答案答在答题卡上。请按照题号在各题的答题区域(黑色线框)内作答, 超出答题区域书写的答案无效。在草稿纸、试题卷上答题无效。
3. 选择题答案使用 2B 铅笔填涂, 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号; 非选择题答案使用 0.5 毫米的黑色中性(签字)笔或碳素笔书写, 字体工整、笔迹清楚。
4. 保持答题卡卡面清洁, 不折叠、不破损。考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

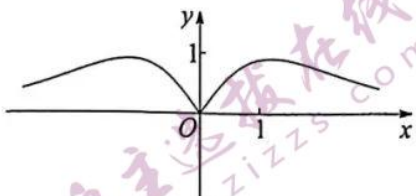
1. 已知复数 $z = 1 + i(a + bi)$, 其中 $a, b \in \mathbf{R}$. 若 z 为纯虚数, 则
A. $a \neq 0, b = -1$ B. $a = 0, b = -1$ C. $a \neq 0, b = 1$ D. $a = 0, b = 1$
2. 设集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$, $B = \{x | x < a\}$. 若 $A \subseteq B$, 则 a 的取值范围为
A. $(-\infty, 1]$ B. $(-\infty, 2]$ C. $[1, +\infty)$ D. $[2, +\infty)$
3. $(x - \frac{1}{x})^3$ 的展开式中 x 的系数为
A. -6 B. -3 C. 3 D. 6
4. 函数 $f(x) = \frac{xe^{x+1}}{e^{2x} + 1}$ 的图象大致为



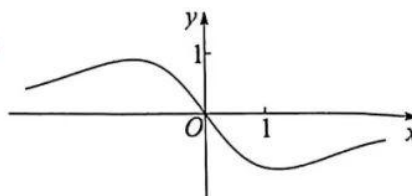
A.



B.

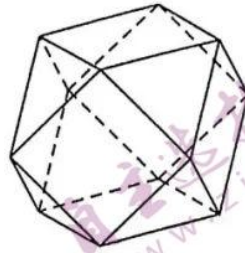


C.



D.

5. 如图是一个由 6 个正方形和 8 个正三角形围成的十四面体, 其所有顶点都在球 O 的球面上. 若十四面体的棱长为 1, 则球 O 的表面积为

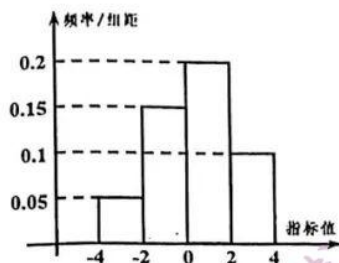


- A. 2π B. 4π
C. 6π D. 8π
6. 甲、乙、丙三人独立解答同一份试卷, 试卷共有 5 题, 每人都至少正确解答其中 3 题, 则下列说法一定正确的是
- A. 至少有 2 题有多于一人正确解答 B. 至少有 1 题三人都正确解答
C. 至少有 1 题三人都无法正确解答 D. 至多有 1 题无人正确解答
7. 已知双曲线 E 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , M, N 是以 F_1 为圆心, $|F_1F_2|$ 为半径的圆与 E 的两交点. 若 $|MF_2| = |NF_2| + |F_1F_2|$, 则 E 的离心率是
- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$
8. 已知函数 $f(x) = 2^x$, $g(x) = x^3 + ax$. 若不等式 $f(x) + g(x) + |f(x) - g(x)| \geq 2x^2$ 在 $[0, +\infty)$ 上恒成立, 则 a 的取值范围为
- A. $[-6, +\infty)$ B. $[-2, +\infty)$ C. $[0, +\infty)$ D. $[\frac{1}{4}, +\infty)$

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 有选错的得 0 分, 部分选对的得 2 分.

9. 已知函数 $f(x) = x + \frac{1}{x}$, $g(x) = \begin{cases} 2^x, & x < 0, \\ \log_2 x, & x > 0, \end{cases}$ 则
- A. $f(g(2)) = 2$ B. $g(f(1)) = 1$
C. 当 $x < 0$ 时, $f(g(x))$ 的最小值为 2 D. 当 $x > 0$ 时, $g(f(x))$ 的最小值为 1
10. 设函数 $f(x) = A \sin(\pi x + \varphi)$ ($A > 0$), 若 $f(\frac{1}{6}) = 0$, 则
- A. $f(x)$ 的最小正周期为 1 B. $f(x + \frac{1}{6})$ 是奇函数
C. $f(x)$ 在 $[0, 6]$ 上恰有 6 个零点 D. $f(x)$ 在 $[-\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$ 上单调递增

11. 某地卫健委为监测当地居民的某健康指标, 随机抽取 100 人, 检测该健康指标的指标值 T ($T \in [-4, 4]$), 并按 $[-4, -2)$, $[-2, 0)$, $[0, 2)$, $[2, 4]$ 四个区间分组制作图表如下所示, 根据下列相关信息, 则

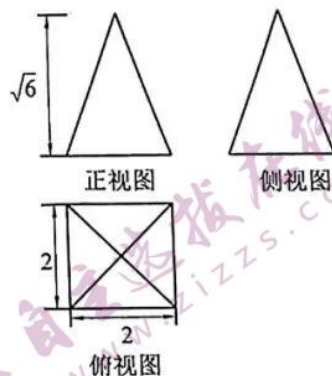


指标区间	$[-4, -2)$	$[-2, 0)$	$[0, 2)$	$[2, 4]$
男、女人数比 (男性:女性)	3:2	2:1	5:3	1:1
城、乡人数比 (城市户口:乡村户口)	1:1	4:1	3:1	1:1

- A. 该地居民的健康指标值 T 的众数的估计值为 1
 B. 该地居民的健康指标值 T 的中位数的估计值为 0
 C. 样本数据中, $T \in [-4, -2)$ 的男性中至少有 1 人是城市户口
 D. 若从该地居民中随机任选 3 人, 恰有 1 人的 $T \in [0, 4]$ 的概率为 $\frac{36}{125}$

12. 四棱锥 $P-ABCD$ 的三视图如图所示, 平面 α 过点 A 且与侧棱 PC 垂直, 则

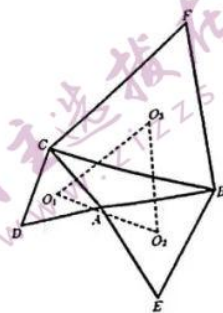
- A. 该四棱锥的表面积为 $4\sqrt{7} + 4$
 B. 该四棱锥的侧面与底面所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{7}}{7}$
 C. 平面 α 截该四棱锥所得的截面面积为 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$
 D. 平面 α 将该四棱锥分成上下两部分的体积比为 1:2



三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知向量 a 与 b 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$, $|a| = |b| = 1$, 则 $\cos \langle a, a+b \rangle =$ _____.
14. 现有甲、乙两类零件共 8 件, 其中甲类 6 件, 乙类 2 件, 若从这 8 件零件中选取 3 件, 则甲、乙两类均被选到的方法共有 _____ 种. (用数字填写答案)
15. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 8$, 直线 $l_1: k_1x - y + 4k_1 = 0$ 和 $l_2: k_2x - y + 4k_2 = 0$, l_1 与圆 O 相切于点 P , l_2 与圆 O 相交于 A, B 两点. 若 $|AB| = 4$, 则 P 到 l_2 的距离为 _____.

16. 拿破仑定理：“以任意三角形的三条边为边，向外构造三个正三角形，则这三个正三角形的中心恰为另一个正三角形的顶点。”利用该定理可为任意形状的市区科学地确定新的发展中心区位置，合理组织人流、物流，使城市土地的利用率，建筑的使用效率达到最佳，因而在城市建设规划中具有很好的应用价值.如图，设 $\triangle ABC$ 代表旧城区，新的城市发展中心 O_1, O_2, O_3 分别为正 $\triangle ACD$ ，正 $\triangle ABE$ ，正 $\triangle BCF$ 的中心. 现已知 $AB=2$ ， $\angle ACB=30^\circ$ ， $\triangle O_1O_2O_3$ 的面积为 $\sqrt{3}$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

17. (10 分)

已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q > 1$ ，且 $a_2 = 2$ ， $a_1 + a_3 = 5$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 在① $b_1 = -2$ ， $S_{n+1} = -(n+1)(n+2)$ ，② $b_1 = 1$ ， $S_n = nb_n$ ，③ $2S_n = 3b_n - 1$ 这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，若问题中的 k 存在，求 k 的最小值；若 k 不存在，说明理由.

问题：设数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，_____，数列 $\{a_n - b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n . 是否存在 k ，使得 $T_k > 100$ ？

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分。

18. (12 分)

$\triangle ABC$ 中， $AB = 2AC$ ，点 D 在 BC 边上， AD 平分 $\angle BAC$.

(1) 若 $\sin \angle ABC = \frac{\sqrt{5}}{5}$ ，求 $\cos \angle BAC$ ；

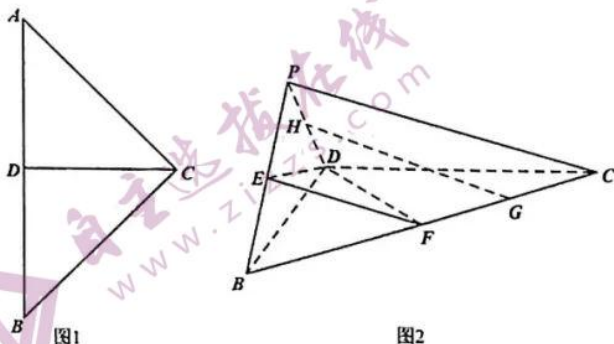
(2) 若 $AD = AC$ ，且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\sqrt{7}$ ，求 BC .

19. (12 分)

如图 1，在等腰直角三角形 ABC 中， CD 是斜边 AB 上的高. 以 CD 为折痕把 $\triangle ACD$ 折起，使点 A 到达点 P 的位置，且 $\angle PBD = 60^\circ$ ， E, F, H 分别为 PB, BC, PD 的中点， G 为 CF 的中点，如图 2.

(1) 求证： $GH \parallel$ 平面 DEF ；

(2) 求直线 GH 与平面 PBC 所成角的正弦值.



20. (12分)

某公司为了了解年宣传费 x (单位: 十万元) 对年利润 y (单位: 十万元) 的影响, 统计甲、乙两个地区 5 个营业网点近 10 年的年宣传费和年利润相关数据, 公司采用相关指标衡量宣传费是否产生利润效益, 产生利润效益的年份用 “+” 号记录; 反之用 “-” 号记录.

年份	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
甲 1	+	+	-	+	+	+	+	-	+	+
甲 2	+	+	+	-	+	+	-	+	+	+
甲 3	+	+	-	+	+	+	+	-	+	+
乙 1	+	-	-	-	+	+	-	-	+	+
乙 2	+	+	-	-	+	+	-	-	-	+

(1) 根据以上信息, 填写下面 2×2 列联表, 并根据列联表判断是否有 95% 的把握认为宣传费是否产生利润效益与地区有关;

	产生利润效益	未产生利润效益	总计
甲地			
乙地			
总计			

(2) 现将甲、乙两地相关数据作初步处理, 得到相应散点图后, 根据散点图分别选择 $\hat{y} = a + b\sqrt{x}$ 和 $\hat{y} = c + d \ln x$ 两个模型拟合甲、乙两地年宣传费与年利润的关系, 经过数据处理和计算, 得到以下表格信息:

	回归方程	残差平方和 $\sum_{i=1}^{10} (y_i - \hat{y}_i)^2$	总偏差平方和 $\sum_{i=1}^{10} (y_i - \bar{y})^2$
甲地	$\hat{y} = -0.28 + 2\sqrt{x}$	0.032	1.021
乙地	$\hat{y} = 1.3 + 1.8 \ln x$	0.142	11.614

根据上述信息, 某同学得出 “因为甲地模型的残差平方和小于乙地模型的残差平方和, 所以甲地的模型拟合度高于乙地” 的判断, 根据你所学的统计知识, 分析上述判断是否正确, 并给出适当的解释;

(3) 该公司选择上述两个模型进行预报, 若欲投入 36 万元的年宣传费, 如何分配甲、乙两地的宣传费用, 可以使两地总的年利润达到最大.

参考公式: 相关指数 $R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$.

附:

$P(K^2 \geq k_0)$	0.05	0.025	0.010
k_0	3.841	5.024	6.635

; $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(a+c)(c+d)(b+d)}$.

高三数学试题 第5页(共6页)

21. (12分)

已知抛物线 $C: x^2 = 2py (p > 0)$ 的焦点为 F , P 为 C 上的动点, Q 为 P 在动直线 $y = t (t < 0)$ 上的投影. 当 $\triangle PQF$ 为等边三角形时, 其面积为 $4\sqrt{3}$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 设 O 为原点, 过点 P 的直线 l 与 C 相切, 且与椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ 交于 A, B 两点, 直线 OQ 与 AB 交于点 M . 试问: 是否存在 t , 使得 $|AM| = |BM|$ 恒成立? 若存在, 求 t 的值; 若不存在, 请说明理由.

22. (12分)

已知函数 $f(x) = a \ln x + x + a$, $g(x) = xe^x$.

(1) 当 $a = 1$ 时, 求函数 $F(x) = g(x) - f(x)$ 的最小值;

(2) 若 $f(x)$ 存在两个零点 x_1, x_2 , 求 a 的取值范围, 并证明 $x_1 x_2 > 1$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。

总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》