绝密★启用前

2021年河南省普通高中毕业班高考适应性测试

理科数学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。

2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A=\{x\mid y=\lg(x+3)+\lg(5-x)\}$，$B=\{x\mid x^2+x-6<0\}$，则 $\complement_A B=$

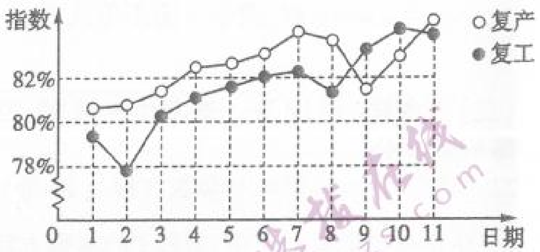
A. $(-\infty,-3]\cup[2,+\infty)$　　B. $(-\infty,-3)\cup(2,+\infty)$

C. $(2,5)$　　D. $[2,5)$

2. 已知复数 z 满足 $z(1+i)=|2+2i|$（其中 i 为虚数单位），则复数 z 的虚部为

A. $\sqrt{2}$　　B. $-\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{2}i$　　D. $-\sqrt{2}i$

3. 我国新冠肺炎疫情防控进入常态化，各地有序推进复工复产. 如图是某地连续11天复工复产指数折线图，下列说法正确的是



A. 这11天复工指数和复产指数均逐日增加

B. 这11天复产指数的增量大于复工指数的增量

C. 第3天至第11天复工复产指数均超过80%

D. 第9天至第11天复产指数的增量小于复工指数的增量

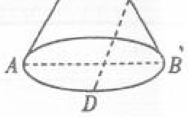
4. 若函数 $f(x)=\sin(x+\varphi)+2\cos x$ 的最大值为 $\sqrt{7}$，则常数 φ 的一个可能取值为

A. $-\dfrac{\pi}{6}$　　B. $-\dfrac{\pi}{3}$　　C. $\dfrac{\pi}{3}$　　D. $\dfrac{\pi}{6}$

5. 若实数 x,y,z 满足 $\log_2 x=\log_3 y=4^z$，则

A. $x<y<z$　　B. $y<z<x$　　C. $z<x<y$　　D. $y<x<z$

6. 如图，圆锥的轴截面 ABC 为正三角形，其面积为 $4\sqrt{3}$，D 为弧 AB 的中点，E 为母线 BC 的中点，则异面直线 AC，DE 所成角的余弦值为



A. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　　B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

7. 已知点 P 为抛物线 $x^2=4y$ 上任意一点，点 A 是圆 $x^2+(y-6)^2=5$ 上任意一点，则 $|PA|$ 的最小值为

A. $\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{5}$　　C. $3\sqrt{5}$　　D. $6-\sqrt{5}$

8. "中国剩余定理"又称"孙子定理"，讲的是关于整除的问题. 现有这样一个整除问题：将 1 到 2021 这 2021 个正整数中能被 3 除余 1 且被 5 除余 1 的数按从小到大的顺序排成一列，构成数列 $\{a_n\}$，则数列 $\{a_n\}$ 各项的和为

A. 137835　　B. 137836　　C. 135809　　D. 135810

9. 从正方体的 12 条棱中任选 3 条棱，则这 3 条棱两两异面的概率为

A. $\frac{2}{55}$　　B. $\frac{3}{55}$　　C. $\frac{4}{55}$　　D. $\frac{6}{55}$

10. 若 $\triangle ABC$ 的外心为 O，且 $\angle A=60°$，$AB=2$，$AC=3$，则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{AC}$ 等于

A. 5　　B. 8　　C. 10　　D. 13

11. 若函数 $f(x)=x-1+ae^{1-x}$（a 为常数）存在两条均过原点的切线，则实数 a 的取值范围是

A. $\left(0,\frac{1}{e}\right)$　　B. $\left(\frac{1}{e},+\infty\right)$　　C. $(0,e)$　　D. $(e,+\infty)$

12. 棱长为 4 的正方体密闭容器内有一个半径为 1 的小球，小球可在正方体容器内任意运动，则其不能到达的空间的体积为

A. $32-\frac{22}{3}\pi$　　B. $48-12\pi$　　C. $28-\frac{4}{3}\pi$　　D. $20-\frac{13}{3}\pi$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. 已知 $\begin{cases}x+y-2\leqslant 0,\\ x-y-2\leqslant 0,\\ 2x-y+2\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=x-2y$ 的最大值为________.

14. 函数 $f(x)=\frac{\sin\pi x}{x^2-x+1}$ 的最大值为________.

15. 已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左、右焦点分别为 F_1，F_2，点 P 在双曲线上. 若 $\triangle PF_1F_2$ 为直角三角形，且 $\tan\angle PF_1F_2=\frac{5}{12}$，则双曲线的离心率为________.

16. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=1$，$a_{n+1}=3a_n-2^{n-1}(n\in\mathbf{N}^*)$，记 $c_n=3^n-2\times(-1)^n\lambda a_n$，若对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$，$c_{n+1}>c_n$ 恒成立，则实数 λ 的取值范围为____________.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答，第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

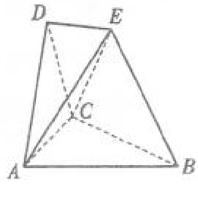
（一）必考题：共 60 分。

17. （12 分）

在如图所示的空间几何体中，平面 $ACD\perp$ 平面 ABC，$\triangle ACD$ 与 $\triangle ACB$ 均是等边三角形，$AC=BE=4$，BE 和平面 ABC 所成的角为 $60°$，且点 E 在平面 ABC 上的射影落在 $\angle ABC$ 的平分线上.

（1）求证：$DE\perp$ 平面 ADC；

（2）求直线 BA 与平面 DAE 所成角的正弦值.



18.（12分）

在① $\frac{\sqrt{3}}{3}c\sin B=a-b\cos C$，② $b\sin C=c\cos\left(B-\frac{\pi}{6}\right)$ 这两个条件中任选一个作为已知条件，补充到下面的横线上并作答.

问题：$\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知__________.

（1）求 B；

（2）若 D 为 AC 的中点，$BD=2$，求 $\triangle ABC$ 的面积的最大值.

19.（12分）

直播带货是扶贫助农的一种新模式，这种模式是利用主流媒体的公信力，聚合销售主播的力量助力打通农产品产销链条，切实助力贫困地区农民脱贫增收. 某贫困地区有统计数据显示，2020年该地利用网络直播形式销售农产品的销售主播年龄等级分布如图1所示，一周内使用直播销售的频率分布扇形图如图2所示. 若将销售主播按照年龄分为“年轻人”（20岁~39岁）和“非年轻人”（19岁及以下或者40岁及以上）两类，将一周内使用的次数为6次或6次以上的称为“经常使用直播销售用户”，使用次数为5次或不足5次的称为“不常使用直播销售用户”，则“经常使用直播销售用户”中有 $\frac{5}{6}$ 是“年轻人”.

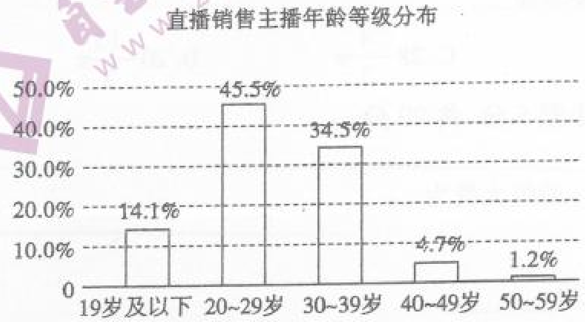


图1

图2

（1）现对该地相关居民进行“经常使用网络直播销售与年龄关系”的调查，采用随机抽样的方法，抽取一个容量为200的样本，请你根据图表中的数据，完成2×2列联表，并根据列联表判断是否有85%的把握认为经常使用网络直播销售与年龄有关？

使用直播销售情况与年龄列联表

	年轻人	非年轻人	合计
经常使用直播销售用户			
不常使用直播销售用户			
合计			

（2）某投资公司在2021年年初准备将1000万元投资到“销售该地区农产品”的项目上，现有两种销售方案供选择：

方案一：线下销售. 根据市场调研，利用传统的线下销售，到年底可能获利30%，可能亏损15%，也可能不赔不赚，且这三种情况发生的概率分别为 $\frac{7}{10},\frac{1}{5},\frac{1}{10}$；

方案二：线上直播销售. 根据市场调研，利用线上直播销售，到年底可能获利50%，可能亏损30%，也可能不赔不赚，且这三种情况发生的概率分别为 $\frac{3}{5},\frac{3}{10},\frac{1}{10}$.

官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

针对以上两种销售方案，请你从期望和方差的角度为投资公司选择一个合理的方案，并说明理由.

参考数据：独立性检验临界值表

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.050	0.025	0.010
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

其中，$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，$n=a+b+c+d$.

20.（12 分）

已知椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，直线 $l:y=kx+a$，直线 l 与椭圆 C 交于 M,N 两点，与 y 轴交于点 P，O 为坐标原点.

（1）若 $k=1$，且 N 为线段 MP 的中点，求椭圆 C 的离心率；

（2）若椭圆长轴的一个端点为 $Q(2,0)$，直线 QM,QN 与 y 轴分别交于 A,B 两点，当 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=1$ 时，求椭圆 C 的方程.

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=ax^2-(6+a)x+3\ln x$.

（1）当 $a\leqslant 0$ 时，讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

（2）当 $a\leqslant -\dfrac{9}{2}$ 时，关于 x 的不等式 $f(x)+ax-b\geqslant 0$ 有解，求 b 的最大值.

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22.［选修 4－4：坐标系与参数方程］（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=t\cos\alpha,\\ y=-2+t\sin\alpha\end{cases}$（$t\in\mathbf{R}$，$t$ 为参数，$\alpha\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$）. 以坐标原点 O 为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，半圆 C 的极坐标方程为 $\rho=2\sin\theta$，$\theta\in\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3\pi}{4}\right)$.

（1）求半圆 C 的参数方程和直线 l 的直角坐标方程；

（2）直线 l 与 x 轴交于点 A，与 y 轴交于点 B，点 D 在半圆 C 上，且直线 CD 的倾斜角是直线 l 的倾斜角的 2 倍，$\triangle ABD$ 的面积为 $1+\sqrt{3}$，求 α 的值.

23.［选修 4－5：不等式选讲］（10 分）

已知 a,b,c 是正实数，且满足 $a+\dfrac{b}{2}+\dfrac{c}{3}=1$.

（1）是否存在满足已知条件的 a,b，使得 $ab=\dfrac{1}{2}$，试说明理由；

（2）求 $\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$ 的最大值.

官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

2021年河南省普通高中毕业班高考适应性测试

理科数学试题参考答案及评分标准

一、选择题(每小题5分,共60分)

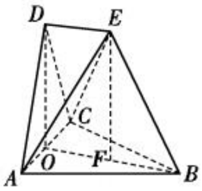
题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	B	C	D	C	B	A	D	A	C	B	A

二、填空题(每小题5分,共20分)

13. 8　14. $\frac{4}{3}$　15. $\frac{13}{7}$或$\frac{3}{2}$　16. $-\frac{3}{2}<\lambda<1$

三、解答题

(一)必考题:共60分。



17. (1)取AC的中点O,连接BO,DO.

由题意知,BO为$\angle ABC$的平分线,且$BO\perp AC$,$DO\perp AC$.

设点F是点E在平面ABC上的射影,

由已知得,点F在BO上,连接EF,则$EF\perp$平面ABC.

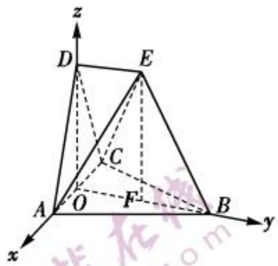
$\because$平面$ACD\perp$平面ABC,平面$ACD\cap$平面$ABC=AC$,$DO\subset$平面ACD,$DO\perp AC$,

$\therefore DO\perp$平面ABC.同理可得$BO\perp$平面ADC. ………………………………… 4分

又$\because EF\perp$平面ABC,$\therefore DO/\!/EF$.

$\because BE$和平面ABC所成的角为$60°$,即$\angle EBF=60°$,$\therefore DO=EF=2\sqrt{3}$.

$\therefore$四边形$EFOD$为平行四边形.$\therefore DE/\!/BO$.$\therefore DE\perp$平面ADC. ………………………………… 6分



(2)以OA,OB,OD方向为x轴,y轴,z轴的正方向,建立如图所示的空间直角坐标系$O-xyz$,

则$A(2,0,0)$,$D(0,0,2\sqrt{3})$,$E(0,2\sqrt{3}-2,2\sqrt{3})$,$B(0,2\sqrt{3},0)$.

$\therefore \overrightarrow{AD}=(-2,0,2\sqrt{3})$,$\overrightarrow{DE}=(0,2\sqrt{3}-2,0)$,$\overrightarrow{BA}=(2,-2\sqrt{3},0)$. …… 8分

设平面ADE的一个法向量为$\boldsymbol{n}=(x,y,z)$,

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AD}=-2x+2\sqrt{3}z=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{DE}=(2\sqrt{3}-2)y=0.\end{cases}$ 取$z=1$,得$\boldsymbol{n}=(\sqrt{3},0,1)$. …………… 10分

设BA与平面ADE所成的线面角为θ,则$\sin\theta=|\cos\langle\boldsymbol{n},\overrightarrow{BA}\rangle|=\left|\frac{\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{BA}}{|\boldsymbol{n}||\overrightarrow{BA}|}\right|=\frac{2\sqrt{3}}{2\times4}=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

$\therefore BA$与平面DAE所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{3}}{4}$. ………………………………………………… 12分

18. (1)选择条件①:

$\because \frac{\sqrt{3}}{3}c\sin B=a-b\cos C$,$\therefore$由正弦定理得,$\frac{\sqrt{3}}{3}\sin C\sin B=\sin A-\sin B\cos C$. ………………………… 2分

又在$\triangle ABC$中,$\sin A=\sin(B+C)=\sin B\cos C+\cos B\sin C$,

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3}\sin C\sin B=\sin A-\sin B\cos C=\cos B\sin C$. ………………………………………… 4分

又$\because C\in(0,\pi)$,$\therefore \sin C>0$.$\therefore \frac{\sqrt{3}}{3}\sin B=\cos B$,即$\tan B=\sqrt{3}$. ………………………… 5分

又$\because B\in(0,\pi)$,$\therefore B=\frac{\pi}{3}$. ………………………………………………………… 6分

选择条件②:

$\because b\sin C=c\cos\left(B-\frac{\pi}{6}\right)$,$\therefore$由正弦定理得,$\sin B\sin C=\sin C\cos\left(B-\frac{\pi}{6}\right)$. ………………………… 2分

又$\because C\in(0,\pi)$,$\therefore \sin C>0$.

官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

$\therefore \sin B=\cos\left(B-\frac{\pi}{6}\right)$，即 $\sin B=\cos B\cos\frac{\pi}{6}+\sin B\sin\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B+\frac{1}{2}\sin B$. ………………………… 4 分

$\therefore \frac{1}{2}\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}\cos B$，即 $\tan B=\sqrt{3}$. ………………………………………………………… 5 分

又 $\because B\in(0,\pi)$，$\therefore B=\frac{\pi}{3}$. ………………………………………………………………………… 6 分

(2)由题意知 $2\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$.

$\therefore 4|\overrightarrow{BD}|^2=(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC})^2$，即 $16=a^2+c^2+ac$. ………………………………………………… 8 分

又 $\because a^2+c^2\geqslant 2ac$，$\therefore ac\leqslant\frac{16}{3}$（当且仅当 $a=c=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 时等号成立）. ……………………………… 10 分

由三角形面积公式可知 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}ac\sin B\leqslant\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

$\therefore$ $\triangle ABC$ 的面积的最大值为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. …………………………………………………………………… 12 分

19. (1)由图 1 知，“年轻人”占比为 80%，“非年轻人”占比为 20%.
由图 2 知，“经常使用直播销售用户”占比为 60%，“不常使用直播销售用户”占比为 40%.
$\therefore$ 补全的列联表如下：

	年轻人	非年轻人	合计
经常使用直播销售用户	100	20	120
不常使用直播销售用户	60	20	80
合计	160	40	200

于是 $a=100$，$b=20$，$c=60$，$d=20$. …………………………………………………………………… 2 分

$\therefore K^2=\frac{200\times(100\times20-60\times20)^2}{120\times80\times160\times40}=\frac{25}{12}\approx2.083>2.072$，即有 85% 的把握认为经常使用网络直播销售与年龄有关. …………………………………………………………………………………… 4 分

(2)若按方案一，设获利 X_1 万元，则 X_1 可取的值为 300，-150，0. X_1 的分布列为：

X_1	300	-150	0
p	$\frac{7}{10}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$

$E(X_1)=300\times\frac{7}{10}+(-150)\times\frac{1}{5}+0\times\frac{1}{10}=180$.

$D(X_1)=(300-180)^2\times\frac{7}{10}+(-150-180)^2\times\frac{1}{5}+(0-180)^2\times\frac{1}{10}=120^2\times\frac{7}{10}+330^2\times\frac{1}{5}+180^2\times\frac{1}{10}=35100$.

$\therefore X_1$ 的期望 $E(X_1)=180$，方差 $D(X_1)=35100$. ……………………………………………………… 7 分

若按方案二，设获利 X_2 万元，则 X_2 可取的值为 500，-300，0. X_2 的分布列为：

X_2	500	-300	0
p	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$

$E(X_2)=500\times\frac{3}{5}+(-300)\times\frac{3}{10}+0\times\frac{1}{10}=210$,

$D(X_2)=(500-210)^2\times\frac{3}{5}+(-300-210)^2\times\frac{3}{10}+(0-210)^2\times\frac{1}{10}=290^2\times\frac{3}{5}+510^2\times\frac{3}{10}+210^2\times\frac{1}{10}=132900$.

$\therefore X_2$ 的期望 $E(X_2)=210$，方差 $D(X_2)=132900$. …………………………………………………… 10 分

$\because E(X_1)=180<E(X_2)=210$，$D(X_1)=35100<D(X_2)=132900$，

$\therefore$ 从获利的均值方面看方案二线上直播销售获得的利润更多些，但是，方案二的方差要比方案一的方差大得多，从稳定性方面看方案一线下销售更稳妥.

$\therefore$ 从获得角度考虑，应该选择方案二；从规避风险角度考虑，应该选择方案一. ………………… 12 分

（考生给出一个选择，并能够说明理由即可）

20. (1) 由题意知直线 $l: y=x+a$ 与 x 轴交于点 $(-a,0)$. ∴ 点 M 为椭圆 C 的左顶点，即 $M(-a,0)$.

∴ 设 $N\left(-\dfrac{a}{2},\dfrac{a}{2}\right)$，代入椭圆 $C:\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，得 $\dfrac{1}{4}+\dfrac{a^2}{4b^2}=1$，即 $\dfrac{b^2}{a^2}=\dfrac{1}{3}$. …………………… 3 分

∴ $e^2=\dfrac{c^2}{a^2}=1-\dfrac{b^2}{a^2}=\dfrac{2}{3}$. ∴ $e=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$，即椭圆 C 的离心率 $e=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$. …………………… 5 分

(2) 由题意得 $a=2$. ∴ 椭圆 $C: b^2x^2+4y^2=4b^2(b>0)$.

由 $\begin{cases} b^2x^2+4y^2=4b^2 \\ y=kx+2 \end{cases}$，消去 y，得 $(4k^2+b^2)x^2+16kx+16-4b^2=0$.

∴ $\begin{cases} \Delta=16b^2(4k^2+b^2-4)>0, \\ x_M+x_N=-\dfrac{16k}{4k^2+b^2}, \\ x_M\cdot x_N=\dfrac{16-4b^2}{4k^2+b^2}. \end{cases}$ …………………… 7 分

∵ 直线 $QM: y=\dfrac{y_M}{x_M-2}(x-2)$，∴ $A\left(0,-\dfrac{2y_M}{x_M-2}\right)$，$\overrightarrow{PA}=\left(0,\dfrac{2y_M+2x_M-4}{2-x_M}\right)$.

∵ $y_M=kx_M+2$，

∴ $y_M-2=kx_M$，即 $\overrightarrow{PA}=\left(0,\dfrac{2(k+1)x_M}{2-x_M}\right)$.

同理 $\overrightarrow{PB}=\left(0,\dfrac{2(k+1)x_N}{2-x_N}\right)$. …………………… 10 分

∴ $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=\dfrac{4(k+1)^2x_Mx_N}{x_Mx_N-2(x_M+x_N)+4}=4-b^2=1$. ∴ $b^2=3$.

∴ 椭圆 C 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. …………………… 12 分

21. (1) 函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，…………………… 1 分

$f'(x)=2ax-(6+a)+\dfrac{3}{x}=\dfrac{2ax^2-(6+a)x+3}{x}=\dfrac{(2x-1)(ax-3)}{x}$. …………………… 2 分

∵ $a\leqslant 0$，∴ $ax-3<0$.

当 $x\in\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 时，$f'(x)>0$，当 $x\in\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$ 时，$f'(x)<0$.

∴ 函数 $f(x)$ 在 $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ 上单调递增，在 $\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$ 上单调递减. …………………… 4 分

(2) 设 $g(x)=f(x)+ax-b=ax^2-6x+3\ln x-b$，

则 $g'(x)=2ax-6+\dfrac{3}{x}=\dfrac{2ax^2-6x+3}{x}$. …………………… 5 分

∵ 当 $a<0$ 时，$2ax^2-6x+3=0$ 有两个根 x_1,x_2，不妨令 $x_1<x_2$，

又 $x_1x_2=\dfrac{3}{2a}<0$，∴ $x_1<0$，$x_2>0$. 由题意舍去 x_1.

∴ 当 $x\in(0,x_2)$ 时，$g'(x)>0$，当 $x\in(x_2,+\infty)$ 时，$g'(x)<0$.

∴ $g(x)$ 在 $(0,x_2)$ 上单调递增，在 $(x_2,+\infty)$ 上单调递减.

∵ 存在 x_0 使 $f(x)+ax-b\geqslant 0$ 成立，∴ $g(x)_{\max}=g(x_2)=ax_2^2-6x_2+3\ln x_2-b\geqslant 0$，即 $ax_2^2-6x_2+3\ln x_2\geqslant b$.

…………………… 8 分

又 $2ax_2^2-6x_2+3=0$，∴ $a=\dfrac{6x_2-3}{2x_2^2}$.

∵ $a\leqslant -\dfrac{9}{2}$，∴ $\dfrac{6x_2-3}{2x_2^2}\leqslant -\dfrac{9}{2}$. ∴ $0<x_2\leqslant\dfrac{1}{3}$. …………………… 9 分

∴ $b\leqslant ax_2^2-6x_2+3\ln x_2=\dfrac{6x_2-3}{2x_2^2}\cdot x_2^2-6x_2+3\ln x_2=-3x_2+3\ln x_2-\dfrac{3}{2}$.

官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

令 $h(x)=-3x+3\ln x-\frac{3}{2}\left(0<x\leqslant\frac{1}{3}\right)$，则 $h'(x)=\frac{3-3x}{x}>0$.

$\therefore$ 函数 $h(x)$ 在 $\left(0,\frac{1}{3}\right]$ 上单调递增.

$\therefore h(x)_{\max}=h\left(\frac{1}{3}\right)=-3\ln 3-\frac{5}{2}$，即 b 的最大值为 $-3\ln 3-\frac{5}{2}$. ………… 12 分

(二)选考题：共 10 分。

22. (1)半圆 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=\cos\varphi,\\ y=1+\sin\varphi\end{cases}$ (其中 φ 为参数，$\varphi\in(0,\pi)$)，………… 3 分

直线 l 的直角坐标方程为 $y=x\tan\alpha-2$，$\alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$. ………… 5 分

(2)由题意可知，$A\left(\frac{2}{\tan\alpha},0\right)$，$B(0,-2)$，$D(\cos2\alpha,1+\sin2\alpha)$，

点 D 到直线 AB 的距离为：

$d=\frac{|\tan\alpha\cdot\cos2\alpha-(1+\sin2\alpha)-2|}{\sqrt{1+\tan^2\alpha}}=|\sin\alpha\cos2\alpha-\cos\alpha\sin2\alpha-3\cos\alpha|=\sin\alpha+3\cos\alpha$，………… 7 分

$|AB|=\sqrt{(-2)^2+\left(\frac{2}{\tan\alpha}\right)^2}=\frac{2}{\sin\alpha}$. ………… 8 分

$\therefore$ 三角形 ABD 的面积 $S=\frac{1}{2}\cdot|AB|\cdot d=1+\frac{3}{\tan\alpha}=1+\sqrt{3}$. ………… 9 分

$\therefore \tan\alpha=\sqrt{3}$. 又 $\because \alpha\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，$\therefore \alpha=\frac{\pi}{3}$. ………… 10 分

23. (1)由题意知，$0<a+\frac{b}{2}<1$. $\therefore ab=2a\cdot\frac{b}{2}\leqslant2\left(\frac{a+\frac{b}{2}}{2}\right)^2<2\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$.

$\therefore$ 不存在满足已知条件的 a,b，使得 $ab=\frac{1}{2}$. ………… 5 分

(2)由柯西不等式，得

$(\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c})^2=\left(1\cdot\sqrt{a}+\sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{b}{2}}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{\frac{c}{3}}\right)^2\leqslant[1^2+(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2]\cdot\left(a+\frac{b}{2}+\frac{c}{3}\right)=6$. …… 8 分

$\therefore \sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}\leqslant\sqrt{6}$. 等号成立的条件为 $\frac{\sqrt{a}}{1}=\frac{\sqrt{\frac{b}{2}}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{\frac{c}{3}}}{\sqrt{3}}$，结合 $a+\frac{b}{2}+\frac{c}{3}=1$，可知 $a=\frac{1}{6}$，$b=\frac{2}{3}$，$c=\frac{3}{2}$.

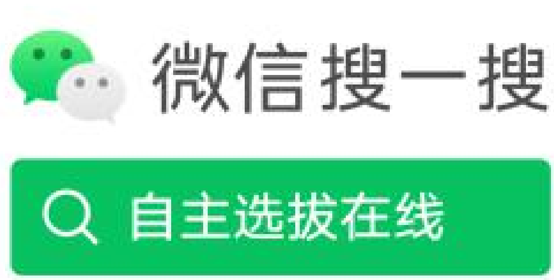
$\therefore \sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}$ 的最大值为 $\sqrt{6}$. ………… 10 分

官方微信公众号：zizzsw　咨询热线：010-5601 9830
官方网站：www.zizzs.com　微信客服：zizzs2018

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（http://www.zizzs.com/）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”,即可获取《高考考前必背知识点》