2022～2023 学年新乡高三第三次模拟考试
数学参考答案(文科)

1. C　因为 $U=\{x|-3<x\leqslant 4\}$，$A=\{x|-1\leqslant x\leqslant 4\}$，所以 $\complement_U A=\{x|-3<x<-1\}$.

2. B　因为 $(a+\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})=a+2+(1-2a)\mathrm{i}$，所以 $1-2a=0$，解得 $a=\frac{1}{2}$.

3. A　设公差为 d，因为 a_2,a_4,a_5 成等比数列，所以 $6^2=(6-2d)(6+d)$，解得 $d=0$（舍去）或 $d=-3$，所以 $a_1=15$，$S_6=6\times 15+\frac{6\times 5}{2}\times(-3)=45$.

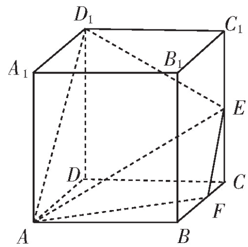
4. C　$f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$，因为 $f(-x)=\frac{3\ln(\sqrt{x^2+1}-x)}{1+|x|}=\frac{3\ln(\sqrt{x^2+1}+x)^{-1}}{1+|x|}=-\frac{3\ln(\sqrt{x^2+1}+x)}{1+|x|}=-f(x)$，所以 $f(x)$ 为奇函数，排除 B，D. 当 $x>0$ 时，$f(x)>0$，故选 C.

5. D　对于 A，2022 年春节档平均每场观影人数为 $\frac{11446}{315}\approx 36$，2023 年春节档平均每场观影人数为 $\frac{12921}{266}\approx 49$，所以 A 选项错误；
对于 B，这 4 年中，每年春节档上映新片的数量从小到大排列为 7，8，8，10，所以众数为 8，B 选项错误；
对于 C，这 4 年中，每年春节档票房的极差为 78.43－59.05＝19.38 亿元，C 选项错误；
对于 D，这 4 年春节档平均每部影片的观影人数依次大约为 1653 万，1605 万，1431 万，1846 万，所以 D 选项正确.

6. B　画出可行域(图略)知，当直线 $z=-\frac{1}{2}x+y$ 经过点 $(-2,5)$ 时，z 最大，且 z 的最大值为 6.

7. D　依题意得 $x_0^2=2px_0$，因为 $x_0\neq 0$，所以 $x_0=2p$. 由 $|MF|=x_0+\frac{p}{2}=5$，解得 $p=2$.

8. B　因为点 $B(0,\frac{\sqrt{2}}{2})$ 在 $f(x)$ 的图象上，所以 $f(0)=\cos\varphi=\frac{\sqrt{2}}{2}$. 又 $0<\varphi<\pi$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{4}$. 因为 $f(x)$ 图象的一个对称中心是 $A(\frac{\pi}{8},0)$，所以 $\frac{\omega\pi}{8}+\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}+k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$，则 $\omega=2+8k$，$k\in\mathbf{Z}$. 又 $0<\omega<10$，所以 $\omega=2$，则 $f(x)=\cos(2x+\frac{\pi}{4})$，A 正确. $f(\frac{5\pi}{8})=\cos\frac{3\pi}{2}=0$，则直线 $x=\frac{5\pi}{8}$ 不是 $f(x)$ 图象的一条对称轴，B 不正确. 当 $x\in[\frac{7\pi}{8},\frac{11\pi}{8}]$ 时，$2x+\frac{\pi}{4}\in[2\pi,3\pi]$，$f(x)$ 单调递减，C 正确. $f(x+\frac{\pi}{8})=\cos(2x+\frac{\pi}{2})=-\sin 2x$，是奇函数，D 正确.



9. A　如图，取 BC 的中点 F，连接 EF，AF，则 $EF/\!/AD_1$.
因为正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，所以 $EF=\sqrt{2}$，$D_1E=AF=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$，$AD_1=2\sqrt{2}$，所以四边形 $AFED_1$ 的周长为 $3\sqrt{2}+2\sqrt{5}$.

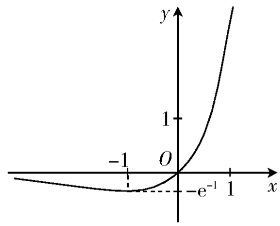
10. D　设直线 $y=k(x+c)(0<k<\frac{b}{a})$ 与双曲线 C 的左支交于点 M，右支

交于点 N，由双曲线的定义，得 $|NF_1|-|NF_2|=|MF_1|=2a$，$|MF_2|-|MF_1|=2a$，所以 $|MF_2|=4a$，在 $\triangle MF_1F_2$ 中，$|F_1F_2|=2c$，$|MF_1|=2a$，$|MF_2|=4a$，由余弦定理得 $4c^2=4a^2+16a^2-2\times2a\times4a\cos120^\circ$，整理得 $c^2=7a^2$，所以 $\frac{c}{a}=\sqrt{7}$.

11. A　因为当 $x\in(0,2]$ 时，$f(x)=x(2-x)=-(x-1)^2+1$，$f(x-2)=2f(x)$，所以 $f(x)=\frac{1}{2}f(x-2)$，即若 $f(x)$ 在 $(0,2]$ 上的点的横坐标增加 2，则对应 y 值变为原来的 $\frac{1}{2}$，若减少 2，则对应 y 值变为原来的 2 倍.

当 $x\in(2,4]$ 时，$f(x)=\frac{1}{2}f(x-2)=-\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{1}{2}$，令 $-\frac{1}{2}(x-3)^2+\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$，解得 $x_1=\frac{7}{2}$，$x_2=\frac{5}{2}$（舍去），因为当 $x\in[a,+\infty)$ 时，$f(x)\leqslant\frac{3}{8}$ 成立，所以 $a\geqslant\frac{7}{2}$.

12. C　因为 $f(x)=xe^x$，所以 $f'(x)=(x+1)e^x$，令 $f'(x)>0$，得 $x>-1$，令 $f'(x)<0$，得 $x<-1$，则 $f(x)$ 在 $(-\infty,-1)$ 上是减函数，在 $(-1,+\infty)$ 上是增函数，所以 $f(x)$ 的最小值为 $f(-1)=-\frac{1}{e}$，$f(x)$ 的图象如图所示，则 $F(x)$ 有 3 个不同的零点，即关于 x 的方程 $[f(x)]^2-m[f(x)]+m-1=0$ 有 3 个不同的实数根.



令 $t=f(x)$，则 $t^2-mt+m-1=0$，解得 $t_1=1$，$t_2=m-1$.

由图可知方程 $f(x)=1$ 有一个正根，因为方程 $F(x)=0$ 有 3 个不同的实数根，所以方程 $f(x)=m-1$ 有两个不相等的负根，所以 $-\frac{1}{e}<m-1<0$，解得 $1-\frac{1}{e}<m<1$.

13. 16　因为 $\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(t-7,6)$，$(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$，所以 $2(t-7)-3\times6=0$，解得 $t=16$.

14. $\frac{3}{4}$　因为 $f(x)=x^2-4x+1$ 图象的对称轴方程为 $x=2$，所以 $f(x)=x^2-4x+1$ 在 $[2,5]$ 上单调递增，由几何概型可得所求概率为 $\frac{5-2}{5-1}=\frac{3}{4}$.

15. $-\frac{1}{10}$　由 $a_{n+1}-a_na_{n+1}-a_n=0$，得 $\frac{1}{a_{n+1}}-\frac{1}{a_n}=-1$，所以 $\frac{1}{a_n}=-3-(n-1)=-n-2$，所以 $a_n=-\frac{1}{n+2}$，所以 $a_8=-\frac{1}{10}$.

16. $\frac{27}{4}$　因为 $AB\perp BC$，$\angle CAB=60^\circ$，所以 $AB=\frac{1}{2}AC$，E 为 AC 的中点，且 $DE=AB$，所以 $DE=AB=\frac{1}{2}AC$，所以 $\triangle ACD$ 是直角三角形，$\angle ADC=90^\circ$，所以 $DE=AB=EB=\frac{1}{2}AC$，则 E 就是球 O 的球心，即 E 与球心 O 重合，因为 $\angle ADC=90^\circ$，$BD\perp CD$，$AD\cap BD=D$，所以 $CD\perp$ 平面 ABD，所以 $CD\perp AB$，又 $AB\perp BC$，$BC\cap CD=C$，$AB\perp$ 平面 BCD，所以平面 $BCD\perp$ 平面 ABC. 因为球 O 的体积为 36π，可得球 O 的半径为 3，则 $AC=6$，$AB=3$，$BC=3\sqrt{3}$，设 BC 的中点为 H，则 $DH=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，所以三棱锥 $D-ABC$ 的体积 $V_{D-ABC}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times3\times3\sqrt{3}\times$

$\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{27}{4}$.

17. 解：(1)因为$\sqrt{3}b\sin\frac{A}{2}-a\sin B=0$，所以$\sqrt{3}\sin B\sin\frac{A}{2}-\sin A\sin B=0$，……………… 2 分

因为 $\sin B\neq 0$，所以 $\sin A=\sqrt{3}\sin\frac{A}{2}$，$2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}=\sqrt{3}\sin\frac{A}{2}$. ……………………… 4 分

因为 $\sin\frac{A}{2}\neq 0$，所以 $\cos\frac{A}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

因为$\frac{A}{2}\in(0,\frac{\pi}{2})$，所以$\frac{A}{2}=\frac{\pi}{6}$，即 $A=\frac{\pi}{3}$. ……………………………………………………… 6 分

(2)因为$\triangle ABC$ 的周长为 $\sqrt{15}+3$，$a=3$，所以 $b+c=\sqrt{15}$，……………………………… 7 分

由余弦定理得 $9=b^2+c^2-bc$，即 $9=(b+c)^2-3bc$，解得 $bc=2$，……………………… 10 分

所以 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}\times 2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$. …………………………………………… 12 分

18. 解：(1)由已知得月人均收入在[1000，2000)的频率为 0.15，月人均收入在[2000，3000)的频率为 0.25，月人均收入在[3000，4000)的频率为 0.3，月人均收入在[4000，5000)的频率为 0.2，月人均收入在[5000，6000]的频率为 0.1. …………………………………………………… 3 分

所以该小区居民的月人均收入为 $1500\times 0.15+2500\times 0.25+3500\times 0.3+4500\times 0.2+5500\times 0.1=225+625+1050+900+550=3350$(元). …………………………………… 6 分

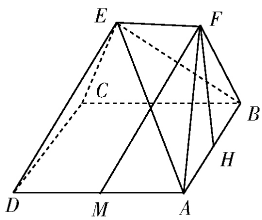
(2)依题意，$\frac{20}{1000}=0.02$，所以从月人均收入在[4000，5000)的家庭中抽取 $200\times 0.02=4$ 户，设为 A_1,A_2,A_3,A_4，从月人均收入不低于 5000 元的家庭中抽取 $100\times 0.02=2$ 户，设为 B_1，B_2，……………………………………………………………………………………………… 7 分

则从中抽取 2 户的所有可能情况有 $A_1A_2,A_1A_3,A_1A_4,A_2A_3,A_2A_4,A_3A_4,A_1B_1,A_1B_2$，$A_2B_1,A_2B_2,A_3B_1,A_3B_2,A_4B_1,A_4B_2,B_1B_2$，共 15 种，…………………………………… 9 分

其中月人均收入均在[4000，5000)的有 $A_1A_2,A_1A_3,A_1A_4,A_2A_3,A_2A_4,A_3A_4$，共 6 种，……………………………………………………………………………………………… 11 分

所以抽出的 2 户月人均收入均在[4000，5000)的概率 $P=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$. ……………………… 12 分

19. (1)证明：因为 $EF/\!/AD$，$EF=\frac{1}{2}BC=\frac{1}{2}AD$，$M$ 是 AD 的中点，所以 $EF/\!/DM$，且 $EF=DM$，………………………………………… 2 分



所以四边形 $DEFM$ 是平行四边形，从而 $MF/\!/DE$. ……………… 3 分

因为 $MF\not\subset$平面 ECD，$DE\subset$平面 ECD，所以 $MF/\!/$平面 ECD. ……………………………………………………… 4 分

(2)解：连接 BE,AE，则 $V_{多面体ABCDEF}=V_{四棱锥E-ABCD}+V_{三棱锥E-ABF}$.

因为平面 $ABF\perp$平面 $ABCD$，$ABCD$ 是正方形，平面 $ABF\cap$平面 $ABCD=AB$，

所以 $AD\perp$平面 ABF，又 $EF/\!/AD$，所以 $EF\perp$平面 ABF. …………………………………… 6 分

$V_{\text{三棱锥}E-ABF}=\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{3})\times2=\frac{8\sqrt{3}}{3}$. ………………………………………… 8 分

设 AB 的中点为 H，连接 FH，则 $FH\perp$平面 $ABCD$，因为 $EF/\!/AD$，$EF\not\subset$平面 $ABCD$，$AD\subset$平面 $ABCD$，所以 $EF/\!/$平面 $ABCD$，

所以 E 到平面 $ABCD$ 的距离等于 FH 的长度，且 $FH=2\sqrt{3}$， ………………………… 9 分

所以 $V_{\text{四棱锥}E-ABCD}=\frac{1}{3}\times(4\times4)\times2\sqrt{3}=\frac{32\sqrt{3}}{3}$， …………………………………… 11 分

所以 $V_{\text{多面体}ABCDEF}=\frac{8\sqrt{3}}{3}+\frac{32\sqrt{3}}{3}=\frac{40\sqrt{3}}{3}$. ………………………………………… 12 分

20. 解：(1) $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$，

$f'(x)=x-(2a+1)+\frac{2a}{x}=\frac{x^2-(2a+1)x+2a}{x}=\frac{(x-1)(x-2a)}{x}$. ……………… 1 分

当 $2a\leqslant0$，即 $a\leqslant0$ 时，由 $f'(x)>0$，得 $x>1$，由 $f'(x)<0$，得 $0<x<1$. ………… 2 分

当 $0<2a<1$，即 $0<a<\frac{1}{2}$ 时，由 $f'(x)>0$，得 $0<x<2a$ 或 $x>1$，由 $f'(x)<0$，得 $2a<x<1$.

……………………………………………………………………………………………… 3 分

当 $2a=1$，即 $a=\frac{1}{2}$ 时，$f'(x)=\frac{(x-1)^2}{x}\geqslant0$ 恒成立. ………………………………… 4 分

当 $2a>1$，即 $a>\frac{1}{2}$ 时，由 $f'(x)>0$，得 $0<x<1$ 或 $x>2a$，由 $f'(x)<0$，得 $1<x<2a$. ……

……………………………………………………………………………………………… 5 分

综上，当 $a\leqslant0$ 时，$f(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 上是增函数，在 $(0,1)$ 上是减函数；

当 $0<a<\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,2a)$ 和 $(1,+\infty)$ 上是增函数，在 $(2a,1)$ 上是减函数；

当 $a=\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上是增函数；

当 $a>\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,1)$ 和 $(2a,+\infty)$ 上是增函数，在 $(1,2a)$ 上是减函数. …………… 6 分

(2)(方法一) 由 (1) 知，当 $a\leqslant0$ 时，$f(x)\geqslant f(1)=-\frac{1}{2}-2a$，

要使 $f(x)\geqslant0$ 恒成立，只需 $f(1)\geqslant0$， ………………………………………………… 7 分

即 $-\frac{1}{2}-2a\geqslant0$，可得 $a\leqslant-\frac{1}{4}$. ……………………………………………………… 9 分

当 $a>0$ 时，$f(1)=-\frac{1}{2}-2a<0$，不符合题意，

故 $a\leqslant-\frac{1}{4}$，即实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-\frac{1}{4}]$. …………………………………… 12 分

(方法二) 由 $f(x)\geqslant0$，可得 $\frac{1}{2}x^2-x-2a(x-\ln x)\geqslant0$，

易知 $x-\ln x>0$，所以 $2a\leqslant\frac{\frac{1}{2}x^2-x}{x-\ln x}$. ……………………………………………… 8 分

令 $g(x)=\dfrac{\frac{1}{2}x^2-x}{x-\ln x}(x>0)$，则 $g'(x)=\dfrac{(x-1)(\frac{1}{2}x+1-\ln x)}{(x-\ln x)^2}$. ………………………… 9 分

令 $\varphi(x)=\frac{1}{2}x+1-\ln x$，则 $\varphi'(x)=\dfrac{x-2}{2x}$，易知 $\varphi(x)$ 在 $(0,2)$ 上是减函数，在 $(2,+\infty)$ 上是增函数，所以 $\varphi(x)\geqslant\varphi(2)=2-\ln 2>0$，………………………………………………… 10 分

所以 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 上是减函数，在 $(1,+\infty)$ 上是增函数，$g(x)\geqslant g(1)=-\dfrac{1}{2}$，由 $2a\leqslant-\dfrac{1}{2}$，

得 $a\leqslant-\dfrac{1}{4}$，故实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-\dfrac{1}{4}]$. ……………………………………… 12 分

21. 解：(1) 由题意得 $a+c=4+2\sqrt{3}$，$a=2b$， ……………………………………………………… 1 分

所以 $c=\sqrt{a^2-b^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$，……………………………………………………………………… 2 分

所以 $a+\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=4+2\sqrt{3}$，解得 $a=4$，$b=2$，

则椭圆 C 的标准方程为 $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{4}=1$. ……………………………………………………… 4 分

(2) 当过 P 的切线斜率存在，即 $x_0\neq\pm 1$，$y_0\neq\dfrac{\sqrt{15}}{2}$ 时，设其方程为 $y-y_0=k(x-x_0)$，即 $y=kx+y_0-kx_0$， …………………………………………………………………………………… 5 分

令 $y=0$，得切线与 x 轴的交点坐标为 $(x_0-\dfrac{y_0}{k},0)$. 因为切线和圆 O 相切，所以 $\dfrac{|y_0-kx_0|}{\sqrt{k^2+1}}=1$，化简得 $(1-x_0^2)k^2+2x_0y_0k+1-y_0^2=0$，则有 $k_1+k_2=-\dfrac{2x_0y_0}{1-x_0^2}$，$k_1k_2=\dfrac{1-y_0^2}{1-x_0^2}$. ……… 7 分

设切线 l_1,l_2 的斜率分别为 k_1,k_2，则 $M(x_0-\dfrac{y_0}{k_1},0)$，$N(x_0-\dfrac{y_0}{k_2},0)$，

所以 $S_{\triangle PMN}=\dfrac{1}{2}|x_M-x_N||y_0|=\dfrac{1}{2}\left|\dfrac{y_0^2(k_1-k_2)}{k_1k_2}\right|=\dfrac{1}{2}y_0^2\sqrt{\dfrac{(k_1+k_2)^2-4k_1k_2}{(k_1k_2)^2}}$

$=\dfrac{1}{2}y_0^2\sqrt{\dfrac{(\frac{2x_0y_0}{1-x_0^2})^2-4\times\frac{1-y_0^2}{1-x_0^2}}{(\frac{1-y_0^2}{1-x_0^2})^2}}=y_0^2\sqrt{\dfrac{x_0^2+y_0^2-1}{(1-y_0^2)^2}}$. ……………………………… 8 分

因为 P 在椭圆 C 上，所以有 $x_0^2=16-4y_0^2$，代入上式化简可得 $S_{\triangle PMN}=y_0^2\sqrt{\dfrac{15-3y_0^2}{(1-y_0^2)^2}}$.

令 $t=1-y_0^2$，得 $y_0^2=1-t$，$t\in[-3,0)$，

则 $S_{\triangle PMN}=(1-t)\sqrt{\dfrac{12+3t}{t^2}}=\sqrt{3}\times\sqrt{t-\dfrac{7}{t}+\dfrac{4}{t^2}+2}$. ………………………………… 9 分

令 $g(t)=t-\dfrac{7}{t}+\dfrac{4}{t^2}+2$，则 $g'(t)=\dfrac{t^3+7t-8}{t^3}=\dfrac{(t-1)(t^2+t+8)}{t^3}$，当 $t\in[-3,0)$ 时，$g'(t)>0$，$g(t)$ 单调递增，$g(t)_{\min}=g(-3)=\dfrac{16}{9}$，即 $(S_{\triangle PMN})_{\min}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. ………………………… 10 分

当过 P 的切线斜率不存在时，此时 $P(1,\frac{\sqrt{15}}{2})$ 或 $P(-1,\frac{\sqrt{15}}{2})$.

若 P 点的坐标为 $(1,\frac{\sqrt{15}}{2})$，可得与圆 O 相切的两条切线方程分别为 $x=1$，$y=\frac{11\sqrt{15}}{60}x+\frac{19\sqrt{15}}{60}$，则 $M(-\frac{19}{11},0)$，$N(1,0)$，此时 $S_{\triangle PMN}=\frac{15\sqrt{15}}{22}$. ………………………………… 11 分

若 P 点的坐标为 $(-1,\frac{\sqrt{15}}{2})$，由对称性可得 $S_{\triangle PMN}=\frac{15\sqrt{15}}{22}$，

因为 $\frac{15\sqrt{15}}{22}>\frac{4\sqrt{3}}{3}$，所以 $\triangle PMN$ 面积的最小值为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. ………………………………… 12 分

22. 解：(1) 由曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=2\cos\alpha+\sin\alpha,\\ y=\cos\alpha-2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数），可得 $x^2+y^2=5\cos^2\alpha+5\sin^2\alpha=5$，即曲线 C 的普通方程为 $x^2+y^2=5$. ………………………………… 2 分

由 $\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{4})=2\sqrt{2}$，得 $\rho(\sin\theta+\cos\theta)=4$，直线 l 的直角坐标方程为 $x+y-4=0$. ……………………………………………………………………………… 4 分

(2) 设 $P(x,4-x)$，若 $\angle APB\geqslant\frac{\pi}{2}$，则 $\angle APO\geqslant\frac{\pi}{4}$，………………………………… 5 分

所以 $\sin\angle APO\geqslant\frac{\sqrt{2}}{2}$，即 $|OP|\leqslant\sqrt{2}|OA|$，………………………………… 7 分

所以 $\sqrt{x^2+(4-x)^2}\leqslant\sqrt{10}$，………………………………… 8 分

化简得 $x^2-4x+3\leqslant 0$，………………………………… 9 分

解得 $1\leqslant x\leqslant 3$，即点 P 的横坐标的取值范围为 $[1,3]$. ………………………………… 10 分

23. (1) 解：若 $a=1$，则 $f(x)=|x+1|+|x-6|$.

当 $x<-1$ 时，$f(x)=-x-1-x+6=-2x+5\leqslant 11$，解得 $x\geqslant -3$，所以 $-3\leqslant x<-1$；……………………………………………………………………………… 2 分

当 $-1\leqslant x<6$ 时，$f(x)=x+1-x+6=7\leqslant 11$ 成立，所以 $-1\leqslant x<6$；………… 3 分

当 $x\geqslant 6$ 时，$f(x)=x+1+x-6=2x-5\leqslant 11$，解得 $x\leqslant 8$，所以 $6\leqslant x\leqslant 8$. ………… 4 分

综上，原不等式的解集为 $[-3,8]$. ………………………………… 5 分

(2) 证明：$f(x)=|x+a|+|x-6|\geqslant|(x+a)-(x-6)|=|a+6|$，当且仅当 $(x+a)(x-6)\leqslant 0$ 时，等号成立，………………………………… 6 分

由 $|a+6|=8$，$a<0$，解得 $a=-14$，所以 $m+n=14$. ………………………………… 7 分

因为 $m^2+n^2\geqslant 2mn$，………………………………… 8 分

所以 $2(m^2+n^2)\geqslant m^2+n^2+2mn=(m+n)^2=14^2$，………………………………… 9 分

所以 $m^2+n^2\geqslant 98$，当且仅当 $m=n=7$ 时，等号成立. ………………………………… 10 分