大庆铁人中学2020-2021学年高二学年下学期期末考试

数学试题（理）

试题说明：1、本试题满分 150 分，答题时间 120 分钟。

2、请将答案填写在答题卡上，考试结束后只交答题卡。

第Ⅰ卷 选择题部分

一、选择题（每小题只有一个选项正确，共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。）

1．集合 $A=\{x\in R|\ z=x+2i$ 的实部为0}，$B=\{y\mid y=|x|,x\in A\}$，$C=\{m\in Z\mid |m|<3\}$，i 为虚数单位，则 $\complement_{C}B$ 为（　　）

A．$\{-2,-1,1,2\}$　　B．$\{-2,-1,1\}$　　C．$\{-1,1\}$　　D．$\{-2,2\}$

2．设 l_1，l_2 是两条直线，α，β 表示两个平面，如果 $l_1\subset\alpha$，$\alpha//\beta$，那么"$l_1\perp l_2$"是"$l_2\perp\beta$"的（　　）

A．充分不必要条件　　B．必要不充分条件

C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

3．随机变量 X 的分布列如下表所示，若 $E(X)=\frac{1}{3}$，则 $D(3X+1)=$（　　）

X	-1	0	1
P	$\frac{1}{6}$	a	b

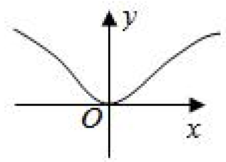
A．9　　B．7　　C．5　　D．3

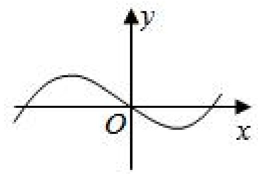
4．已知命题 p：若 $\alpha>0$，则 $\sin\alpha<\alpha$；命题 q：函数 $f(x)=2^x-x^2$ 有两个零点，则下列说法正确的是（　　）

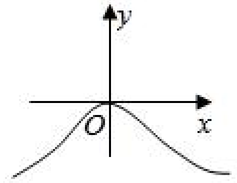
① $p\wedge q$ 为真命题；　② $\neg p\vee\neg q$ 为真命题；　③ $p\vee q$ 为真命题；　④ $\neg p\vee q$ 为真命题

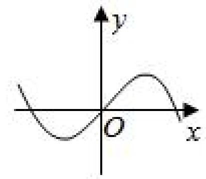
A．①②　　B．①④　　C．②③　　D．①③④

5．函数 $f(x)=\left(\dfrac{1-e^x}{1+e^x}\right)\cos x$（其中 e 为自然对数的底数）的图象大致形状是（　　）

A．


B．


C．


D．


6．为了贯彻落实《中共中央国务院全面加强新时代大中小学劳动教育的意见》的文件精神，某学校结合自身实际，推出了《植物栽培》《手工编织》《实用木工》《实用电工》《烹饪技术》五门校本劳动选修课程，要求每个学生从中任选三门进行学习，学生经考核合格后方能获得该学校荣誉毕业证，则甲、乙两人的选课中仅有一门课程相同的概率为（　　）

A．$\frac{3}{25}$　　B．$\frac{1}{5}$　　C．$\frac{3}{10}$　　D．$\frac{3}{5}$

7.若 $\left(x-\dfrac{\sqrt{a}}{x^2}\right)^6$ 的展开式中常数项为 10π，则直线 $x=0$，$x=a$，x 轴与曲线 $y=\cos x$ 围成的封闭图形的面积为（　　）

A．$2-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C．$\sqrt{3}-1$　　D．1

8．某市抽调 5 位医生分赴 4 所医院支援抗疫，要求每位医生只能去一所医院，每所医院至少安排一位医生.由于工作需要，甲、乙两位医生必须安排在不同的医院，则不同的安排种数是（　　）

A．90　　B．216　　C．144　　D．240

9．一次表彰大会上，计划安排这 5 名优秀学生代表上台发言，这 5 名优秀学生分别来自高一、高二和高三三个年级，其中高一、高二年级各 2 名，高三年级 1 名．发言时若要求来自同一年级的学生不相邻，则不同的排法共有（　　）种．

A．36　　　　B．48　　　　C．72　　　　D．120

10．有 6 个相同的球，分别标有数字 1，2，3，4，5，6，从中有放回的随机取两次，每次取 1 个球，甲表示事件“第一次取出的球的数字是 1”，乙表示事件“第二次取出的球的数字是 2”，丙表示事件“两次取出的球的数字之和是 8”，丁表示事件“两次取出的球的数字之和是 7”，则（　　）

A．甲与丙相互独立　　　　B．甲与丁相互独立

C．乙与丙相互独立　　　　D．丙与丁相互独立

11．已知 $a=2020^{2022}$，$b=2021^{2021}$，$c=2022^{2020}$，则 a，b，c 的大小关系为（　　）

A．$c<a<b$　　　　B．$a<c<b$

C．$c<b<a$　　　　D．$a<b<c$

12.定义在 $(-2,2)$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$，满足：$f(x)+e^{4x}f(-x)=0$，$f(1)=e^2$，且当 $x>0$ 时，$f'(x)>2f(x)$，则不等式 $e^{2x}f(2-x)<e^4$ 的解集为（　　）

A．$(1,4)$　　　　B．$(-2,1)$　　　　C．$(1,+\infty)$　　　　D．$(0,1)$

第Ⅱ卷　（非选择题）

二、填空题（本大题共 4 个小题，每小题 5 分，共 20 分）

13.函数 $y=2^{\frac{1-x}{1+x}}$ 的值域为__________.

14.下列四个命题：

①“$x=1$”是方程“$x^2-3x+2=0$”的充分不必要条件；

② 命题“若 $a>2$ 且 $b>2$，则 $a+b>4$ 且 $ab>4$”的逆命题为真命题.

③已知命题 P：“$\forall x\in\mathbf{R},\exists m\in\mathbf{R}$ 使得方程 $4^x+2^x+1-m=0$”，若命题 P 是假命题，则实数 m 的取值范围为 $m\in(-\infty,1)$；

④设数 $f(x)=\cos|x|+|\cos x|$，则其最小正周期 $T=2\pi$.

其中真命题的序号是____________.

15．某市政府决定派遣 8 名干部（5 男 3 女）分成两个小组，到该市甲、乙两个县去检查扶贫工作，若要求每组至少 3 人，且女干部不能单独成组，则不同的派遣方案共有__________种.（用数字作答）

16．已知函数 $f(x)=\begin{cases}-\dfrac{1}{x},x<0\\ |x\ln x|,x>0\end{cases}$，则方程 $ef(f(x))+f(x)-1=0$（e 是自然对数的底数）的实根个数为__________.

三、解答题（本大题共 6 个小题，共 70 分.解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

17．（本小题 10 分）已知 p：函数 $f(x)=(a-m)^x$ 在 R 上单调递减，q：关于 x 的方程 $x^2-2ax+a^2-1=0$ 的两根都大于 1.

（1）当 $m=5$ 时，p 是真命题，求 a 的取值范围；

（2）若 p 为真命题是 q 为真命题的充分不必要条件，求 m 的取值范围.

18．（本小题 12 分）已知 $(\sqrt{x}-\dfrac{2}{\sqrt{x}})^n$ 二项展开式中，第 4 项的二项式系数与第 3 项的二项式系数的比为 8：3

（1）求 n 的值；

（2）求展开式中 x^3 项的系数

（3）计算式子 $C_{10}^0-2C_{10}^1+4C_{10}^2-8C_{10}^3+\cdots+1024C_{10}^{10}$ 的值.

19.（本小题 12 分）为加快推进我区城乡绿化步伐，植树节之际，决定组织开展职工义务植树活动，某单位一办公室现安排 4 个人去参加植树活动，该活动有甲、乙两个地点可供选择.约定：每个人通过掷一枚质地均匀的骰子决定自己去哪个地点植树，掷出点数为 1 或 2 的人去甲地，掷出点数大于 2 的人去乙地.

（1）求这 4 个人中去甲地的人数大于去乙地的人数的概率；

（2）用 X,Y 分别表示这 4 个人中去甲、乙两地的人数，记 $\xi=|X-Y|$，求随机变量 ξ 的分布列与数学期望 $E(\xi)$.

20.（本小题 12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\frac{1}{2}ax^2+\left(a+1\right)x+\ln x\left(a\neq 0\right)$.

（1）讨论 $f\left(x\right)$ 的单调性；

（2）当 $a<0$ 时，证明 $f\left(x\right)\leq -2-\frac{3}{2a}$.

21.（本小题 12 分）某商场“五一”期间举行有奖促销活动,顾客只要在商店购物满 800 元就能得到一次摸奖机会.摸奖规则是:在盒子内预先放有 5 个大小相同的球,其中一个球标号是 0，两个球标号都是 40，还有两个球没有标号．顾客依次从盒子里摸球，每次摸一个球（不放回），若累计摸到两个没有标号的球就停止摸球，否则将盒子内球摸完才停止.奖金数为摸出球的标号之和（单位：元），已知某顾客得到一次摸奖机会.

（1）求该顾客摸三次球被停止的概率；

（2）设 ξ 为该顾客摸球停止时所得的奖金数，求 ξ 的分布列及均值.

22.（本小题 12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\ln x+\frac{2}{x}-a\ \left(a\in R\right)$.

（1）当 $a=3$ 时，求 $f\left(x\right)$ 在 $\left(e^{-1},e^3\right)$ 的零点个数；

（2）若 $f\left(x\right)$ 有两个零点 x_1，x_2，且 $x_2>x_1$，证明：$x_1+x_2>4$.

数学试题（理）参考答案

一、选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	B	C	C	B	C	A	B	B	B	C	A

二、填空题

13. $\left\{y \mid y>0, 且 y \neq \frac{1}{2}\right\}$ **14.** ①④ **15.** **180**

16. **6**

17. 解答题

17.答案（1）（5，6）；（2）m≥2.

【详解】

（1）因为 m＝5，所以 $f(x)$＝（a﹣5）^{x} 因为 p 是真命题，

所以 0＜a﹣5＜1，解得 5＜a＜6．故 a 的取值范围是（5，6）

（2）若 p 是真命题，则 0＜a﹣m＜1，解得 m＜a＜m+1．

关于 x 的方程 x^2﹣2ax+a^2﹣1＝0 的两根分别为 a﹣1 和 a+1．

若 q 是真命题，则 a﹣1＞1，解得 a＞2．

因为 p 为真命题是 q 为真命题的充分不必要条件，

所以 m≥2．

18.答案（1）$n=10$；（2）180；（3）1.

解析：（1）由第 4 项的二项式系数与第 3 项的二项式系数的比为 8：3，可得 $\frac{C_n^3}{C_n^2}=\frac{8}{3}$，

化简可得 $\frac{n-2}{3}=\frac{8}{3}$，求得 $n=10$．

（2）由于 $(\sqrt{x}-\frac{2}{\sqrt{x}})^n$ 二项展开式的通项公式为 $T_{r+1}=(-2)^r C_{10}^r x^{5-r}$，令 $5-r=3$，求得 $r=2$，

可得展开式中 x^3 项的系数为 $(-2)^2 C_{10}^2=180$．

（3）由二项式定理可得 $(\sqrt{x}-\frac{2}{\sqrt{x}})^n=\sum_{r=0}^{10}(-2)^r C_{10}^r x^{5-r}$，

所以令 x=1 得 $C_{10}^0-2C_{10}^1+4C_{10}^2-8C_{10}^3+\cdots+1024C_{10}^{10}=(1-2)^{10}=1$．

19.（1）$\frac{1}{9}$；（2）分布列答案见解析，数学期望：$\frac{148}{81}$．

【详解】依题意知，这 4 个人中每个人去甲地的概率为 $\frac{1}{3}$，去乙地的概率为 $\frac{2}{3}$．

设“这 4 个人中恰有 i 人去甲地”为事件 $A_i(i=0,1,2,3,4)$，则 $P(A_i)=C_4^i(\frac{1}{3})^i(\frac{2}{3})^{4-i}$．

（1）设“这 4 个人中去甲地的人数大于去乙地的人数”为事件 B，则 $B=A_3\cup A_4$，

由于 A_3 与 A_4 互斥，故 $P(B)=P(A_3)+P(A_4)=C_4^3(\frac{1}{3})^3(\frac{2}{3})^1+C_4^4(\frac{1}{3})^4=\frac{1}{9}$．

所以这 4 个人中去甲地的人数大于去乙地的人数的概率为 $\frac{1}{9}$．

（2）ξ 的所有可能的取值为 $0,2,4$，由于 A_1 与 A_3 互斥，A_0 与 A_4 互斥，

故 $P(\xi=0)=P(A_2)=\frac{8}{27}$，$P(\xi=2)=P(A_1)+P(A_3)=\frac{40}{81}$，

$P(\xi=4)=P(A_0)+P(A_4)=\frac{17}{81}$．

所以ξ的分布列为：

ξ	0	2	4
P	$\frac{8}{27}$	$\frac{40}{81}$	$\frac{17}{81}$

故 $E(\xi)=0\times\frac{8}{27}+2\times\frac{40}{81}+4\times\frac{17}{81}=\frac{148}{81}$．

20.【详解】（1）$f'(x)=ax+(a+1)+\frac{1}{x}=\frac{(ax+1)(x+1)}{x}(x>0)$，

当 $a>0$ 时，$f'(x)>0$，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

当 $a<0$ 时，$\frac{x+1}{x}>0$，令 $f'(x)>0$，解得：$0<x<-\frac{1}{a}$，

令 $f'(x)<0$，解得：$x>-\frac{1}{a}$，

故 $f(x)$ 在 $\left(0,-\frac{1}{a}\right)$ 递增，在 $\left(-\frac{1}{a},+\infty\right)$ 递减，

综上：当 $a>0$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增，

当 $a<0$ 时，$f(x)$ 在 $\left(0,-\frac{1}{a}\right)$ 递增，在 $\left(-\frac{1}{a},+\infty\right)$ 递减.

（2）证明：由（1）知，当 $a<0$ 时，$f(x)_{\max}=f\left(-\frac{1}{a}\right)=-1-\frac{1}{2a}+\ln\left(-\frac{1}{a}\right)$，

令 $g(x)=\ln x-x+1(x>0)$，则 $g'(x)=\frac{1-x}{x}$，

令 $g'(x)>0$，解得：$0<x<1$，令 $g'(x)<0$，解得：$x>1$，

故 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 递增，在 $(1,+\infty)$ 递减，

故 $g(x)$ 的最大值是 $g(1)=0$，故 $g(x)\le 0$ 即 $\ln x\le x-1$，

故 $\ln\left(-\frac{1}{a}\right)\le -\frac{1}{a}-1$，

故 $f(x)_{\max}=-1-\frac{1}{2a}+\ln\left(-\frac{1}{a}\right)\le -1-\frac{1}{2a}-\frac{1}{a}-1=-2-\frac{3}{2a}$，

故当 $a<0$ 时，$f(x)\le -2-\frac{3}{2a}$.

21.答案：（Ⅰ）$\frac{1}{5}$；（Ⅱ）$\frac{160}{3}$（元）.

【详解】（Ⅰ）记“顾客摸球三次被停止”为事件 A，则 $P(A)=\frac{C_2^1C_3^1A_2^2}{A_5^3}=\frac{1}{5}$……4分

（Ⅱ）ξ 的可能取值为 0、40、80

$P(\xi=0)=\frac{A_2^2}{A_5^2}+\frac{C_2^1A_2^2}{A_5^3}=\frac{1}{6}$

$P(\xi=40)=\frac{C_2^1C_2^1A_2^2}{A_5^3}+\frac{C_2^1C_2^1A_3^3}{A_5^4}=\frac{1}{3}$，

$P(\xi=80)=\frac{C_2^2C_2^1A_3^3}{A_5^4}+\frac{C_3^3C_2^1A_4^4}{A_5^5}=\frac{1}{2}$

$\therefore\xi$ 的分布列为

ξ	0	40	80
P	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

$\therefore E(\xi)=0\times\frac{1}{6}+40\times\frac{1}{3}+80\times\frac{1}{2}=\frac{160}{3}$(元)

22.答案（1）两个；（2）证明见解析.

【详解】（1）$a=3$ 时，$f(x)=\ln x+\frac{2}{x}-3$，$f'(x)=\frac{x-2}{x^2}$，令 $f'(x)>0$，解得 $x>2$；

令 $f'(x)<0$，解得 $0<x<2$，则 $f(x)$ 在 $(0,2)$ 单调递减，$f(x)$ 在 $(2,+\infty)$ 单调递增，

所以 $f(x)$ 在 $(e^{-1},2)$ 单调递减，在 $(2,e^3)$ 单调递增，因为 $f(e^{-1})=2e-4>0$，

$f(e^3)=\frac{2}{e^3}>0$，$f(2)=\ln 2-2<0$，所以存在 $x_1\in(e^{-1},2)$，$f(x_1)=0$，

存在 $x_2\in(2,e^3)$，$f(x_2)=0$，所以 $a=3$ 时，$f(x)$ 在 (e^{-1},e^3) 上有两个零点，

（2）证明：因为 $f(x)$ 有两个零点，所以 $f(2)<0$，即 $\ln 2+1-a<0$，

解得 $a>1+\ln 2$.设 $0<x_1<2<x_2$，则要证 $x_1+x_2>4\Leftrightarrow 4-x_1<x_2$，

因为$2<4-x_1<4$，$x_2>2$，又因为$f\left(x\right)$在$\left(2,+\infty\right)$上单调递增，

所以只要证$f\left(4-x_1\right)<f\left(x_2\right)=f\left(x_1\right)=0$，设$g\left(x\right)=f\left(x\right)-f\left(4-x\right)\left(0<x<2\right)$

则$g'\left(x\right)=f'\left(x\right)-f'\left(4-x\right)=\dfrac{x-2}{x^2}+\dfrac{4-x-2}{\left(4-x\right)^2}=-\dfrac{8\left(x-2\right)^2}{x^2\left(4-x\right)^2}<0$

所以$g\left(x\right)$在$\left(0,2\right)$上单调递减，$g\left(x\right)>g\left(2\right)=0$，所以$x_1+x_2>4$.