2021~2022学年佛山市普通高中高三教学质量检测(一)

数 学

2022年1月

注意事项:

1. 答卷前,考生要务必填涂答题卷上的有关项目.
2. 选择题每小题选出答案后,用2B铅笔把答案涂在答题卷相应的位置上.
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答,答案必须写在答题卷各题目指定区域内;如需改动,先划掉原来的答案,然后再写上新的答案;不准使用铅笔和涂改液,不按以上要求作答的答案无效.
4. 请考生保持答题卷的整洁.考试结束后,将答题卷交回.

一、选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{x|\lg x<1\}$, $B=\{x|x<2\}$, 则 $A\cap B=$ (　　)

A. $(-\infty,2)$　　B. $(0,1)$　　C. $(0,2)$　　D. $(1,10)$

2. 设命题 $p:\exists x\in\mathbf{R}$, $x^2>2^x$, 则 p 的否定为(　　)

A. $\forall x\in\mathbf{R}$, $x^2<2^x$　　B. $\forall x\in\mathbf{R}$, $x^2\le 2^x$

C. $\exists x\in\mathbf{R}$, $x^2<2^x$　　D. $\exists x\in\mathbf{R}$, $x^2\le 2^x$

3. 已知 $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=\dfrac{1}{2}$, $\alpha\in\left(-\dfrac{\pi}{2},0\right)$, 则 $\tan\alpha$ 等于(　　)

A. $-\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

4. $(x-y+2)^5$ 的展开式中, x^3y 的系数为(　　)

A. 80　　B. 40　　C. -80　　D. -40

5. 某科技研发公司2021年全年投入的研发资金为300万元,在此基础上,计划每年投入的研发资金比上一年增加10%,则该公司全年投入的研发资金开始超过600万元的年份是(　　)
(参考数据: $\lg 2=0.301$, $\lg 3=0.477$, $\lg 5=0.699$, $\lg 11=1.041$)

A. 2027年　　B. 2028年　　C. 2029年　　D. 2030年

6. 某地区教研部门为了落实义务教育阶段双减政策,拟出台作业指导方案.在出台方案之前作一个调查,了解本地区义务教育阶段学生中抄袭过作业的学生比例.对随机抽出的2000名学生进行了调查.因问题涉及隐私,调查中使用了两个问题:

问题1:你的阳历生日日期是不是偶数?　　问题2:你是否抄袭过作业?

调查者设计了一个随机化装置,这是一个装有除颜色外完全一样的50个白球和50个红球的不透明袋子.每个被调查者随机从袋中摸取1个球,摸出的球看到颜色后放回袋中,只有摸球者自己才能看到摸出球的颜色.要求摸到白球的学生如实回答第一个问题,摸到红球的学生如实回答第二个问题,答案为“是”的人从盒子外的小石子堆中拿一个石子放在盒子中,回答“否”的人什么都不要做.由于问题的答案只有“是”和“否”,而且回答的是哪个问题也是别人不知道的,因此被调查者可以毫无顾虑地给出符合实际情况的答案.

调查结果为2000人中共有612人回答“是”,则本地区义务教育阶段学生中抄袭过作业的学生所占百分比最接近(　　)(提示:假设一年为365天,其中日期为偶数的天数为179天)

A. 10.2%　　B. 12.2%　　C. 24.4%　　D. 30.6%

7. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=1$，$AD=AA_1=2$，E 为棱 AA_1 上的动点，平面 BED_1 交棱 CC_1 于 F，则四边形 BED_1F 的周长的最小值为（　　）

A. $4\sqrt{3}$　　B. $2\sqrt{13}$　　C. $2\left(\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)$　　D. $2+4\sqrt{2}$

8. 设函数 $f(x)$ 的导函数是 $f'(x)$，且 $f(x)\cdot f'(x)>x$ 恒成立，则（　　）

A. $f(1)<f(-1)$　　B. $f(1)>f(-1)$　　C. $|f(1)|<|f(-1)|$　　D. $|f(1)|>|f(-1)|$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分.

9. 抛掷一红一绿两枚质地均匀的骰子，记下骰子朝上面的点数. 用 x 表示红色骰子的点数，用 y 表示绿色骰子的点数，用 (x,y) 表示一次试验的结果. 定义事件：$A=$“$x+y=7$”，事件 $B=$“xy为奇数”，事件 $C=$“$x>3$”，则下列结论正确的是（　　）

A. A 与 B 互斥　　B. A 与 B 对立　　C. $P(B|C)=\frac{1}{3}$　　D. A 与 C 相互独立

10. 已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的左、右焦点分别为 F_1,F_2，上顶点为 B，且 $\tan\angle BF_1F_2=\sqrt{15}$，点 P 在 C 上，线段 PF_1 与 BF_2 交于 Q，$\overrightarrow{BQ}=2\overrightarrow{QF_2}$，则（　　）

A. 椭圆 C 的离心率为 $\frac{1}{4}$

B. 椭圆 C 上存在点 K，使得 $KF_1\perp KF_2$

C. 直线 PF_1 的斜率为 $\frac{\sqrt{15}}{5}$

D. PF_1 平分 $\angle BF_1F_2$

11. 已知函数 $f(x)=1-\cos\pi x$，$g(x)=e^{|x-1|}$，则（　　）

A. 曲线 $y=f(x)+g(x)$ 是中心对称图形

B. 曲线 $y=f(x)+g(x)$ 是轴对称图形

C. 函数 $y=\frac{f(x)}{g(x)}$ 既有最大值又有最小值

D. 函数 $y=\frac{f(x)}{g(x)}$ 只有最大值没有最小值

12. 数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=0$，$a_2=1$，$a_{n+2}=\frac{1}{2}\left(a_{n+1}+a_n\right)$（$n\in\mathbf{N}^*$）. 则下列结论中正确的是（　　）

A. $0\le a_n\le 1$

B. $\{|a_{n+1}-a_n|\}$ 是等比数列

C. $a_8<a_{10}<a_9$

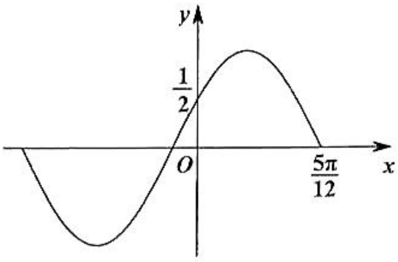
D. $a_9<a_{10}<a_8$

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 在复平面内，复数 z 对应的点的坐标是 $(3,-5)$，则 $(1-i)z=$________.

14. 抛物线 $y^2=2px$（$p>0$）上一点 $M(3,t)$ 与焦点 F 的距离 $|MF|=p$，则 M 到坐标原点的距离为______.

15. 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)$（$\omega>0,0<\varphi<\pi$）在一个周期内的图象如图所示，图中 $f(0)=\frac{1}{2}$，$f\left(\frac{5\pi}{12}\right)=0$，则 $f\left(-\frac{5\pi}{12}\right)$ $=$______.



16. 菱形 $ABCD$ 中，$AB=1$，$A\in\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{2}\right]$，点 E,F 分别是线段 AD,CD 上的动点（包括端点），$AE=CF$，

则 $\left(\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{CF}\right)\cdot\overrightarrow{AC}=$______，$\overrightarrow{ED}\cdot\overrightarrow{EB}$ 的最小值为______.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (**10 分**)

$\triangle ABC$ 中，内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $a\cos C=(2b-c)\cos A$.

(1) 求角 A 的大小；

(2) 若 $b=2$，BC 边上的中线 $AD=\sqrt{3}$，求 ΔABC 的面积.

18. (**12 分**)

某财经杂志发起一项调查，旨在预测中国经济前景，随机访问了100位业内人士，根据被访问者的问卷得分（满分10分）将经济前景预期划分为三个等级（悲观、尚可、乐观）. 分级标准及这100位被访问者得分频数分布情况如下：

经济前景等级	悲观			尚可				乐观		
问卷得分	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
频数	2	3	5	10	19	24	17	9	7	4

假设被访问的每个人独立完成问卷（互不影响），根据经验，这100位人士的意见即可代表业内人士意见，且他们预测各等级的频率可估计未来经济各等级发生的可能性.

(1) 该杂志记者又随机访问了两名业内人士，试估计至少有一人预测中国经济前景为“乐观”的概率；

(2) 某人有一笔资金，现有两个备选的投资意向：物联网项目或人工智能项目，两种投资项目的年回报率都与中国经济前景等级有关，根据经验，大致关系如下（正数表示赢利，负数表示亏损）：

经济前景等级	乐观	尚可	悲观
物联网项目年回报率(%)	12	4	-4
人工智能项目年回报率(%)	7	5	-2

根据以上信息，请分别计算这两种投资项目的年回报率的期望与方差，并用统计学知识给出投资建议.

19. (**12 分**)

设 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，S_3，S_9，S_6 成等差数列.

(1) 求证：a_2，a_8，a_5 成等差数列；

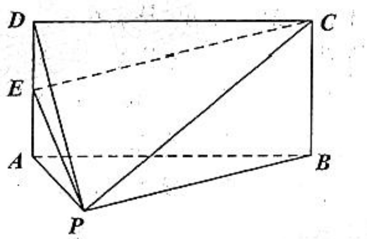
(2) 若 $a_1=2$，T_n 是数列 $\{a_n^6\}$ 的前 n 项积，求 T_n 的最大值及相应 n 的值.

20. (12分)

如图，四棱锥$P-ABCD$中，四边形$ABCD$是矩形，$AD\perp$平面PAB，$PA\perp PB$，E是AD的中点.

(1) 在线段BP上找一点M，使得直线EM//平面PCD，并说明理由；

(2) 若$PA=AD$，$AB=\sqrt{2}AD$，求平面PCE与平面PAB所成二面角的正弦值.



21. (12分)

已知双曲线C的渐近线方程为$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$，且过点$P\left(3,\sqrt{2}\right)$.

(1) 求C的方程；

(2) 设$Q\left(1,0\right)$，直线$x=t$（$t\in\mathbf{R}$）不经过P点且与C相交于A,B两点，若直线BQ与C交于另一点D，求证：直线AD过定点.

22. (12分)

已知函数$f\left(x\right)=\frac{1}{a}e^{x}-\sqrt{1+x}$，其中$a\in\mathbf{R}$且$a\neq0$.

(1) 设$a>0$，过点$A\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$作曲线$C:y=f\left(x\right)$的切线（斜率存在），求切线的斜率；

(2) 证明：当$a=1$或$0<a\leq\frac{2}{e}$时，$f\left(x\right)\geq\frac{1}{2}ax$（$x\geq-1$）.

2021~2022 年佛山市普通高中高三教学质量检测（一）

数 学 参考答案与评分标准

一、选择题：本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	C	B	A	D	C	B	B	D

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得 5 分，有选错的得 0 分，部分选对的得 2 分．

题号	9	10	11	12
答案	AD	ACD	BC	ABD

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．

13. $-2-8i$　　14. $3\sqrt{5}$　　15. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　16. 0，$-\dfrac{1}{4}$

四、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分．解答须写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

17.【解析】(1) 依题意，由正弦定理 $\dfrac{a}{\sin A}=\dfrac{b}{\sin B}=\dfrac{c}{\sin C}$ ……1 分

可得 $\sin A\cos C=(2\sin B-\sin C)\cos A$ ……2 分

即 $\sin A\cos C+\cos A\sin C=2\sin B\cos A$，即 $\sin(A+C)=2\sin B\cos A$． ……3 分

又 $A+C=\pi-B$，所以 $\sin(A+C)=\sin B$，故 $\sin B=2\sin B\cos A$， ……4 分

又 $A,B\in(0,\pi)$，所以 $\sin B\neq 0$，$\cos A=\dfrac{1}{2}$，故 $A=\dfrac{\pi}{3}$． ……5 分

(2) 因为 $\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$， ……6 分

所以 $\overrightarrow{AD}^2=\dfrac{1}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})^2=\dfrac{1}{4}(b^2+c^2+2bc\cos A)=\dfrac{1}{4}(4+c^2+2c)=3$， ……7 分

则 $c^2+2c-8=0$，解得 $c=2$ 或 $c=-4$（舍去） ……8 分

所以 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}b\cdot c\cdot\sin A=\dfrac{1}{2}\times2\times2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，

即 ΔABC 的面积为 $\sqrt{3}$． ……10 分

18. **【解析】** (1) 用频率估计概率，则预测经济前景等级为乐观、尚可、悲观的概率分别为：

$$\frac{4+7+9}{100}=0.2、\frac{10+19+24+17}{100}=0.7、\frac{2+3+5}{100}=0.1，$$ ······3 分

设两名业内人士分别为甲、乙.

事件 A = “甲预测经济前景等级为‘乐观’”；事件 B = “乙预测经济前景等级为‘乐观’”；

事件 C = “至少有一人预测经济前景等级为‘乐观’”.

由于 $P(A)=P(B)=0.2$，$P(\overline{A})=P(\overline{B})=0.8$，且事件 A、B 相互独立. ······4 分

方法一： $P(C)=P(AB)+P(\overline{A}B)+P(A\overline{B})=0.2\times0.2+0.8\times0.2+0.2\times0.8=0.36$.

方法二： $P(C)=1-P(\overline{A}\overline{B})=1-0.8\times0.8=0.36$.

所以估计至少有一人预测中国经济前景为“乐观”的概率为0.36. ······5 分

(2) 设物联网项目年回报率为随机变量 X (%)，人工智能项目年回报率为随机变量 Y (%)，分布列为

X	12	4	-4
P	0.2	0.7	0.1

Y	7	5	-2
P	0.2	0.7	0.1

······7 分

$E(X)=12\times0.2+4\times0.7-4\times0.1=4.8$，$E(Y)=7\times0.2+5\times0.7-2\times0.1=4.7$. ······9 分

$D(X)=(12-4.8)^2\times0.2+(4-4.8)^2\times0.7+(-4-4.8)^2\times0.1=18.56$

$D(Y)=(7-4.7)^2\times0.2+(5-4.7)^2\times0.7+(-2-4.7)^2\times0.1=5.61$. ······11 分

两者年回报率期望相差无几，方差有显著差别.

建议选择投资平均年回报率稍小，但投资风险小得多的人工智能项目. ······12 分

19. **【解析】** (1) 设数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q，因为 S_3，S_9，S_6 成等差数列，所以 $q\neq1$. ······1 分

且 $2S_9=S_3+S_6$，即 $2\times\frac{a_1(1-q^9)}{1-q}=\frac{a_1(1-q^3)}{1-q}+\frac{a_1(1-q^6)}{1-q}$， ······3 分

化简得 $2q^6=1+q^3$. ······4 分

上式两边同乘 a_1q，得 $2a_1q^7=a_1q+a_1q^4$，即 $2a_8=a_2+a_5$，所以 a_2，a_8，a_5 成等差数列. ······5 分

(2) 由 (1) 可知 $q\neq1$，$2q^6=1+q^3$，解得 $q^3=-\frac{1}{2}$， ······6 分

因为 $\frac{a_{n+1}^6}{a_n^6}=q^6=(q^3)^2=\frac{1}{4}$，故数列 $\{a_n^6\}$ 是首项为 2^6，公比为 $\frac{1}{4}$ 的等比数列. ······8 分

所以 $T_n=a_1^6\cdot a_2^6\cdot a_3^6\cdots\cdots a_n^6=(2^6)^n\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{n(n-1)}{2}}=2^{-n^2+7n}$， ······10 分

当 $n=3$ 或 4 时，$-n^2+7n$ 取得最大值为12，所以 T_n 的最大值为 2^{12}（或写成4096）. ······12 分

20.【解析】(1) 当 M 为 BP 中点时，直线 EM // 平面 PCD. ……………………1 分

理由：取 PC 中点 F，连结 EM，FM，DF.

在 ΔPBC 中，因为 F，M 分别为 PC，PB 的中点，所以 $FM \parallel BC$，且 $FM=\frac{1}{2}BC$ ……………………2 分

在矩形 $ABCD$ 中，E 是 AD 的中点，所以 $DE \parallel BC$，且 $DE=\frac{1}{2}BC$ ……………………3 分

所以 $DE \parallel FM$，且 $DE=FM$，故四边形 $DEMF$ 是平行四边形，所以 $EM \parallel DF$，……………………4 分

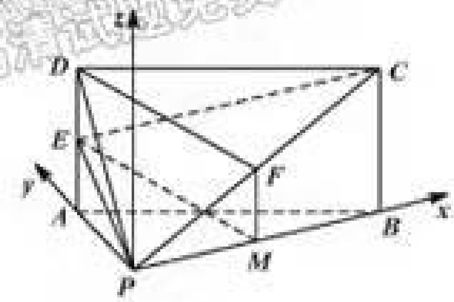
又 $EM \not\subset$ 平面 PCD，$DF \subset$ 平面 PCD，所以 EM // 平面 PCD.

即 M 为 BP 中点时，直线 EM // 平面 PCD. ……………………5 分

(2) 不妨设 $AD=2$，则 $PA=AD=2$，$AB=2\sqrt{2}$，

又 $PA \perp PB$，所以 $PB=2$

以 P 为原点，建立空间直角坐标系 $P-xyz$ 如图所示，……6 分



则 $P(0,0,0)$，$C(2,0,2)$，$E(0,2,1)$，

$\overrightarrow{PC}=(2,0,2)$，$\overrightarrow{PE}=(0,2,1)$，……………………7 分

设平面 PCE 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PC}=0\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{PE}=0\end{cases}$，即 $\begin{cases}2x+2z=0\\ 2y+z=0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=2y\\ z=-2y\end{cases}$，

令 $y=-1$，得 $\boldsymbol{n}=(-2,-1,2)$，……………………9 分

显然平面 PAB 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(0,0,1)$，……………………10 分

所以 $\cos<\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}>=\frac{\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{m}}{|\boldsymbol{n}||\boldsymbol{m}|}=\frac{2}{3\times 1}=\frac{2}{3}$，……………………11 分

所以平面 PCE 与平面 PAB 所成二面角的正弦值为 $\sqrt{1-\cos^2<\boldsymbol{n},\boldsymbol{m}>}=\frac{\sqrt{5}}{3}$. ……………………12 分

21.【解析】(1)因为双曲线 C 的渐近线方程为 $y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$，故可设 C 的方程为 $\frac{x^2}{3}-y^2=\lambda\ (\lambda\neq 0)$，…2 分

又 C 过点 $P\left(3,\sqrt{2}\right)$，所以 $\frac{3^2}{3}-\left(\sqrt{2}\right)^2=\lambda$，解得 $\lambda=1$，……3 分

所以 C 的方程为 $\frac{x^2}{3}-y^2=1$．……4 分

(2)显然直线 BQ 的斜率不为0，设直线 BQ 为 $x=my+1$，

$B(x_1,y_1)$，$D(x_2,y_2)$，$A(x_1,-y_1)$，……6 分

联立 $\begin{cases}x=my+1\\x^2-3y^2=3\end{cases}$，消去 x 整理得 $(m^2-3)y^2+2my-2=0$，……7 分

依题意得 $m^2-3\neq 0$ 且 $\Delta=4m^2+8(m^2-3)>0$，即 $m^2>2$ 且 $m^2\neq 3$，

且 $y_1+y_2=-\frac{2m}{m^2-3}$，$y_1y_2=-\frac{2}{m^2-3}$，……8 分

直线 AD 的方程为 $y+y_1=\frac{y_2+y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$，……9 分

令 $y=0$，得 $x=\frac{(x_2-x_1)y_1}{y_2+y_1}+x_1=\frac{x_1y_2+x_2y_1}{y_1+y_2}$ ……10 分

$=\frac{(my_1+1)y_2+(my_2+1)y_1}{y_1+y_2}=\frac{2my_1y_2+(y_1+y_2)}{y_1+y_2}$ ……11 分

$=\frac{2m\cdot\frac{-2}{m^2-3}-\frac{2m}{m^2-3}}{-\frac{2m}{m^2-3}}=3$．

所以直线 AD 过定点 $(3,0)$．……12 分

22.【解析】(1) $f'(x)=\frac{1}{a}e^{x}-\frac{1}{2\sqrt{1+x}}$，……1分

因为$f(-1)=\frac{1}{ae}>0$，故点$A\left(-1,-\frac{1}{2}\right)$不在曲线$C$上，设切点为$T(x_0,y_0)$ $(x_0>-1)$，……2分

则切线AT的斜率为$k=f'(x_0)=\frac{1}{a}e^{x_0}-\frac{1}{2\sqrt{x_0+1}}$，

又$k=\frac{y_0+\frac{1}{2}}{x_0+1}$，所以$\frac{1}{a}e^{x_0}-\frac{1}{2\sqrt{x_0+1}}=\frac{y_0+\frac{1}{2}}{x_0+1}$，……3分

整理得$\frac{1}{a}e^{x_0}(x_0+1)-\frac{1}{2}\sqrt{x_0+1}=y_0+\frac{1}{2}$，将$y_0=f(x_0)=\frac{1}{a}e^{x_0}-\sqrt{x_0+1}$代入得：

$\frac{1}{a}e^{x_0}(x_0+1)-\frac{1}{2}\sqrt{x_0+1}=\frac{1}{a}e^{x_0}-\sqrt{x_0+1}+\frac{1}{2}$，整理得$\frac{1}{a}x_0e^{x_0}+\frac{1}{2}\left(\sqrt{x_0+1}-1\right)=0$，

即$\frac{1}{a}x_0e^{x_0}+\frac{x_0}{2\left(\sqrt{x_0+1}+1\right)}=0$，所以$x_0\cdot\left(\frac{1}{a}e^{x_0}+\frac{1}{2\left(\sqrt{x_0+1}+1\right)}\right)=0$，

因为$a>0$，所以$\frac{1}{a}e^{x_0}+\frac{1}{2\left(\sqrt{x_0+1}+1\right)}>0$，所以$x_0=0$，……4分

故切线AT的斜率为$k=f'(0)=\frac{1}{a}-\frac{1}{2}$．……5分

(2)①当$a=1$时，$f(x)\geq\frac{1}{2}ax(x\geq-1)\Leftrightarrow e^{x}-\frac{1}{2}x-\sqrt{1+x}\geq0(x\geq-1)$．

由$e^{x}\geq1+x$得$e^{x}-\frac{1}{2}x\geq1+\frac{1}{2}x$，又$1+\frac{1}{2}x=\frac{1+(1+x)}{2}\geq\sqrt{1+x}$，……7分

所以$e^{x}-\frac{1}{2}x\geq\sqrt{1+x}$，即$e^{x}-\frac{1}{2}x-\sqrt{1+x}\geq0$，

即当$a=1$且$x\geq-1$时，$f(x)\geq\frac{1}{2}ax(x\geq-1)$．……8分

②当$0<a\leq\frac{2}{e}$时，$f(x)\geq\frac{1}{2}ax(x\geq-1)\Leftrightarrow\frac{1}{a}e^{x}-\frac{1}{2}ax\geq\sqrt{1+x}(x\geq-1)$．

令$\varphi(x)=\frac{1}{a}e^{x}-\frac{1}{2}ax-\left(e^{x}-\frac{1}{2}x\right)$，

即$\varphi(x)=\frac{1-a}{a}e^{x}+\frac{1}{2}(1-a)x=(1-a)\left(\frac{1}{a}e^{x}+\frac{1}{2}x\right)$，

因为$0<a\leq\frac{2}{e}<1$，所以$\varphi'(x)=(1-a)\left(\frac{1}{a}e^{x}+\frac{1}{2}\right)>0$，$\varphi(x)$是$[-1,+\infty)$上的增函数，

又$\varphi(-1)=(1-a)\left(\frac{1}{ae}-\frac{1}{2}\right)\geq0$，所以$\varphi(x)\geq\varphi(-1)\geq0$，

故当$0<a\leq\frac{2}{e}$，$x\geq-1$时，$\frac{1}{a}e^{x}-\frac{1}{2}ax\geq e^{x}-\frac{1}{2}x$，……10分

由①知，$e^{x}-\frac{1}{2}x\geq\sqrt{1+x}$，所以$\frac{1}{a}e^{x}-\frac{1}{2}ax\geq\sqrt{1+x}$ $(x\geq-1)$，

即当$0<a\leq\frac{2}{e}$时，$f(x)\geq\frac{1}{2}ax$ $(x\geq-1)$．

综上，当$a=1$或$0<a\leq\frac{2}{e}$时，$f(x)\geq\frac{1}{2}ax$ $(x\geq-1)$．……12分