2023届高三年级五月适应性考试

数学试题

时限：120 分钟　　满分：150 分　　命审题：高三数学备课组

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．若 $2-z=zi$，则 $|\overline{z}+i|=$

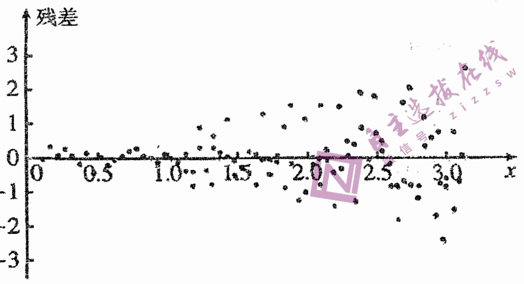
A．1　　B．2　　C．$\sqrt{2}$　　D．$\sqrt{5}$

2．若集合 $A=\{x|\log_2 x<1\}$，$B=\{x||x|\geq 1\}$，则 $A\cup C_R B=$

A．$\{x|0<x<1\}$　　B．$\{x|-1<x<2\}$

C．$\{x|-1<x<0或0<x<2\}$　　D．$\{x|x<2\}$

3．根据变量 Y 和 x 的成对样本数据，由一元线性回归模型 $\begin{cases} Y=bx+a+e \\ E(e)=0, D(e)=\sigma^2 \end{cases}$ 得到经验回归模型 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$，对应的残差如图所示，模型误差



A．满足一元线性回归模型的所有假设

B．不满足一元线性回归模型的 $E(e)=0$ 的假设

C．不满足一元线性回归模型的 $D(e)=\sigma^2$ 的假设

D．不满足一元线性回归模型的 $E(e)=0$ 和 $D(e)=\sigma^2$ 的假设

4．若 $\{a_n\}$ 是等比数列，$m,n,r,s\in\mathbf{N}^*$，则“$m+n=r+s$”是“$a_m a_n=a_r a_s$”的

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充要条件　　D．既不充分也不必要条件

5．$(\frac{\sin\theta}{x}-x+1)^6$ 的展开式中 x^4 的系数为 12，则 $\cos 2\theta=$

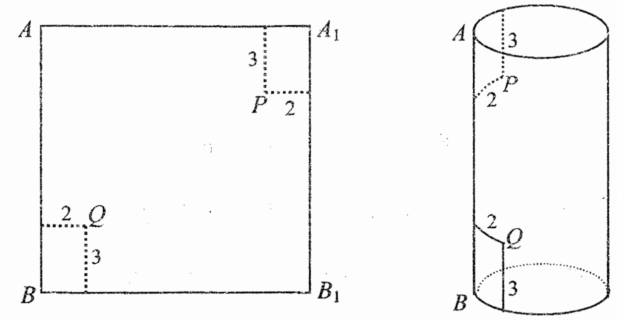
A．$\frac{1}{4}$　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{3}{4}$

6．已知 $0<x<1$，则下列结论正确的是

A．$\frac{\sin x}{x}<(\frac{\sin x}{x})^2<\frac{\sin x^2}{x^2}$　　B．$(\frac{\sin x}{x})^2<\frac{\sin x}{x}<\frac{\sin x^2}{x^2}$

C．$(\frac{\sin x}{x})^2<\frac{\sin x^2}{x^2}<\frac{\sin x}{x}$　　D．$\frac{\sin x^2}{x^2}<(\frac{\sin x}{x})^2<\frac{\sin x}{x}$

7．正方形 ABB_1A_1 的边长为 12，其内有两点 P、Q，点 P 到边 AA_1，A_1B_1 的距离分别为 3，2，点 Q 到边 BB_1，AB 的距离也是 3 和 2．现将正方形卷成一个圆柱，使得 AB 和 A_1B_1 重合（如图），则此时 P、Q 两点间的距离为



A．$\frac{6\sqrt{1+\pi^2}}{\pi}$

B．$\frac{6\sqrt{2+\pi^2}}{\pi}$

C．$\frac{6\sqrt{3+\pi^2}}{\pi}$

D．$\frac{6\sqrt{4+\pi^2}}{\pi}$

8．已知点 $A(3,0)$，O 为坐标原点，动点 M 满足 $|MA|=2|MO|$，P,Q 为直线 $l: y=x-3$ 上的两点，且对任意的点 M 都有 $\angle PMQ\geq\frac{\pi}{2}$，则线段 PQ 长度的最小值为

A．$8\sqrt{2}+4$　　B．$3\sqrt{2}+4$　　C．$4\sqrt{2}+2$　　D．$4\sqrt{2}+4$

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分．

9．已知某果园的每棵果树生长的果实个数为 X，且 X 服从正态分布 $N(90,\sigma^2)$，X 小于 70 的概率为 0.2，从该果园随机选取 10 棵果树，其中果实个数在 $[90,110]$ 的果树棵数记作随机变量 Y，则下列说法正确的是

A．$P(90\leq X\leq 110)=0.3$　　B．$P(Y=1)=0.3\times 0.7^9$

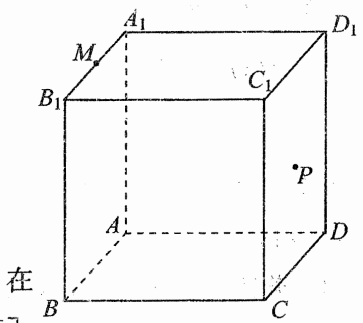
C．$E(Y)=2$　　D．$D(Y)=2.1$

10．已知椭圆 C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ 的左、右焦点分别为 F_1、F_2，$P(x_0,y_0)$ 为椭圆 C 上的一点，且在第一象限，点 $Q(m,n)$ 为 $\triangle PF_1F_2$ 的内心，下列说法正确的是

A．$2y_0=3n$　　B．$|PF_1|-|PF_2|=2m$

C．$x_0=2m$　　D．$m+n$ 的最大值为 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

11．已知正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 1，M 是棱 A_1B_1 的中点，P 是平面 CDD_1C_1 上的动点（如图），则下列说法正确的是



A．若点 P 在线段 C_1D 上，则 BP∥平面 B_1D_1A

B．平面 $PBD_1\perp$ 平面 A_1C_1D

C．若 $\angle MBP=\angle MBD_1$，则动点 P 的轨迹为抛物线

D．以 $\triangle ABA_1$ 的一边 A_1B 所在直线为旋转轴，其余两边旋转一周，在旋转过程中，三棱锥 $A-BDC_1$ 体积的取值范围为 $\left[\frac{1}{6}-\frac{\sqrt{2}}{12},\frac{1}{6}+\frac{\sqrt{2}}{12}\right]$

12. 已知函数 $f(x)=(1-x)e^x-1$，数列$\{a_n\}$满足函数$f(x)$的图像在点$(-a_n,f(-a_n))$处的切线与x轴交于点$(e^{a_{n+1}}-a_n-1,0)$，且$a_1=1$，$a_n\neq 0$，则下列结论正确是

A. $a_ne^{a_{n+1}}=e^{a_n}-1$　　B. $0<a_n\le 1$

C. $a_{2022}<a_{2023}$　　D. $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n>1-\dfrac{1}{2^n}$

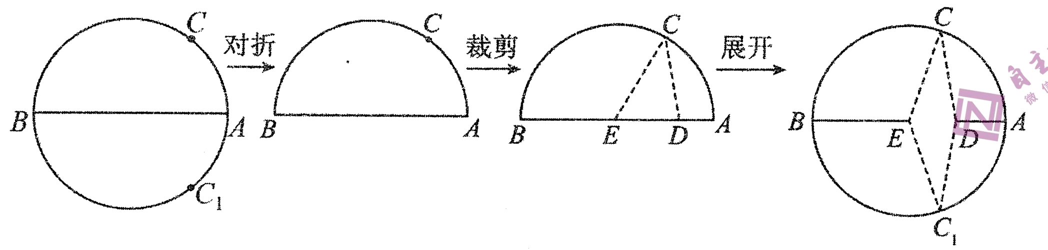
三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分．

13. 设双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点为$F$，过$F$作双曲线的一条渐近线的垂线，垂足为$H$，若$\overrightarrow{FH}\cdot\overrightarrow{FO}=a^2$（$O$为坐标原点），则双曲线$C$的离心率为_________________.

14. 已知m,n,p均为正整数，则满足$m!+n!=5^p$的一组解为$(m,n,p)=$_________________.

15. 已知函数$f(x)=\dfrac{\ln|x|+1}{x}-mx(m\in R)$有四个零点$a,b,c,d$，且$a<b<c<d$，且在区间$(a,b)$和$(c,d)$上各存在唯一一个整数，则实数$m$的取值范围为________________.

16. 剪纸又叫刻纸，是一种镂空艺术，是中华汉族最古老的民间艺术之一．如图，一圆形纸片沿直径AB对折，使圆上两点C、C_1重合，D、E为直径AB上两点，且$\angle ECD=45^\circ$，对折后沿直线DC,EC裁剪，展开得到四边形CEC_1D，若$AC=\dfrac{1}{2}AB$，则当四边形CEC_1D的面积最小时$\dfrac{DE}{AC}$=________.



四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

17.（本小题 10 分）已知函数$f(x)=\sin(\omega x+\dfrac{\pi}{4})(\omega>0)$，点$A$是$f(x)$图像上的一个最高点，$B$，$C$为$f(x)$图像的两个对称中心，$\triangle ABC$面积的最小值为$\pi$．

（1）求ω的值；

（2）$f(x)$在区间$[0,m]$上有 20 个极值点，求实数m的取值范围．

18.（本小题 12 分）已知数列$\{a_n\}$的各项均为正数，其前n项和记为S_n，$a_1=1$，且$(a_n+1)(a_{n+1}+1)=\lambda(S_n+n)$，其中$\lambda$为常数．

（1）若数列$\{a_n\}$为等差数列，求a_n；

（2）若$\lambda=2$，求数列$\left\{\dfrac{1}{a_na_{n+2}}\right\}$的前 20 项和$T_{20}$．

19.（本小题 12 分）某猎人发现在距离他 100 米处的位置有一只猎物，如果直接射击，则只射击一次就击中猎物的概率为$\dfrac{3}{5}$，为了有更大的概率击中猎物，猎人准备多次射击．假设每次射击结果之间相互独立，猎人每次射击击中猎物的概率与他和猎物之间的距离成反比．

（1）如果猎人第一次射击没有击中猎物，则猎人经过调整后进行第二次射击，但由于猎物受到惊吓奔跑，使得第二次射击时猎物和他之间的距离增加了 50 米；如果第二次射击仍然没有击中猎物，则第三次射击时猎物和他之间的距离又增加了 50 米，如此进行下去，每次射击如果没有击中，则下一次射击时猎物和他之间的距离都会增加 50 米．当猎人击中猎物或发现某次射击击中的概率小于$\dfrac{2}{9}$时就停止射击，求猎人停止射击时射击次数的概率分布列与数学期望．

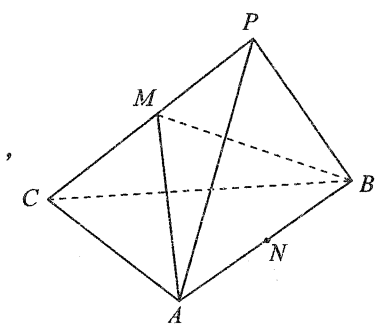
（2）如果猎人直接连续射击，由于射击速度很快，可以认为在射击期间猎物和猎人之间的距离保持不变．如果希望至少击中猎物一次的概率超过 98%，至少要连续射击多少次？

附：$\ln 2\approx 0.693$，$\ln 3\approx 1.099$，$\ln 5\approx 1.609$。

20.（本小题 12 分）已知三棱锥$P-ABC$的四个顶点均在半径为$\sqrt{2}$的球面上，且$PA=PB=PC=AC=BC$，$AC\perp BC$，N为AB的中点．

（1）证明：$PN\perp$平面ABC

（2）若M是线段PC上的点，且平面MAB与平面PAB的夹角为45°，求AM与平面PBC所成角的正弦值．



21.（本小题 12 分）已知抛物线T的顶点在原点，对称轴为坐标轴，且过$(-2,1)$，$(1,\dfrac{1}{4})$，$(-2,-2)$，$(3,-2)$四点中的两点．

（1）求抛物线T的方程；

（2）已知圆$x^2+(y-2)^2=3$，过点$P(m,-1)(m\neq\pm\sqrt{3})$作圆的两条切线，分别交抛物线$T$于$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$和$C(x_3,y_3)$，$D(x_4,y_4)$四个点，试判断$x_1x_2x_3x_4$是否是定值？若是定值，求出定值，若不是定值，请说明理由．

22.（本小题 12 分）已知函数$f(x)=ae^{2x-1}-x^2(\ln x+\dfrac{1}{2})$

（1）若$a=0$，证明：$f(x)\ge\dfrac{x^2}{2}-x^3$；

（2）设$g(x)=xf(x)+\dfrac{x^2}{e^x}$，若$\forall x>1$，$xg(\dfrac{\ln x}{x-1})<g(\dfrac{x\ln x}{x-1})$恒成立，求实数$a$的取值范围．