

泸县四中 2020 级高三第二次诊断性模拟考试

数 学 (理工类)

注意事项:

1. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其它答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效。
3. 本试卷满分 150 分, 考试时间 120 分钟. 考试结束后, 请将答题卡交回。

第 I 卷 选择题 (60 分)

一. 选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

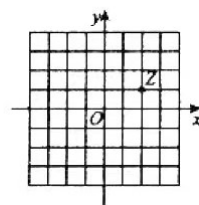
1. 已知集合  $A = \{x \in \mathbb{R} | |x| \leq 2\}$ ,  $B = \{x \in \mathbb{R} | x < 1\}$ , 则  $A \cap B =$

- A.  $(-\infty, 2]$       B.  $[-2, 2]$       C.  $(1, 2]$       D.  $[-2, 1)$

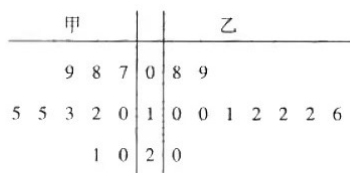
2. 图中网格纸的小正方形的边长是 1, 复平面内点 Z 所表示的复数  $z$  满

足  $(z_1 - i) \cdot z = 1$ , 则复数  $z_1 =$

- A.  $-\frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$       B.  $\frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$       C.  $\frac{2}{5} - \frac{4}{5}i$       D.  $-\frac{2}{5} - \frac{4}{5}i$

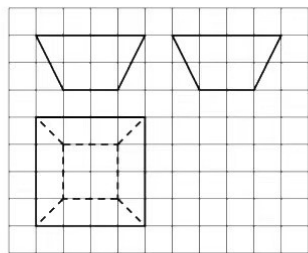


3. 甲、乙两台机床生产同一种零件, 根据两台机床每天生产零件的次品数, 绘制了如下茎叶图, 则下列判断错误的是



- A. 甲的平均数大于乙的平均数      B. 甲的众数大于乙的众数  
C. 甲的方差大于乙的方差      D. 甲的性能优于乙的性能

4. 已知某几何体的三视图如图所示 (图中网格纸上小正方形边长为 1), 则该几何体的体积为



- A.  $\frac{40}{3}$       B. 15      C.  $\frac{56}{3}$       D. 20

5. 已知  $\alpha$  是第四象限角,  $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$ , 则  $\tan(\frac{\pi}{4} - \alpha) =$

- A. -5            B. 5            C. -7            D. 7

6. 设  $\{a_n\}$  是公比为  $q$  的等比数列, 则“ $q > 1$ ”是“ $\{a_n\}$  为递增数列”的

- A. 充分而不必要条件            B. 必要而不充分条件  
C. 充分必要条件            D. 既不充分也不必要条件

7. 在如图所示的计算  $1+5+9+\dots+2024$  程序框图中, 判断框内

应填入的条件是

- A.  $i \leq 2024?$             B.  $i < 2024?$   
C.  $i < 2023?$             D.  $i \leq 2023?$

8. 已知函数  $f(x) = \sin(\omega x + \phi)$ ,  $x \in R$ , 其中  $\omega > 0$ ,  $-\pi < \phi \leq \pi$ . 若函数  $f$

$x = \frac{2\pi}{3}$  时,  $f(x)$  取最大值, 是

- A.  $f(x)$  在区间  $[-2\pi, -\pi]$  上是减函数            B.  $f(x)$  在区间  $[-\pi, 0]$  上是增函数  
C.  $f(x)$  在区间  $[0, \pi]$  上是减函数            D.  $f(x)$  在区间  $[0, 2\pi]$  上是增函数

9. 若  $\log_a 3 < \log_b 3 < 0$ , 则

- A.  $0 < a < b < 1$             B.  $0 < b < a < 1$   
C.  $a > b > 1$             D.  $b > a > 1$

10. 已知函数  $f(x)$  在  $(0, +\infty)$  上单调, 且函数  $y = f(x-1)$  的图象关于  $x=1$  对称, 若数列  $\{a_n\}$  是公差不为 0 的等差数列, 且  $f(a_{50}) = f(a_{51})$ , 则  $\{a_n\}$  的前 100 项的和为

- A. -200            B. -100            C. 0            D. 50

11. 已知点  $F(-c, 0)$  ( $c > 0$ ) 是双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  的左焦点, 过  $F$  且平行于双曲线渐近线的直线与圆

$x^2 + y^2 = c^2$  交于点  $P$ , 且点  $P$  在抛物线  $y^2 = 4cx$  上, 则该双曲线的离心率的平方为

- A.  $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$             B.  $\sqrt{5}$             C.  $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$             D.  $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

12. 关于  $x$  的不等式  $ae^x + \ln \frac{a}{x-1} + 1 > 0$  对任意  $x > 1$  恒成立, 则  $a$  的取值范围是

- A.  $(e, +\infty)$             B.  $(\frac{1}{e^2}, +\infty)$             C.  $(\frac{1}{\sqrt{e}}, +\infty)$             D.  $(\frac{1}{e}, +\infty)$

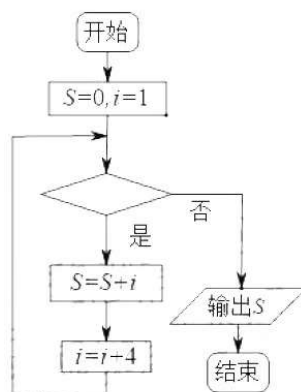
### 第 II 卷 非选择题 (90 分)

二、填空题: 本大题共 4 个小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

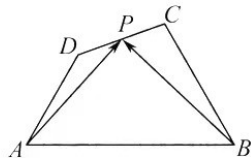
13. 曲线  $y = e^x \cos x$  在  $x=0$  处的切线方程为 \_\_\_\_\_.

14. 3 名女生和 4 名男生随机站成一排, 则每名女生旁边都有男生的概率为 \_\_\_\_\_.

15. 若实数  $x, y$  满足  $x > y > 0$ , 且  $\log_2 x + \log_2 y = 1$ , 则  $\frac{x-y}{x^2+y^2}$  的最大值为 \_\_\_\_\_.



16. 如图, 在四边形  $ABCD$  中,  $\angle DAB = 60^\circ$ ,  $\angle ABC = 60^\circ$ ,  $DA = 3$ ,  $AB = 6$ ,  $BC = 4$ , 点  $P$  是线段  $DC$  上的一个动点, 则  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{BP}$  的最小值为\_\_\_\_\_.



三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

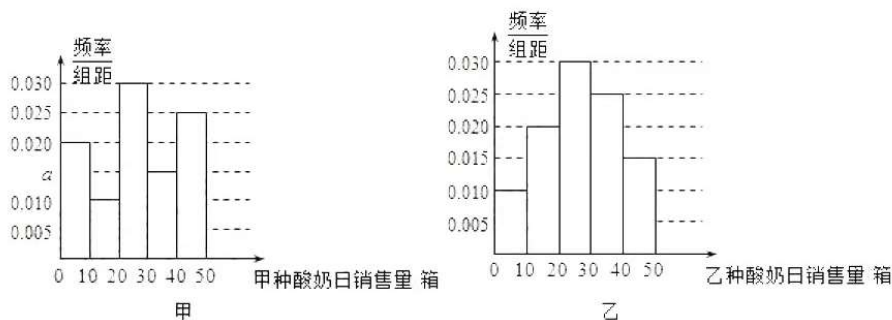
(一) 必做题: 共 60 分.

17. (12 分) 已知正项等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $a_1, a_3, a_2 + 10$  成等差数列,  $S_3 - a_2 = 10$ .

(1) 求  $a_n$  与  $S_n$ ;

(2) 设  $b_n = \log_2(S_n + 2) \cdot a_n$ , 数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和记为  $T_n$ , 求  $T_n$ .

18. (12 分) 某超市从 2014 年甲、乙两种酸奶的日销售量 (单位: 箱) 的数据中分别随机抽取 100 个, 并按  $[0, 10]$ ,  $(10, 20]$ ,  $(20, 30]$ ,  $(30, 40]$ ,  $(40, 50]$  分组, 得到频率分布直方图如下:



假设甲、乙两种酸奶独立销售且日销售量相互独立.

(1) 写出频率分布直方图 (甲) 中的  $a$  的值; 记甲种酸奶与乙种酸奶日销售量 (单位: 箱) 的方差分别为  $s_1^2$ ,  $s_2^2$ , 试比较  $s_1^2$  与  $s_2^2$  的大小; (只需写出结论)

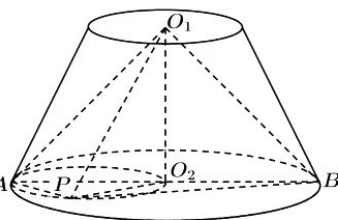
(2) 估计在未来的某一天里, 甲、乙两种酸奶的销售量恰有一个高于 20 箱且另一个不高于 20 箱的概率;

(3) 设  $X$  表示在未来 3 天内甲种酸奶的日销售量不高于 20 箱的天数, 以日销售量落入各组的频率作为概率, 求  $X$  的数学期望.

19. (12 分) 如图,  $O_1, O_2$  分别是圆台上下底面的圆心,  $AB$  是下底面圆的直径,  $AB = 2O_1O_2$ , 点  $P$  是下底面内以  $AO_2$  为直径的圆上的一个动点 (点  $P$  不在  $AO_2$  上).

(1) 求证: 平面  $APQ_1 \perp$  平面  $PQ_1O_2$ ;

(2) 若  $O_1O_2 = 2$ ,  $\angle PAB = 45^\circ$ , 求二面角  $A-PQ_1-B$  的余弦值.



20. (12 分) 已知抛物线  $C: x^2 = 2py (p > 0)$ , 直线  $l: y = \frac{1}{2}x - 2$ , 过点  $P(1, 2A)$

当  $AB \parallel l$  时,  $P$  为  $AB$  中点.

(1) 求  $C$  的方程;

(2) 作  $AA' \perp l$ ,  $BB' \perp l$ , 垂足分别为  $A'$ ,  $B'$  两点, 若  $BA'$  与  $AB'$  交于  $Q$ , 求证:  $PQ \parallel AA' \parallel BB'$ .

21. (12分) 已知函数  $f(x) = e^x - ax$  有两个零点  $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$ .

(1) 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 证明:  $x_2 - x_1 < \frac{2}{x_1} - 2$ .

(二) 选做题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. (10分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 曲线  $C_1$  的参数方程为  $\begin{cases} x = t \cos \alpha \\ y = 1 + t \sin \alpha \end{cases}$ , 以原点  $O$  为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立

极坐标系, 曲线  $C_2$  的极坐标方程为  $\rho = 2 \cos \theta$ .

(1) 若曲线  $C_1$  方程中的参数是  $\alpha$ , 且  $C_1$  与  $C_2$  有且只有一个公共点, 求  $C_1$  的普通方程;

(2) 已知点  $A(0, 1)$ , 若曲线  $C_1$  方程中的参数是  $t, 0 < \alpha < \pi$ , 且  $C_1$  与  $C_2$  相交于  $P, Q$  两个不同点, 求  $\frac{1}{|AP|} + \frac{1}{|AQ|}$

的最大值.

23. (10分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数  $f(x) = |3x + 2|$ .

(1) 解不等式  $f(x) < 6 - |x - 2|$ ;

(2) 已知  $m + n = 4 (m, n > 0)$ , 若  $|x - a| - f(x) \leq \frac{1}{m} + \frac{1}{n} (a > 0)$  恒成立, 求函数  $a$  的取值范围.



## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线