

2022-2023 学年度下学期第二次阶段性模拟试卷
高一数学参考答案

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	C	D	C	B	A	D	B	AD	AC	ABD	BCD

13. $\sqrt{5}$

14. $2\sqrt{3}$

15. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$

16. (1) $\theta = \frac{\pi}{4}$; (2) $67-42\sqrt{2}$ 平方米. (第一空 2 分, 第二空 3 分)

17. (1) $\tan \alpha = \tan \left[\left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) - \frac{\pi}{4} \right] = \frac{\tan \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) - \tan \frac{\pi}{4}}{1 + \tan \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right) \tan \frac{\pi}{4}} = \frac{2-1}{1+2 \times 1} = \frac{1}{3},$

$\therefore \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{3}, \therefore \cos \alpha = 3 \sin \alpha, \therefore \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 10 \sin^2 \alpha = 1,$

又 $\because \alpha$ 的终边位于第三象限角, $\therefore \sin \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{10}, \therefore \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\frac{3\sqrt{10}}{10},$

$\therefore 2 \sin \alpha + \cos \alpha = -\frac{\sqrt{10}}{2},$

(2) $\frac{1 + \sin 2\alpha + \cos 2\alpha}{1 + \sin 2\alpha - \cos 2\alpha} = \frac{1 + \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{1 - \cos 2\alpha + \sin 2\alpha} = \frac{2 \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha}{2 \sin^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha}$
 $= \frac{1 + \tan \alpha}{\tan^2 \alpha + \tan \alpha} = \frac{1}{\tan \alpha} = 3.$

18. 证明: (I) 因为 $BC \parallel AD$, $BC \subset$ 平面 SAD , $AD \subset$ 平面 SAD , 所以 $BC \parallel$ 平面 SAD ,
 而平面 $SBC \cap$ 平面 $SAD = l$, $BC \subset$ 平面 SBC , 所以 $l \parallel BC$.
 (II) 因为 $SA \perp$ 平面 $ABCD$, $BD \subset$ 平面 $ABCD$, 所以 $SA \perp BD$,
 因为四棱锥 $S-ABCD$ 的底面是正方形, 所以 $BD \perp AC$,
 而 SA 与 AC 相交, SA 与 AC 都在平面 SAC 内, 所以 $BD \perp$ 平面 SAC ,
 又 $BD \subset$ 平面 SBD , 所以平面 $SAC \perp$ 平面 SBD .

19. (1) 由题意得 $\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 得 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$. 因为 $(2\vec{a} - \vec{b}) \perp (k\vec{a} - \vec{b})$,

所以 $(2\vec{a} - \vec{b}) \cdot (k\vec{a} - \vec{b}) = 2k\vec{a}^2 + 3\vec{b}^2 - (3k+2)\vec{a} \cdot \vec{b} = 10k+6 - (3k+2) = 7k+4 = 0$ 得 $k = -\frac{4}{7}$;

(2) 由题意得 $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = -\vec{a} + m\vec{b} = -2\vec{a} + 3m\vec{b}$,

$\vec{BC} = \vec{OC} - \vec{OB} = (m-1)\vec{a} + (m-1)\vec{b} = \vec{a} - m\vec{b} = m\vec{a} - \vec{b}$

因为 A, B, C 三点共线, 且点 B 在线段 AC 上, 所以 $\vec{AB} = \lambda \vec{BC}$

即 $-2\vec{a} + 3m\vec{b} = \lambda(m\vec{a} - \vec{b})$, 得 $\begin{cases} \lambda m = -2, \\ 3m = -\lambda, \end{cases}$ 解得 $\lambda = \pm\sqrt{6}$, 故 $m = \frac{-2}{\lambda} = \pm\frac{\sqrt{6}}{3}$.



20. (1) 因为 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{2\pi}{3}\right)$ 上单调, 所以 $\frac{T}{2} \geq \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$,

因为 $T = \frac{2\pi}{\omega}$, 且 $\omega > 0$, 解得 $0 < \omega \leq 2$;

又因为 $x = \frac{\pi}{6}$ 是函数 $f(x)$ 的对称轴, 所以 $\frac{\pi}{6} \times \omega + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$;

若选条件①: 因为函数 $f(x)$ 的图象经过点 $A\left(0, \frac{1}{2}\right)$, 所以 $\sin \varphi = \frac{1}{2}$,

因为 $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$, 所以 $\varphi = \frac{\pi}{6}$, 所以 $\frac{\pi}{6} \times \omega + \frac{\pi}{6} = k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$, 即 $\omega = 6k + 2 (k \in \mathbb{Z})$,

当 $k = 0$ 时, $\omega = 2$, 满足题意, 故 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$.

若选条件②: 因为 $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$ 是 $f(x)$ 的对称中心, 所以 $\frac{\pi}{3} \times \omega + \varphi = m\pi (m \in \mathbb{Z})$,

所以 $\begin{cases} \frac{\pi}{6} \times \omega + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 0 < \omega \leq 2 \end{cases} (k, m \in \mathbb{Z})$, 此方程无解, 故条件②无法解出满足题意的函数解析式.

若条件③: 因为 $\left(\frac{5\pi}{12}, 0\right)$ 是 $f(x)$ 的对称中心, 所以 $\frac{5\pi}{12} \times \omega + \varphi = t\pi (t \in \mathbb{Z})$,

所以 $\begin{cases} \frac{\pi}{6} \times \omega + \varphi = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ 0 < \omega \leq 2 \end{cases} (k, t \in \mathbb{Z})$, 解得 $\begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{6} \\ \omega = 2 \end{cases}$, 所以 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$.

(2) 由 (1) 知 $f(x) = \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right)$,

因为 $x \in \left[m, \frac{\pi}{2}\right]$, 所以 $2x + \frac{\pi}{6} \in \left[2m + \frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{6}\right]$, 又 $y = f(x)$ 在 $\left[m, \frac{\pi}{2}\right]$ 上的值域为 $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$,

所以 $-\frac{\pi}{6} \leq 2m + \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2}$, 解得 $-\frac{\pi}{6} \leq m \leq \frac{\pi}{6}$, 即 $m \in \left[-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}\right]$.

21. (1) 因为 $b \cos\left(\frac{3\pi}{2} + A\right) + \sin(\pi + B) \sqrt{\frac{6}{1 - \cos 2C}} = 0$, 则 $b \sin A - \sin B \sqrt{\frac{6}{1 - (1 - 2\sin^2 C)}} = 0$,

整理得 $b \sin C \sin A - \sqrt{3} \sin B = 0$, 由正弦定理可得 $b \sin A - \frac{\sqrt{3}b}{c} = 0$, 故 $c \sin A = \sqrt{3}$.

(2) 因为 $2(b \sin C - a \tan C) = c \tan C$, 由 $\tan C$ 存在, 则 $\cos C \neq 0$,

两边同乘以 $\cos C$ 可得: $2(b \sin C \cos C - a \sin C) = c \sin C$,

又因为 $C \in (0, \pi)$, 则 $\sin C \neq 0$, 可得 $2b \cos C - 2a = c$,

由余弦定理可得 $2b \times \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} - 2a = c$, 整理得 $a^2 + c^2 - b^2 = -ac$,



可得 $\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = -\frac{1}{2}$, 且 $B \in (0, \pi)$, 则 $B = \frac{2\pi}{3}$,

由 (1) 可知: $b \sin C \sin A - \sqrt{3} \sin B = 0$, 可得 $b \sin C \sin A = 2 \sin^2 B$,

由正弦定理可得 $abc = 2b^2$, 即 $ac = 2b$,

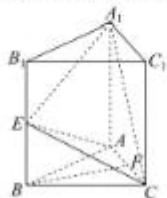
由余弦定理可得 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B = a^2 + c^2 + ac \geq 3ac$,

当且仅当 $a = c$ 时, 等号成立, 可得 $b^2 \geq 6b$, 可得 $b \geq 6$, 即 $ac = 2b \geq 12$,

故 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ac \sin B \geq \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$,

由题意可得: $\lambda \leq 3\sqrt{3}$, 故实数 λ 的取值范围为 $(-\infty, 3\sqrt{3}]$.

22. (1) 取 AC 的中点 F , 连接 BF , 如图所示:



因为 $AB = BC$, F 为 AC 中点, 所以 $BF \perp AC$.

又因为 $AA_1 \perp$ 平面 ABC , $BF \subset$ 平面 ABC , 所以 $AA_1 \perp BF$.

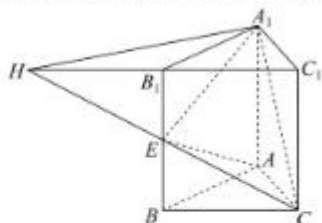
又因为 $AA_1 \cap AC = A$, 所以 $BF \perp$ 平面 A_1AC .

又因为 $BE \parallel AA_1$, $BE \subset$ 平面 A_1AC , $AA_1 \subset$ 平面 A_1AC , 所以 $BE \parallel$ 平面 A_1AC ,

$BF = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$, $S_{\triangle A_1AC} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$,

所以 $V_{A_1-A_1CE} = V_{E-A_1AC} = V_{B-A_1AC} = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} \times 2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

(2) 延长 CE 交 B_1C_1 的延长线于点 H , 连接 A_1H , 如图所示:



因为 $BB_1 \parallel CC_1$, E 是棱 BB_1 的中点, 所以 B_1 是 HC_1 的中点.

所以 $HB_1 = B_1C_1 = A_1B_1$, 即 $A_1H \perp A_1C_1$.

因为 $CC_1 \perp$ 平面 A_1HC_1 , $AH \subset$ 平面 A_1HC_1 , 所以 $A_1H \perp CC_1$.

又因为 $A_1H \perp CC_1$, $A_1H \perp A_1C_1$, $CC_1 \cap A_1C_1 = C_1$, 所以 $A_1H \perp$ 平面 A_1ACC_1 .

又 $A_1C \subset$ 平面 A_1ACC_1 , 所以 $A_1H \perp A_1C$,

所以 $\angle C_1AC$ 为平面 A_1EC 与平面 $A_1B_1C_1$ 所成二面角的平面角,

因为正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $AB = AA_1$, 所以 $\angle C_1AC = 45^\circ$,

即此三棱柱不是“黄金棱柱”.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服

务平台。总部坐落于北京, 旗下拥有网站 (网址: www.zizzs.com) 和微信公众平台等媒体矩阵, 用户群体涵盖

全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线

自主选拔在线
zizzsw



自主选拔在线
微信号：zizzsw

自主选拔在线
微信号：zizzsw

自主选拔在线
微信号：zizzsw