秘密★启用前

# 文科数学试卷

注意事项：

1. 答题前，考生务必用黑色碳素笔将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号在答题卡上填写清楚.

2. 每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号. 在试题卷上作答无效.

3. 考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回. 满分150分，考试用时120分钟.

**一、选择题**（本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合 $A=\{x|x^2-2x-3\leqslant 0\}$，$B=\{x\in\mathbf{N}|2\leqslant x\leqslant 5\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{2\}$　　B. $\{3\}$

C. $\{2, 3\}$　　D. $\{2, 3, 4\}$

2. 设复数 $z$ 满足：$z(1+i)=3-i$，则 $z=$

A. $1-2i$　　B. $1+2i$

C. $-1-2i$　　D. $-1+2i$

3. 已知向量 $\vec{a}=(1, 2)$，$\vec{b}=(-1, 3)$，且 $(m\vec{a}+n\vec{b})\perp\vec{b}$，则 $\frac{m}{n}=$

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. 2　　D. $-2$

4. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$，且 $S_n=\frac{3}{2}n^2-\frac{17}{2}n$，则 $a_4=$

A. 2　　B. $-2$

C. 4　　D. $-4$

5. 函数 $f(x)=\ln(2x^2-3x+1)$ 的单调递减区间为

A. $\left(-\infty, \frac{3}{4}\right)$　　B. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$

C. $\left(\frac{3}{4}, +\infty\right)$　　D. $(1, +\infty)$

6. 执行如图1所示的程序框图，输出的 $S=$

A. $-3$

B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{3}$

D. 2

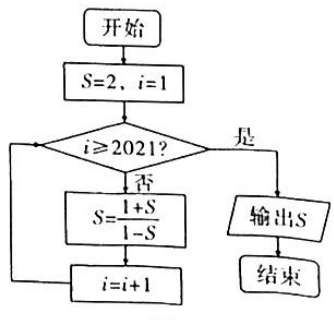


图1

7. 某产品的零售价 $x$（元）与销售量 $y$（个）的统计表如下：

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| $y$ | 44 | 35 | 28 | 20 | 11 |

据上表可得回归直线方程为 $\hat{y}=-8.1x+a$，则 $a=$

A. 140.6　　B. 141

C. 141.2　　D. 141.4

8. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$，且有 $a_3=-8$，$a_6=1$，则 $S_n$ 的最小值为

A. $-40$　　B. $-39$

C. $-38$　　D. $-14$

9. 若直线 $mx-ny+3=0(m>0,\ n>0)$ 截圆 $C$：$x^2+y^2+6x-4y+5=0$ 所得的弦长为 $4\sqrt{2}$，则 $\frac{2}{m}+\frac{1}{n}$ 的最小值为

A. $\frac{8-4\sqrt{3}}{3}$　　B. $\frac{8+4\sqrt{3}}{3}$

C. $8-4\sqrt{3}$　　D. $8+4\sqrt{3}$

10. 国际数学教育大会（ICME）是世界数学教育规模最大、水平最高的学术性会议，第十四届大会于 2021 年 7 月 11 日～18 日在上海市华东师范大学成功举办，其会标如图 2，包含着许多数学元素．主画面是非常优美的几何化的中心对称图形，由弦图、圆和螺线组成，主画面标明的 ICME－14 下方的“☰☰ ☰☰ ☷☷ ☷☷”是用中国古代八进制的计数符号写出的八进制数 3744，也可以读出其二进制码（0）11111100100．受疫情影响，第十四届大会在原定的举办时间上有所推迟，已知上述二进制和八进制数转换为十进制即是第十四届大会原定的举办时间，则第十四届数学教育大会原定于（　　）年举行．

A. 2018　　B. 2019

C. 2020　　D. 2021

图 2

11. 已知双曲线 $C$：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,\ b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1$、$F_2$，曲线 $C$ 上一点 $P$ 到 $x$ 轴的距离为 $\sqrt{3}a$，且 $\angle PF_2F_1=120°$，则双曲线 $C$ 的离心率为

A. $\sqrt{13}+1$　　B. $\sqrt{13}-1$　　C. $\frac{\sqrt{13}+1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{13}-1}{2}$

12. 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，且当 $x>0$ 时，$f(x)=x\ln x+\frac{1}{e}$，若关于 $x$ 的函数 $F(x)=[f(x)]^2+af(x)$ 恰有 5 个零点，则实数 $a$ 的取值范围为

A. $\left[-\frac{1}{e},0\right)\cup\left(0,\frac{1}{e}\right]$　　B. $\left[-\frac{1}{e},\frac{1}{e}\right]$

C. $\left(-\frac{1}{e},0\right)\cup\left(0,\frac{1}{e}\right)$　　D. $\left(-\frac{1}{e},\frac{1}{e}\right)$

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. 已知 $\tan\alpha=1$，$\tan\beta=2$，则 $\tan(\alpha-\beta)=$ ___$-3$___.

14. 若 $x$，$y$ 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\geqslant 1,\\ x-y\leqslant 1,\\ x-2y\geqslant -2,\end{cases}$ 则 $z=2x+3y$ 的最大值为___4___.

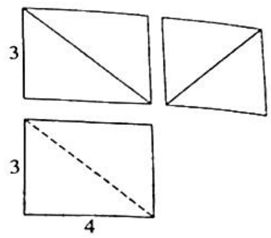

图 3

15. 某几何体的三视图如图 3 所示，则该三视图的外接球表面积为________.

16. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n+a_{n+1}=\dfrac{2}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}$，则 $S_{2n}=$________.

三、解答题（共 70 分. 解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17.（本小题满分 12 分）

在 $\triangle ABC$ 中，角 $A$、$B$、$C$ 所对的边分别为 $a$，$b$，$c$，且 $(2b-c)\cos A=a\cos C$.

（1）求角 $A$；

（2）已知 $b+c=2$，求 $\triangle ABC$ 周长的取值范围.

18.（本小题满分 12 分）

2021 年 7 月 23 日~8 月 8 日，第 32 届夏季奥林匹克运动会在日本首都东京举行，中国乒乓球队在中国乒乓球协主席刘国梁的带领下，夺得了男女子个人赛、团体赛共 4 枚金牌. 已知某中学共有学生 1800 人，男女比例为 5 : 4，该中学体育协会为了解乒乓球运动和性别的关联性，通过调查统计，得到了如下数据：

| | 男生 | 女生 | 合计 |
|---|---|---|---|
| 喜欢打乒乓球 | 52 | 34 | 86 |
| 不喜欢打乒乓球 | 48 | 66 | 114 |
| 合计 | 100 | 100 | 200 |

（1）以频率估计概率，请估计该校男生喜欢打乒乓球的概率和该校女生喜欢打乒乓球的人数；

（2）能否在犯错误的概率不超过 0.01 的前提下认为"中学生喜欢打乒乓球与性别有关"？（计算结果保留到小数点后 3 位）

附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，其中 $n=a+b+c+d$.

| $P(K^2\geqslant k_0)$ | 0.050 | 0.010 | 0.001 |
|---|---|---|---|
| $k_0$ | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

19.（本小题满分 12 分）

如图 4，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形，平面 $PAD\perp$ 底面 $ABCD$，$PB=PC=\sqrt{6}$.

（1）证明：平面 $PAB\perp$ 平面 $PCD$；

（2）已知点 $M$ 是线段 $AD$ 的中点，求点 $D$ 到平面 $PBM$ 的距离.

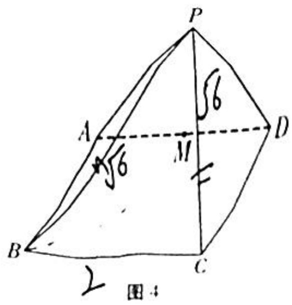

图 4

20.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=a\ln x+\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}$.

（1）讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

（2）若函数 $g(x)=f(x)-\frac{1}{x^2}$ 的最小值为 0，求实数 $a$ 的值.

21.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C_1$：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$，且过椭圆的右焦点 $F$ 有且仅有一条直线与圆 $C_2$：$x^2+y^2=2$ 相切.

（1）求椭圆 $C_1$ 的标准方程；

（2）设曲线 $C_2$ 与 $y$ 轴的正半轴交于点 $P$. 已知直线 $l$ 斜率存在且不为 0，与椭圆 $C_1$ 交于 $A$，$B$ 两点，满足 $\angle BPO=\angle APO$（$O$ 为坐标原点），证明：直线 $l$ 过定点.

请考生在第 22、23 两题中任选一题作答，并用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑. 注意所做题目的题号必须与所涂题目的题号一致，在答题卡选答区域指定位置答题. 如果多做，则按所做的第一题计分.

22.（本小题满分 10 分）【选修 4-4：坐标系与参数方程】

在平面直角坐标系中，以原点为极点，$x$ 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 $C_1$ 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\theta,\\ y=\sin\theta,\end{cases}$（$\theta$ 为参数），曲线 $C_2$ 的极坐标方程为 $\rho\cos\theta-\rho\sin\theta-\sqrt{3}=0$.

（1）求曲线 $C_1$ 的普通方程和曲线 $C_2$ 的直角坐标方程；

（2）已知 $M(\sqrt{3},0)$，曲线 $C_1$ 与曲线 $C_2$ 交于 $A$，$B$ 两点，求 $\frac{1}{|MA|}+\frac{1}{|MB|}$ 的值.

23.（本小题满分 10 分）【选修 4-5：不等式选讲】

已知 $f(x)=|3x-2|-|3x+a|$.

（1）若 $a=1$，求不等式 $f(x)\leqslant 1$ 的解集；

（2）若不等式 $f(x)\leqslant a^2-2a-8$ 对 $\forall x\in\mathbf{R}$ 恒成立，求实数 $a$ 的取值范围.