

绝密★启用前

## 南宁市 2023 届高中毕业班第二次适应性测试



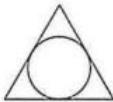
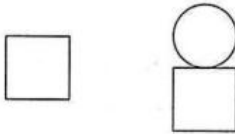
### 文科数学

本卷满分 150 分，考试时间 120 分钟

注意事项：

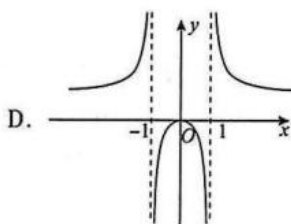
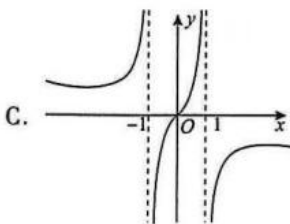
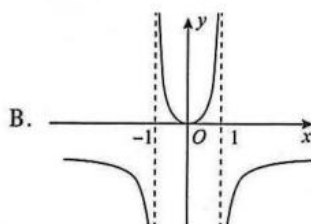
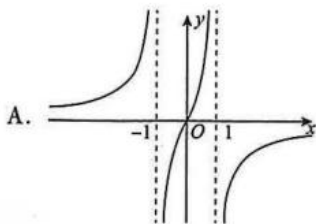
- 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡和试卷指定位置上。
- 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
- 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单选题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的）

- 已知复数  $z = \frac{3-i^3}{2-i}$ ，则  $z$  的虚部为（ ）  
 A.  $\frac{1}{5}i$                       B.  $\frac{1}{5}$                       C. 1                      D.  $i$
  - 已知集合  $A = \{-2, 1, 2, 3\}$ ， $B = \{x | -1 < x < 2\}$ ，则  $A \cap (C_R B) =$ （ ）  
 A.  $\{1, 2\}$                       B.  $\{-2, 3\}$                       C.  $\{-2, 1, 2\}$                       D.  $\{-2, 2, 3\}$
  - 从某中学甲、乙两班各随机抽取 10 名同学，测量他们的身高（单位：cm），所得数据用茎叶图表示如图，由此可估计甲、乙两班同学的身高情况，则下列结论正确的是（ ）  
 A. 甲乙两班同学身高的极差相等  
 B. 乙班同学身高的平均值较大  
 C. 甲乙两班同学身高的中位数相等  
 D. 甲班同学身高在 175cm 以上的人数较多
- | 甲班 |     | 乙班 |         |
|----|-----|----|---------|
| 2  | 1   | 18 | 1 3     |
| 8  | 2 0 | 17 | 1 2 6 8 |
| 6  | 5 3 | 16 | 2 5 7   |
|    | 8 7 | 15 | 9       |
- 一个几何体的正视图如图所示，则该几何体的俯视图不可能是（ ）  
 A.                       B.                       C.                       D. 
  - 某企业为了响应落实国家污水减排政策，加装了污水过滤排放设备。在过滤过程中，污染物含量  $M$ （单位：mg/L）与时间  $t$ （单位：h）之间的关系为  $M = M_0 e^{-kt}$ （其中  $M_0, k$  是正常数）。已知经过 1h，设备可以过滤掉 50% 的污染物，则过滤掉 80% 的污染物需要的时间约为（结果精确到 0.01h，参考数据： $\lg 2 \approx 0.30$ ）（ ）  
 A. 1.53h                      B. 1.60h                      C. 1.75h                      D. 2.33h
  - 已知  $\alpha \in (0, \pi)$ ，且  $3\cos 2\alpha - 4\cos \alpha + 1 = 0$ ，则  $\sin 2\alpha =$ （ ）  
 A.  $-\frac{4\sqrt{5}}{9}$                       B.  $-\frac{4\sqrt{2}}{9}$                       C.  $-\frac{2\sqrt{5}}{9}$                       D.  $-\frac{2\sqrt{2}}{9}$

【南宁市 2023 届高中毕业班第二次适应性测试 文科数学 第 1 页（共 4 页）】

7. 函数  $f(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{1 - x^2}$  的图象大致是 ( )



8. 某单位为提升服务质量, 花费 3 万元购进了一套先进设备, 该设备每年管理费用为 0.1 万元, 已知使用  $x$  年的维修总费用为  $\frac{x^2+x}{27}$  万元, 则该设备年平均费用最少时的年限为 ( )

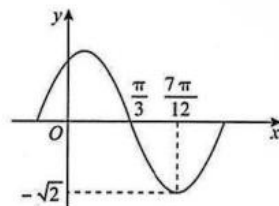
A. 7                      B. 8                      C. 9                      D. 10

9. 函数  $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$  ( $A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$ ) 的部分图象如图所示,

则  $f(\frac{\pi}{6})$  的值为 ( )

A.  $\frac{\sqrt{6}}{2}$   
C.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
D. 1



10. 已知椭圆  $C_1$  与双曲线  $C_2$  有共同的焦点  $F_1(-\sqrt{3}, 0), F_2(\sqrt{3}, 0)$ , 离心率分别为  $e_1, e_2$ , 点  $P$  为椭圆  $C_1$  与双曲线  $C_2$  在第一象限的公共点, 且  $\angle F_1PF_2 = \frac{\pi}{3}$ . 若  $e_2 = \sqrt{3}$ , 则椭圆  $C_1$  的方程为 ( )

A.  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{6} = 1$

B.  $\frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$

C.  $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{9} = 1$

D.  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

11. 已知在锐角三角形  $ABC$  中, 角  $A, B, C$  所对的边分别为  $a, b, c$ , 若  $a = c - 2a \cos B$ , 则角  $A$  的取值范围是 ( )

A.  $(0, \frac{\pi}{4})$

B.  $(0, \frac{\pi}{6})$

C.  $(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4})$

D.  $(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3})$

12. 已知函数  $f(x), g(x)$  的定义域均为  $\mathbb{R}$ ,  $g'(x)$  为  $g(x)$  的导函数, 且  $f(x) + g'(x) = 2, f(x) - g'(4-x) = 2$ , 若  $g(x)$  为偶函数, 则  $f(2022) + 2 =$  ( )

A. 0

B. 1

C. 2

D. 4

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.)

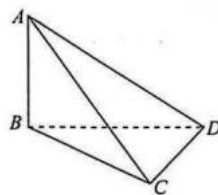
13. 已知向量  $\vec{a} = (2, -m), \vec{b} = (1, 3)$ , 且满足  $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{b}$ , 则  $m =$  \_\_\_\_\_.

14. 已知圆  $O: (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5$  和直线  $l: x+2y-9=0$ , 则与直线  $l$  平行且与圆  $O$  相切的直线方程为 \_\_\_\_\_.

15. 已知  $x \in \mathbb{R}$ , 用  $[x]$  表示不超过  $x$  的最大整数, 例如  $[-2.1] = -3, [2.1] = 2$ . 则函数  $y = x - |\sin x| - [x]$ , 在  $x \in [-\pi, \pi]$  的零点个数是 \_\_\_\_\_.

【南宁市 2023 届高中毕业班第二次适应性测试·文科数学 第 2 页 (共 4 页)】

16. 在《九章算术》中，将四个面都是直角三角形的四面体称为鳖臑，在鳖臑  $A-BCD$  中， $AB \perp$  平面  $BCD$ ， $CD \perp AD$ ， $AB=BD=\sqrt{2}$ ，已知动点  $E$  从  $C$  点出发，沿外表面经过棱  $AD$  上一点到点  $B$  的最短距离为  $\sqrt{10}$ ，则该棱锥的外接球的体积为\_\_\_\_\_.



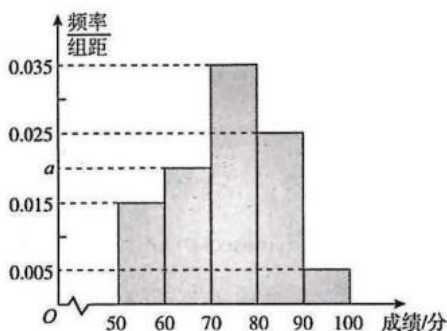
- 三、解答题（共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17-21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22, 23 题为选考题，考生根据要求作答。）

（一）必考题：共 60 分。全科试题免费下载公众号《高中僧课堂》

17. （本小题满分 12 分）

为庆祝神舟十四号载人飞船返回舱成功着陆，某学校开展了航天知识竞赛活动，共有 100 人参加了这次竞赛，已知所有参赛学生的成绩均位于区间  $[50,100]$ ，将他们的成绩（满分 100 分）分成五组依次为  $[50,60)$ ， $[60,70)$ ， $[70,80)$ ， $[80,90)$ ， $[90,100]$ ，制成如图所示的频率分布直方图.

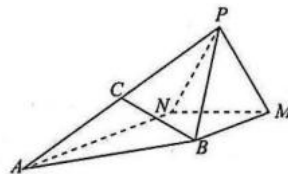
- (1) 试估计这 100 人的竞赛成绩的平均数；  
(2) 采用按比例分配的分层抽样的方法，从竞赛成绩在  $[80,100]$  内的学生中随机抽取 6 人作为航天知识宣讲使者，再从第四组和第五组的使者中随机抽取 2 人作为组长，求这 2 人来自同一组的概率.



18. （本小题满分 12 分）

如图，在四棱锥  $P-ABMN$  中， $\triangle PMN$  是边长为 1 的正三角形，平面  $PMN \perp$  平面  $AMN$ ， $AN \parallel BM$ ， $AN \perp NP$ ， $AN=2BM=2$ ， $C$  为  $PA$  的中点.

- (1) 求证： $BC \parallel$  平面  $PMN$ ；  
(2) 求  $M$  到平面  $PAB$  的距离.



19. （本小题满分 12 分）

记  $S_n$  为各项均为正数的等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和， $S_3=7$  且  $a_3, 3a_2, a_4$  成等差数列.

- (1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式；  
(2) 设  $b_n = a_n \log_2 a_{n+1}^2$ ，求  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $\bar{T}_n$ .



20. (本小题满分 12 分)

已知抛物线  $C: y^2 = 2px (p > 0)$  经过点  $P(1, -2)$ , 过点  $Q(0, -1)$  的直线  $l$  与抛物线  $C$  有两个不同交点  $A, B$ , 且直线  $PA$  交  $y$  轴于  $M$ , 直线  $PB$  交  $y$  轴于  $N$ .

(1) 求直线  $l$  斜率的取值范围;

(2) 证明: 存在定点  $T$ , 使得  $\overrightarrow{QM} = \lambda \overrightarrow{QT}$ ,  $\overrightarrow{QN} = \mu \overrightarrow{QT}$ , 且  $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = -4$ .

21. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = e^x - \frac{ax^2}{2}$ ,  $a > 0$ .

(1) 若  $f(x)$  过点  $(1, 0)$ , 求  $f(x)$  在该点处的切线方程;

(2) 若  $f(x)$  有两个极值点  $x_1, x_2$ , 且  $0 < x_1 < x_2$ , 当  $e < a < \frac{e^2}{2}$  时, 证明:  $x_1 + x_2 > 2$ .

(二) 选考题: 共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做则按所做的第一题记分。

22. (本小题满分 10 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知曲线  $C: \begin{cases} x = \cos \alpha \\ y = 2 \sin \alpha \end{cases}$  ( $\alpha$  为参数), 直线  $l: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 3 - 2t \end{cases}$  ( $t$  为参数), 以坐标原点为极点,  $x$  轴的正半轴为极轴建立极坐标系.

(1) 求曲线  $C$  和直线  $l$  的极坐标方程;

(2) 点  $P$  在直线  $l$  上, 射线  $OP$  交曲线  $C$  于点  $R$ , 点  $Q$  在射线  $OP$  上, 且满足  $5|OR|^2 = 4|OP||OQ|$ , 求点  $Q$  的轨迹的直角坐标方程.

23. (本小题满分 10 分)

已知  $a, b, c$  均为正数, 且  $a^2 + 2b^2 + 3c^2 = 4$ , 证明:

(1) 若  $a = c$ , 则  $ab \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ ;

(2)  $a + 2b + 3c \leq 2\sqrt{6}$ .

## 关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线

