

湖北新高考 9+N 联盟
湖北省部分重点中学 2022 届高三新起点联考
数学试题

命题:重庆一中(李红林) 审题:夷陵中学(吴俊峰) 钟祥一中(刘桂宝) 鄞阳中学(胡宏伟)

本试卷共 4 页,22 题,全卷满分 150 分。考试用时 120 分钟。

★祝考试顺利★

注意事项:

1. 答题前,考生先将自己的姓名、考生号、座号填写在相应位置,认真核对条形码上的姓名、考生号和座号,并将条形码粘贴在指定位置上。
2. 选择题答案必须使用 2B 铅笔(按填涂样例)正确填涂;非选择题答案必须使用 0.5 毫米黑色签字笔书写,字体工整、笔迹清楚。
3. 请按照题号在各题目的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效;在草稿纸、试题卷上答题无效。保持卡面清洁,不折叠、不破损。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | x(x-2) < 0\}$, $B = \{x | -1 < x < 1\}$, 则 $A \cap B =$ ()

A. $\{x | -1 < x < 2\}$ B. $\{x | 0 < x < 1\}$
C. $\{x | x < -1, \text{ 或 } x > 2\}$ D. $\{x | x < 0, \text{ 或 } x > 1\}$

2. 若复数 z 满足 $(1+i)z = 3-i$ (其中 i 为虚数单位), 则复数 z 的共轭复数 $\bar{z} =$ ()

A. $1-2i$ B. $1+2i$ C. $2-2i$ D. $2+2i$

3. 已知 $|a|=3$, $|b|=1$, $|a-2b|=\sqrt{19}$, 则向量 a, b 的夹角为 ()

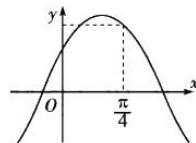
A. 30° B. 60° C. 120° D. 150°

4. 设 $a=3^{0.2}$, $b=\log_{0.2}3$, $c=\sin \frac{4\pi}{5}$, 则 ()

A. $b < a < c$ B. $b < c < a$ C. $a < b < c$ D. $c < b < a$

5. 已知函数 $f(x) = \sin(2x + \varphi)$ 的部分图象如图所示, 且经过点 $A(\frac{\pi}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 则 ()

A. $f(x)$ 关于点 $(\frac{\pi}{3}, 0)$ 对称
B. $f(x)$ 关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称
C. $f(x + \frac{\pi}{12})$ 为奇函数
D. $f(x + \frac{\pi}{6})$ 为偶函数



6. 已知 $p: "0 < a < 1, b > 1"$, $q: "f(x) = a^x - b (a > 0, \text{ 且 } a \neq 1)$ 的图象不过第一象限", 则 p 是 q 的 ()

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点为 F_1, F_2 , 过 F_2 的直线交双曲线右支于点 A, B , 若 $\overrightarrow{BF_1} \cdot \overrightarrow{BF_2} = 0$, 且 $\cos \angle F_1 A F_2 = \frac{4}{5}$, 则双曲线的离心率为 ()

A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$

8. 定义空间直角坐标系中的任意点 $P(x, y, z)$ 的“N 数”为: 在 P 点的坐标中不同数字的个数, 如: $N(1, 1, 1) = 1$, $N(1, 3, 1) = 2$, $N(1, 2, 3) = 3$, 若点 P 的坐标 $x, y, z \in \{0, 1, 2, 3\}$, 则所有这些点 P 的“N 数”的平均值为 ()

A. $\frac{37}{16}$ B. 64 C. $\frac{25}{16}$ D. 40

【第 1 页(共 4 页)】

二、选择题:本题共4小题,每小题5分,共20分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得5分,有选错的得0分,部分选对的得2分.

9. 已知 $a > 0, b > 0, 2a + b = 1$, 则 ()

- A. $\log_{0.5} a + \log_{0.5} b$ 的最大值为 3
 B. $4^a + 2^b$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$
 C. $a \in (0, \frac{1}{2})$
 D. $a^2 + b^2$ 的最小值为 $\frac{1}{4}$

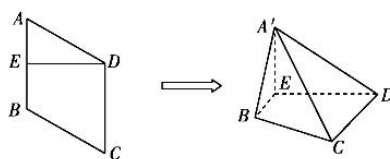
10. 已知 $f(x)$ 为 \mathbf{R} 上的偶函数, 且 $f(x+2)$ 是奇函数, 则 ()

- A. $f(x)$ 关于点 $(-2, 0)$ 对称
 B. $f(x)$ 关于直线 $x=2$ 对称
 C. $f(x)$ 的周期为 4
 D. $f(x)$ 的周期为 8

11. 已知 $\mathbf{a} = (\sin \alpha, \cos 2\alpha + 5), \mathbf{b} = (3\sin \alpha + 7, -1)$, 且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则 ()

- A. $\sin \alpha = \frac{3}{5}$
 B. $\sin 2\alpha = \frac{24}{25}$
 C. $\cos 2\alpha = \frac{7}{25}$
 D. 若 $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{\pi}{2}$, 则 $\tan(\alpha + \frac{\pi}{4}) = 7$

12. 如图, 菱形 $ABCD$ 边长为 2, $\angle BAD = 60^\circ$, E 为边 AB 的中点. 将 $\triangle ADE$ 沿 DE 折起, 使 A 到 A' , 且平面 $A'DE \perp$ 平面 $BCDE$, 连接 $A'B, A'C'$.



- 则下列结论中正确的是 ()
- A. $BD \perp A'C$
 B. 四面体 $A'CDE$ 的外接球表面积为 8π
 C. BC 与 $A'D$ 所成角的余弦值为 $\frac{3}{4}$
 D. 直线 $A'B$ 与平面 $A'CD$ 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{4}$

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 海水稻的灌溉是将海水稀释后进行灌溉. 某试验基地为了研究海水浓度 x (%) 对亩产量 y (吨) 的影响, 测得了某种海水稻的亩产量与海水浓度的数据如下表. 绘制散点图发现, 可用线性回归模型拟合亩产量 y 与海水浓度 x 之间的相关关系, 最小二乘法计算得 y 与 x 之间的线性回归方程为 $\hat{y} = \hat{b}x + 0.88$, 则 $\hat{b} =$ _____.

| 海水浓度 x_i (%) | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|----------------|------|------|------|-----|------|
| 亩产量 y_i (吨) | 0.52 | 0.48 | 0.39 | 0.3 | 0.21 |

14. 直线 $l: y = kx + 3 (k > 0)$ 与圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 相交于 A, B . 若 $S_{\triangle AOB} = \sqrt{3}$, 则 $k =$ _____.

15. 已知等比数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 n 项和分别记为 S_n, T_n , 且 $\frac{S_n}{T_n} = \frac{2^n + 1}{4}$, 则 $\frac{a_7}{b_5} =$ _____.

16. 点 M 在函数 $y = 2e^x$ 的图象上, 若满足到直线 $y = 2x + b$ 的距离为 $\sqrt{5}$ 的点 M 只有 2 个, 则实数 b 的取值范围为 _____.

四、解答题:本题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分10分)

数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n, a_1 = 1, a_{n+1} = 2S_n + 1$, 等差数列 $\{b_n\}$ 的公差大于 0, 已知 $S_2 = b_2 + 1$, 且 b_1, b_2, b_3 成等比数列.

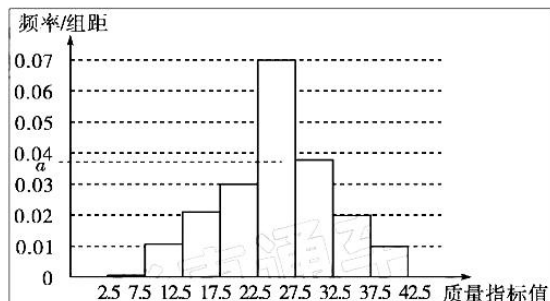
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{\frac{1}{b_n b_{n+1}}\}$ 的前 n 项和 T_n .

18. (本小题满分 12 分)

从某企业生产的某种产品中抽取 1000 件, 测量这些产品的一项质量指标值, 由测量结果得如下频率分布表和频率分布直方图.

| 分组 | 频数 | 频率 |
|--------------|------|-------|
| [2.5, 7.5) | 2 | 0.002 |
| [7.5, 12.5) | m | 0.054 |
| [12.5, 17.5) | 106 | 0.106 |
| [17.5, 22.5) | 149 | 0.149 |
| [22.5, 27.5) | 352 | n |
| [27.5, 32.5) | 190 | 0.190 |
| [32.5, 37.5) | 100 | 0.100 |
| [37.5, 42.5) | 47 | 0.047 |
| 合计 | 1000 | 1.000 |



(1) 求 m, n, a 的值;

(2) 求出这 1000 件产品质量指标值的样本平均数 \bar{x} (同一组中的数据用该组区间的中点值作代表);

(3) 由直方图可以认为, 这种产品的质量指标值 Z 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 其中 μ 近似为样本平均数 \bar{x} , σ^2 近似为样本方差 s^2 , 其中已计算得 $\sigma^2 = 52.6$. 如果产品的质量指标值位于区间 $(10.50, 39.50)$, 企业每件产品可以获利 10 元, 如果产品的质量指标值位于区间 $(10.50, 39.50)$ 之外, 企业每件产品要损失 100 元, 从该企业一天生产的产品中随机抽取 20 件产品, 记 X 为抽取的 20 件产品所获得的总利润, 求 EX .

附: $\sqrt{52.6} \approx 7.25, P(\mu - \sigma < x < \mu + \sigma) = 0.6826, P(\mu - 2\sigma < x < \mu - 2\sigma) = 0.9544$.

19. (本小题满分 12 分)

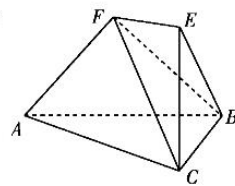
在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边为 a, b, c , 且满足 $b^2 - a^2 = ac$, 若 $A = \frac{\pi}{6}$.

(1) 求角 B ;

(2) 若周长为 6, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

20. (本小题满分 12 分)

如图,在三棱锥 $F-ABC$ 与三棱锥 $F-EBC$ 拼接而成的五面体中, $EF \perp$ 平面 BCE , 平面 $ABC \perp$ 平面 BCE , $\triangle ABC$ 是边长为 4 的正三角形, $\triangle BCE$ 是直角三角形, 且 $BC=EC$.



(1) 求证: $EF \parallel$ 平面 ABC ;

(2) 若多面体 $ABCEEF$ 的体积为 $8\sqrt{3}$, 求直线 AF 与平面 BEF 所成角的正弦值.

21. (本小题满分 12 分)

已知 $A(2, \sqrt{2})$ 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 与抛物线 $y^2 = 2px$ 的交点, 设椭圆的左右焦点为 F_1, F_2 , 抛物线的焦点为 F , 直线 AF 将 $\triangle AF_1F_2$ 的面积分为 9:7 两部分.

(I) 求椭圆及抛物线的方程;

(II) 若直线 $l: y = kx + m$ 与椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 相交于 P, Q 两点, 且 $\triangle OPQ$ 的重心恰好在圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 上, 求 m 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = \ln x + ax (a \in \mathbf{R})$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $a = 1$ 时, 若 $f(x) \leq k(x+1) + b$ 在 $(0, +\infty)$ 上恒成立, 证明: $\frac{2k+b-2}{k-1}$ 的最小值为 $e+1$.