

2023 年春季学期高一年级 6 月质量检测

数 学

全卷满分 150 分,考试时间 120 分钟。

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上,并将条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并收回。
4. 本卷主要考查内容:必修第一册,必修第二册。

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 $z = (1 - 3i)(a - i)$ 为纯虚数,则实数 $a =$

A. 3

B. $\frac{1}{3}$ C. $-\frac{1}{3}$

D. -3

2. 下列条件一定能确定一个平面的是

A. 空间三个点

B. 空间一条直线和一个点

C. 两条相互垂直的直线

D. 两条相互平行的直线

3. 已知集合 $A = \{x | 9x^2 < 1\}$, $B = \left\{y \left| y = x^2 - 2x + \frac{5}{4} \right.\right\}$, 则 $A \cap B =$

A. $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right)$ B. $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right)$ C. $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right)$ D. $\left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{4}\right]$

4. 已知向量 a, b 满足 $|a + b| = 3$, $|a - b| = 2$, 则 $a \cdot b =$

A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{6}{5}$

5. 已知 $a = \log_3 16$, $b = \frac{27}{10}$, $c = 2^{\lg \sqrt{1001}}$, 则

A. $b > c > a$ B. $b > a > c$ C. $c > a > b$ D. $c > b > a$

6. 某大学举办校庆,为了烘托热闹的氛围,需要准备 20000 盆绿色植物作装饰. 已知栽种绿色植物的花盆可近似看成圆台,上底面圆直径约为 9 厘米,下底面圆直径约为 18 厘米,母线长约为 7.5 厘米. 假定每一个花盆装满营养土,请问共需要营养土约为(参考数据 $\pi \approx 3.14$)

A. 17.02 立方米

B. 17.23 立方米

C. 17.80 立方米

D. 18.22 立方米

7. 已知 $a > 0, b > 0$, $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1$, 则 $a^2 + 4b^2$ 的最小值为

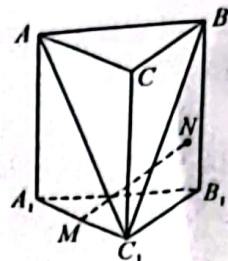
A. 8

B. 16

C. 24

D. 32

8. 如图,在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, M 为 A_1C_1 的中点, N 为侧面 BCC_1B_1 上的一点,且 $MN \parallel$ 平面 ABC_1 ,若点 N 的轨迹长度为 2,则



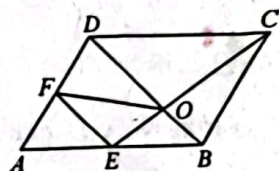
- A. $AC_1=4$
- B. $BC_1=4$
- C. $AB_1=6$
- D. $B_1C=6$

二、多项选择题:本题共 4 小题,每小题 5 分,共 20 分.在每小题给出的选项中,有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分,部分选对的得 2 分,有选错的得 0 分.

9. 今年“五一”假期,各大商业综合体、超市等纷纷抓住节日商机,积极开展各类促销活动.在某超市购买 80 元以上商品的顾客可以参加一次抽奖活动,若顾客小王中奖的概率为 0.4,顾客小张中奖的概率为 0.2,则

- A. 小王和小张都中奖的概率为 0.08
- B. 小王和小张都没有中奖的概率为 0.46
- C. 小王和小张中只有一个人中奖的概率为 0.44
- D. 小王和小张中至多有一人中奖的概率为 0.92

10. 如图,在平行四边形 $ABCD$ 中, E 为 AB 的中点, F 为 AD 的中点, BD 与 CE 相交于点 O ,
 $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}$, $\overrightarrow{AD}=\mathbf{b}$, 则



A. $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\mathbf{a}-\frac{1}{2}\mathbf{b}$

B. $\overrightarrow{EC}=\frac{1}{2}\mathbf{a}+\mathbf{b}$

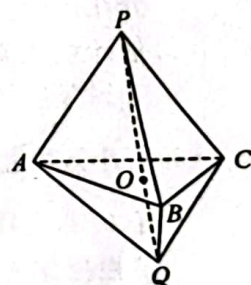
C. $\overrightarrow{FO}=\frac{2}{3}\mathbf{a}-\frac{1}{6}\mathbf{b}$

D. 若 $\angle A=60^\circ$, $|\mathbf{a}|=2$, $|\mathbf{b}|=1$, 则 $\overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{EC}=-\frac{3}{4}$

11. 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ,下列说法正确的是

- A. 若 $A>B$, 则 $\sin A>\sin B$
- B. 若 $A=60^\circ$, $c=2$, $a=1.74$, 则 $\triangle ABC$ 只有一解
- C. 若 $\tan A=\frac{a}{b}$, 则 $\triangle ABC$ 为直角三角形
- D. $\cos A+\cos B+\cos C>0$

12. 如图,正三棱锥 $P-ABC$ 和正三棱锥 $Q-ABC$ 的侧棱长分别为 $2, \sqrt{2}$, 直线 PQ 与底面 ABC 相交于点 O , $OP=2OQ$, 则



- A. $PQ=\sqrt{5}$
- B. AQ, BQ, CQ 两两垂直
- C. AP 与 CQ 的夹角为 45°
- D. 点 P, A, B, C, Q 不可能同时在某个球的表面上

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 若复数 z 在复平面内所对应的点在直线 $y = -x$ 上, 请写出一个满足上述条件的复数 $z =$ _____.
14. 已知圆锥的母线长为 l , 底面半径为 r , 若圆锥的侧面展开图的面积为扇形所在圆的面积的 $\frac{1}{3}$, 则 $\frac{l}{r} =$ _____.
15. 从分别写有 $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ 的7张卡片中随机抽取1张, 放回后再随机抽取1张, 则抽得的第一张卡片上的数字大于第二张卡片上的数字的概率为 _____.
16. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , G 为 $\triangle ABC$ 的重心, $AG = BC$, 则 $\cos B$ 的取值范围为 _____.

四、解答题:本题共6小题,共70分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17. (本小题满分10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, $A(1, 2), B(-2, 3), C(8, -5)$.

- (1) 若 $\overrightarrow{OC} = x\overrightarrow{OA} + y\overrightarrow{OB}$, 求实数 x, y 的值;
- (2) 若 $\overrightarrow{AB} \parallel (m\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC})$, 求实数 m 的值.

18. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \omega x - \frac{1}{2} \cos \omega x - m$, 其中 $\omega > 0$.

- (1) 若函数 $f(x)$ 的最大值是最小值的5倍, 求 m 的值;
- (2) 当 $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时, 函数 $f(x)$ 的正零点由小到大的顺序依次为 $x_1, x_2, x_3, \dots$, 若 $x_2 - 2x_1 = \frac{\pi}{36}$, 求 ω 的值.

19. (本小题满分12分)

居民小区物业服务联系着千家万户, 关系着居民的“幸福指数”. 某物业公司为了调查小区业主对物业服务的满意程度, 以便更好地为业主服务, 随机调查了100名业主, 根据这100名业主对物业服务的满意程度给出评分, 分成 $[50, 60), [60, 70), [70, 80), [80, 90), [90, 100]$ 五组, 得到如图所示的频率分布直方图.

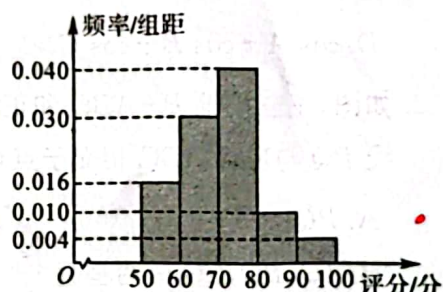
- (1) 在这100名业主中, 求评分在区间 $[70, 80)$ 的人数与评分在区间 $[50, 60)$ 的人数之差;

- (2) 估计业主对物业服务的满意程度给出评分的众数和90%分位数;

- (3) 若小区物业服务满意度 (满意度 = $\frac{\text{满意程度平均分}}{100}$) 低

于0.8, 则物业公司需要对物业服务人员进行再培训.

请根据你所学的统计知识, 结合满意度, 判断物业公司是否需要对物业服务人员进行再培训, 并说明理由. (同一组中的数据用该区间的中点值作代表)



0. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且 $\frac{a \cos B + b \cos A}{c} = \frac{\sqrt{3}(a^2 + b^2 - c^2)}{2ab \sin C}$.

(1) 求 C ;

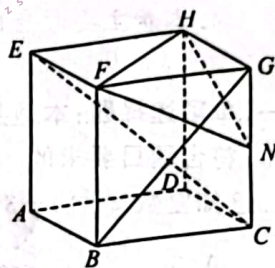
(2) 若 $\triangle ABC$ 的三条角平分线相交于点 O , $AB=7$, $\triangle OAB$ 的面积为 $\frac{15\sqrt{3}}{4}$, 求 OC .

1. (本小题满分 12 分)

如图, 在直棱柱 $ABCD-EFGH$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, N 是 CG 上的一点, $EC \parallel$ 平面 FHN .

(1) 请确定点 N 的位置;

(2) 若直线 BG 与平面 FHN 所成的角为 $\frac{\pi}{3}$, 求 AE .



2. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = \log_2(\sqrt{x^2+1} + x + a)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数.

(1) 求实数 a 的值;

(2) 证明: 函数 $f(x)$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调递增;

(3) 记 $g(x) = f(x) + 2^x - 2^{-x}$, 对 $\forall x \in \mathbb{R}$, 不等式 $g(x^2+3) + g(-m|x+1|) \geq 0$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

题 答 要 不 内 线 封 密