



2022-2023 第一学期期末测试

高三数学

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

- 已知集合 $A = \{x | x^2 - 6x + 5 \leq 0\}$, $B = \{x | y = \sqrt{x-3}\}$, 则 $A \cap B$ 等于()
 A. $[1,3]$ B. $[1,5]$ C. $[3,5]$ D. $[1, +\infty)$
- 若复数 z 满足: $z = 1+i$, 则 $z^2 - 2z$ 的共轭复数的虚部为 ()
 A. -2 B. i C. 0 D. 2
- 我国古代数学名著《算法统宗》中说:“九百九十六斤棉, 赠分八子做盘缠, 次第每人多十七, 要将第八数来言, 务要分明依次第, 孝和休惹外人传。”意为:“996 斤棉花, 分别赠送给 8 个子女做旅费, 从第 1 个孩子开始, 以后每人依次多 17 斤, 直到第 8 个孩子为止, 分配时一定要按照次序分, 要顺从父母, 兄弟间和气, 不要引得外人说闲话。”在这个问题中, 第 8 个孩子分到的棉花为 ()
 A. 184 斤 B. 176 斤 C. 65 斤 D. 60 斤
- 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(2, \sigma^2)$, 且 $P(-1 < X \leq 2) = 3P(X > 5)$, 则 $P(-1 < X \leq 5) = 0.75 =$ ()
 A. 0.5 B. 0.625 C. 0.75 D. 0.875
- 已知 $\cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{3}{4}$, 则 $\sin\left(\alpha - \frac{25\pi}{6}\right) =$ ()
 A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{14}}{4}$ C. $\pm \frac{\sqrt{14}}{4}$ D. $\pm \frac{\sqrt{3}}{4}$
- 设 F_1, F_2 是椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的两个焦点, P 是椭圆上一点, 且点 P 到两个焦点的距离之差为 1, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积为 ()
 A. 2 B. 3 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{2}$
- 已知函数 $f(x) = 4\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\omega x}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) - 1 (\omega > 0)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}\right]$ 上单调递增, 且在区间 $[0, \pi]$ 上只取得一次最大值, 则 ω 的取值范围是 ()
 A. $\left[0, \frac{3}{4}\right]$ B. $\left(0, \frac{8}{9}\right]$ C. $\left[\frac{2}{3}, \frac{8}{9}\right]$ D. $\left[\frac{3}{4}, \frac{8}{9}\right]$
- 定义在 \mathbb{R} 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+1) = \frac{1}{3}f(x)$, 且当 $x \in [0, 1)$ 时, $f(x) = 1 - |2x - 1|$. 若对 $\forall x \in [m, +\infty)$, 都有 $f(x) \leq \frac{2}{81}$, 则 m 的取值范围是 ()

- A. $\left[\frac{10}{3}, +\infty\right)$ B. $\left[\frac{11}{3}, +\infty\right)$
C. $\left[\frac{13}{3}, +\infty\right)$ D. $\left[\frac{14}{3}, +\infty\right)$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分。

9. 古希腊著名数学家阿波罗尼斯发现：平面内到两定点 A, B 的距离之比为定值 λ ($\lambda \neq 1$) 的点的轨迹是圆，此圆被称为“阿波罗尼斯圆”。在平面直角坐标系 xOy 中， A

公众号高中借课堂

$(-2, 0)$, $B(4, 0)$, 点 P 满足 $\frac{|PA|}{|PB|} = \frac{1}{2}$. 设点 P 的轨迹为 C , 则下列结论正确的是

()

- A. 轨迹 C 的方程为 $(x+4)^2 + y^2 = 9$
B. 在 x 轴上存在异于 A, B 的两点 D, E 使得 $\frac{|PD|}{|PE|} = \frac{1}{2}$
C. 当 A, B, P 三点不共线时，射线 PO 是 $\angle APB$ 的平分线
D. 在 C 上存在点 M , 使得 $|MO| = 2|MA|$
10. 已知函数 $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$, 若 $f(x)$ 在 $[0, a]$ 上的值域是 $\left[-1, \frac{1}{2}\right]$, 则实数 a 的可能取值为 ()

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. $\frac{2\pi}{3}$ C. $\frac{4\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{3}$

11. 对于伯努利数 $B_n (n \in \mathbb{N})$, 有定义: $B_0 = 1, B_n = \sum_{k=0}^n C_n^k B_k (n \geq 2)$. 则 ()

- A. $B_2 = \frac{1}{6}$ B. $B_4 = \frac{1}{30}$
C. $B_6 = \frac{1}{42}$ D. $B_{2n+3} = 0$

12. 已知函数 $f(x) = \sin(2\omega x + \varphi)$ (ω 为正整数, $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的最小正周期 $T \in \left(\frac{3\pi}{4}, \frac{3\pi}{2}\right)$, 将函数 $f(x)$ 的图象向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度后所得图象关于原点对称, 则下列关于函数

$f(x)$ 的说法正确的是 ()

- A. $-\frac{\pi}{6}$ 是函数 $f(x)$ 的一个零点 B. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{5\pi}{12}$ 对称
C. 方程 $f(x) = \frac{1}{2}$ 在 $[0, \pi]$ 上有三个解 D. 函数 $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right)$ 上单调递减

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分

13. 一个布袋中，有大小、质地相同的 4 个小球，其中 2 个是红球，2 个是白球，若从

中随机抽取 2 个球，则所抽取的球中至少有一个红球的概率是_____.

14. 已知抛物线 $C: x^2 = 4y$ 的焦点为 F ，过点 F 作倾斜角为 60° 的直线 l 交 C 于 A, B 两点，过 A, B 分别作 C 的切线 l_1, l_2 ， l_1 与 l_2 交于点 P ， l_1, l_2 与 x 轴的交点分别为 M, N ，则四边形 $PMFN$ 的面积为_____.

15. 已知函数 $f(x) = (x^2 + x)(x^2 - 5x + 6)$ ，则 $f(x)$ 的最小值为_____.

16. 已知函数 $f(x) = \left| x + \frac{1}{x} \right| + \left| m - x + \frac{1}{m - x} \right| - a$ 有六个不同零点，且所有零点之和为 3，则 a 的取值范围为_____.

四、解答题；本题共 6 个小题，共 70 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

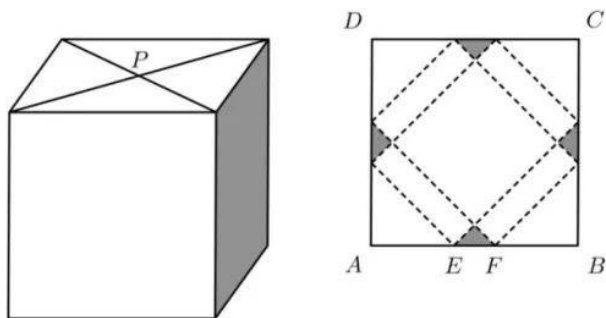
17. 某电视台“挑战主持人”节目的挑战者闯第一关需要回答三个问题，其中前两个问题回答正确各得 10 分，回答不正确得 0 分，第三个问题回答正确得 20 分，回答不正确得 -10 分。如果一位挑战者回答前两个问题正确的概率都是 $\frac{2}{3}$ ，回答第三个问题正确的概率为 $\frac{1}{2}$ ，且各题回答正确与否相互之间没有影响。若这位挑战者回答这三个问题的总分不低于 10 分就算闯关成功。

(1) 求至少回答对一个问题的概率。

(2) 求这位挑战者回答这三个问题的总得分 X 的分布列。

(3) 求这位挑战者闯关成功的概率。

18. 请你设计一个包装盒，如图所示， $ABCD$ 是边长为 60cm 的正方形硬纸片，切去如阴影部分所示的四个全等的等腰直角三角形，再沿虚线折起，使得 A, B, C, D 四个点重合于图中的点 P ，正好形成一个长方体形状的包装盒， E, F 是 AB 边上被切去的等腰直角三角形斜边的两个端点，设 $AE = FB = x$ cm。



(1) 求包装盒的容积 $V(x)$ 关于 x 的函数表达式，并求出函数的定义域。

(2)当 x 为多少时, 包装盒的容积 $V(\text{cm}^3)$ 最大? 最大容积是多少?

19. 已知函数 $f(x) = e^{x-1} - ax^2$

(1)函数 $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 讨论当 $a > 0$ 时 $f'(x)$ 的单调性;

(2)当 $a = 1$ 时, 证明: $f(x)$ 存在唯一的极大值点.

20. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, a_2 = 2, 2a_{n+1} = 3a_n - a_{n-1}, (n \geq 2)$,

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = 3 - a_n$, 求 $\sum_{i=1}^n b_i < 4$.

21. 已知直线方程为 $(2-m)x + (2m+1)y + 3m + 4 = 0$, 其中 $m \in R$.

(1)当 m 变化时, 求点 $Q(3,4)$ 到直线的距离的最大值及此时的直线方程;

(2)若直线分别与 x 轴、 y 轴的负半轴交于 A 、 B 两点, 求 $\triangle AOB$ 面积的最小值及此时的直线方程.

22. 已知函数 $f(x) = \ln x + 2x + \frac{1}{x}$.

(1)求 $f(x)$ 的极值;

(2)若 $g(x) = -xf(x) + 3x^2$, 且 $ab > 1$, 证明: $g(a) + g(b) > 0$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线