



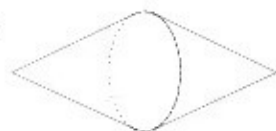
高三年级 12 月联考 数 学

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知集合 $A = \{x | \sqrt{x} \leq 2\}$, $B = \{x | |x| < 2\}$, 则 $A \cap B =$
 A. $\{x | -2 < x < 2\}$ B. $\{x | 0 \leq x < 2\}$
 C. $\{x | x \leq 2\}$ D. $\{x | -2 < x \leq 2\}$
2. 已知 $z \cdot (1+i) = 1$, 则 z 的虚部为
 A. -2 B. 2 C. $-2i$ D. $2i$
3. 已知 $a = \ln 3$, $b = \log_3 \sqrt{3}$, $c = 2^{-1/3}$, 则
 A. $b < a < c$ B. $a < c < b$ C. $a < b < c$ D. $b < c < a$
4. 在数列 $\{a_n\}$ 中,“数列 $\{a_n\}$ 是等比数列”是“ $a_2^2 = a_1 a_3$ ”的
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. 双曲线 $C: \frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的一条渐近线方程为 $x - \sqrt{3}y = 0$, 则 C 的离心率为
 A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ C. 2 D. $\sqrt{3}$
6. 若直线 $3x + y - a = 0$ 是曲线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4\ln x$ 的一条切线, 则实数 $a =$
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{7}{2}$
7. 直线 $l: ax + y - 3a + 1 = 0$ 被圆 $C: (x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$ 截得的弦长的最小值为
 A. $4\sqrt{3}$ B. $4\sqrt{2}$ C. $3\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{6}$
8. 如图,某几何体由两个相同的圆锥组成,且这两个圆锥有一个共同的底面,若该几何体的表面积为 12π , 体积为 V , 则 V^2 的最大值为



【高二数学 第 1 页(共 1 页)】

• 23 • 180° •

A. $\frac{61\sqrt{3}}{3}\pi^2$

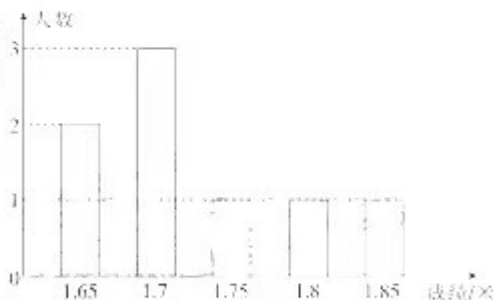
B. $20\sqrt{3}\pi^2$

C. $\frac{56\sqrt{3}}{3}\pi^2$

D. $24\sqrt{3}\pi^2$

二、选择题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 已知在某校运动会上,参加男子跳高比赛的 8 名运动员的成绩如图所示,设这 8 名运动员成绩的平均数是 a 米,第 40% 分位数为 b 米,则



- A. $b=1.75$
B. $a=1.725$
C. $b=1.7$
D. $a=1.775$

10. 某大型商场开业期间为吸引顾客,推出单次消费满 100 元可参加抽奖活动,奖品为该商场的现金购物卡,可用于以后在该商场消费.已知抽奖结果共分 5 个等级,等级 x 与购物卡面值 y (元)的关系式为 $y=e^{ax-b}+k$,3 等奖比 1 等奖面值多 100 元,比 5 等奖面值多 120 元,且 1 等奖面值是 5 等奖面值的 3 倍,则

- A. $a=-\ln 5$
B. $k=15$
C. 1 等奖面值为 3130 元
D. 3 等奖面值为 130 元

11. 已知抛物线 $C: x^2=4y$ 的焦点为 F ,过点 F 的直线与抛物线相交于 A, B 两点,下列结论正确的是

- A. 若 $A(4,4)$,则 $|AF|=5$
B. 若 $E(2,3)$,则 $|AE|+|AF|$ 的最小值为 5
C. 以线段 AB 为直径的圆与直线 $y=-1$ 相切
D. 若 $\overrightarrow{AF}=3\overrightarrow{FB}$,则直线 AB 的斜率为 $\pm\sqrt{3}$

12. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=4$, G 为 CD 的中点,点 P 在线段 BC_1 上运动,点 Q 在棱 BC 上运动, M 为空间中任意一点,则下列结论正确的有

- A. 异面直线 DP 与 AD_1 所成角的取值范围是 $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$
B. $PQ+QG$ 的最小值为 $2+2\sqrt{2}$
C. 若 $3BP=2PC$,则平面 AGP 截正方体所得截面的面积是 $3\sqrt{21}$
D. 若 $MA+MD=8$,当三棱锥 $A-MBD$ 的体积最大时,其外接球的表面积为 $\frac{112\pi}{3}$

三、填空题:本大题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.把答案填在答题卡中的横线上.

13. 已知向量 $a=(2, -4)$, $b=(\lambda, 3)$,若 $a \perp (a+b)$,则 $\lambda=$ ▲.

14. 将函数 $f(x)=\sin(2x+\frac{\pi}{3})$ 的图象向左或向右平移 φ ($0<\varphi<\pi$) 个单位长度,得到函数 $g(x)$ 的图象,若 $g(x)$ 是偶函数,则 φ 的一个取值可能为 ▲.

15.《九章算术》中将底面为矩形且有一条侧棱与底面垂直的四棱锥称为阳马.若从一个阳马的8条棱中任取2条,则这2条棱所在直线互相垂直的概率为 $\frac{1}{2}$.

16.已知 $(x+3y)(x+2y)^5 = a_1x^7 + a_2x^6y + \dots + a_8y^7$, 则 $a_1 + a_2 + \dots + a_8 = 1023$; x^5y^2 的系数为 120 . (本题第一空2分,第二空3分)

四、解答题:本大题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10分)

在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $\cos B + \sin \frac{A+C}{2} = 0$.

(1)求角 B 的大小;

(2)若 $a:c=3:5$, 且 AC 边上的高为 $\frac{15\sqrt{3}}{11}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

18. (12分)

设正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $2S_n = a_n^2 + a_n - 2$.

(1)求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

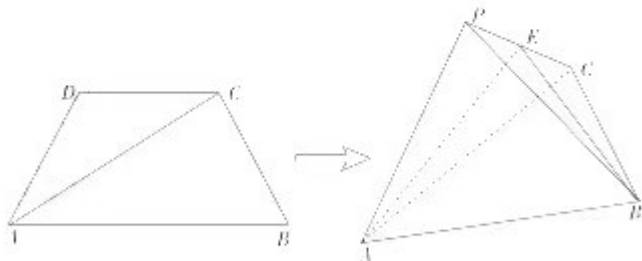
(2)若 $\{(a_{n-1} + a_n)^2 b_n\}$ 是首项为5, 公差为2的等差数列, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

19. (12分)

如图,在梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $AD = DC = BC = 2$, $\angle ABC = 60^\circ$, 将 $\triangle ACD$ 沿边 AC 翻折,使点 D 翻折到 P 点,且 $PB = 2\sqrt{2}$.

(1)证明: $BC \perp$ 平面 PAC ;

(2)若 E 为线段 PC 的中点,求二面角 $E-AB-C$ 的余弦值.



20. (12 分)

甲、乙两个同学去参加学校组织的百科知识大赛,规则如下:甲先答 2 道题,至少答对 1 道题,乙同学才有机会答题,乙同样答 2 道题.每答对 1 题可以得 50 分,已知甲答对每道题的概率都是 p ,乙答对第 1 道题的概率为 $\frac{1}{5}$,答对第 2 题的概率为 $\frac{2}{3}$,乙有机会答题的概率为 $\frac{21}{25}$.

(1)求 p ;

(2)求甲与乙总得分 X 的分布列与数学期望.

21. (12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 (a > b > 0)$ 与椭圆 $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的离心率相同,点 $P(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$ 为椭圆 C 上一点.

(1)求椭圆 C 的方程.

(2)若过点 $Q(\frac{1}{3}, 0)$ 的直线 l 与椭圆 C 相交于 A, B 两点,试问以 AB 为直径的圆是否经过定点 M ? 若存在,求出 M 的坐标;若不存在,请说明理由.

22. (12 分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax^2$,

(1) $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递增,求 a 的取值范围;

(2)若 $a \leq 1$,证明:当 $x \geq 0$ 时, $f(x) \geq (e-2)x + a$. (参考数据: $\ln 2 \approx 0.69$)

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线