

2023 届高三第二次联考 文科数学

注意事项:

1. 答题前, 考生务必在答题卡上将自己的姓名、座位号和考籍号用 0.5 毫米黑色签字笔填写清楚, 考生考试条形码由监考老师粘贴在答题卡上的“贴条形码区”。
2. 选择题使用 2B 铅笔填涂在答题卡上对应题目标号的位置上, 如需改动, 用橡皮擦擦干净后再填涂其它答案; 非选择题用 0.5 毫米黑色签字笔在答题卡的对应区域内作答, 超出答题区域答题的答案无效; 在草稿纸上、试卷上答题无效。
3. 考试结束后由监考老师将答题卡收回。

一、选择题: 本题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x^2 - 4x \leq 0\}$, $B = \{x \mid x^2 + 2x - 8 \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$
A. $[0, 2]$ B. $[-4, 4]$ C. $\{0, 1, 2\}$ D. $\{1, 2\}$
2. 已知复数 $z = 1 - \sqrt{3}i$, 则 $\frac{|z|}{z \cdot \bar{z} - 2z} =$
A. $\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4}i$ B. $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ C. $\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{4}i$ D. $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$
3. 已知命题 p : 若等比数列 $\{a_n\}$ 为单调递增数列, 则其公比 $q > 1$; 命题 q : 若直线 l 与平面 α 内的无数条直线都垂直, 则直线 $l \perp$ 平面 α . 则下列命题中为假命题的是
A. $(\neg p) \vee q$ B. $p \vee q$
C. $(\neg p) \vee (\neg q)$ D. $p \vee (\neg q)$
4. 已知向量 a, b 满足 $|a| = 2$, $|b| = 5$, 且 a 与 b 夹角的余弦值为 $\frac{1}{5}$, 则 $(a + 2b) \cdot (3a - b) =$
A. -30 B. -28 C. 12 D. 72
5. 下列函数中, 以 π 为周期且在 $(\frac{\pi}{2}, \pi)$ 上单调递增的是
A. $f(x) = \cos^2 x - \sin^2 x$ B. $f(x) = 2 \sin x \cos x$
C. $f(x) = |\sin x|$ D. $f(x) = |\cos 2x|$
6. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_{15} = 45$, 则 $2a_{12} - a_{16} =$
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

7. 按照国家标准, 教室内空气中二氧化碳最高容许浓度应小于等于 0.1%. 经测定, 刚下课时, 某教室空气中含有 0.3% 的二氧化碳, 若开窗通风后教室内二氧化碳的浓度为 $y\%$, 且 y 随时间 t (单位: 分钟) 的变化规律可以用函数 $y = 0.05 + \lambda e^{-\frac{t}{10}} (\lambda \in \mathbf{R})$ 描述, 则该教室内的二氧化碳浓度达到国家标准至少需要的时间为 (参考数据: $\ln 5 \approx 1.6$)
- A. 12.8 分钟 B. 14.4 分钟 C. 16 分钟 D. 17.6 分钟
8. 已知圆锥的母线长为 3, 若轴截面为等腰直角三角形, 则圆锥的表面积为
- A. $(3+3\sqrt{2})\pi$ B. $\frac{(9+9\sqrt{2})\pi}{2}$ C. $(4+6\sqrt{2})\pi$ D. $(6+6\sqrt{2})\pi$
9. 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 若四边形 $ABCD$ 为正方形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $AB=2$, $PA=\sqrt{5}$, 则二面角 $A-BD-P$ 的正切值为
- A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ C. $\frac{5}{4}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$
10. 设 $a = \frac{2}{e^2}$, $b = \frac{\ln 2}{2}$, $c = \frac{1}{e}$, 则 a, b, c 的大小关系为
- A. $c < b < a$ B. $b < a < c$ C. $a < c < b$ D. $a < b < c$
11. 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x} + t(3\ln x + \frac{2}{x} - x)$ 有两个极值点, 则 t 的取值范围为
- A. $(e^3, +\infty)$ B. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup \{e^3\}$
- C. $(-\infty, -e) \cup (-e, -\frac{1}{2})$ D. $(-\infty, -e) \cup (-e, -\frac{1}{2}) \cup \{e^3\}$
12. 设 O 为坐标原点, 直线 l 与抛物线 $y^2 = 4x$ 交于 M, N 两点, 若 $OM \perp ON$, 过点 O 作直线 l 的垂线, 垂足为点 P , 则点 P 到直线 $x - \sqrt{3}y + 1 = 0$ 距离的最大值为
- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{7}{2}$ C. $\frac{9}{2}$ D. $\frac{11}{2}$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分。

13. 已知函数 $f(x) = (e^x + ae^{-x})\sin 2x$ 是偶函数, 则 $a =$ _____.
14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 2S_n$, 则 $S_5 =$ _____.
15. 已知正四棱锥 $P-ABCD$ 的侧棱 $PA = 2\sqrt{2}$, 底面边长为 2, 则该正四棱锥外接球的表面积为 _____.
16. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的两个焦点分别为 F_1, F_2 , A 是双曲线 C 渐近线上一点, $|AF_1| = 2|AF_2|$, 点 B 满足 $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{OB}$, 且 $\angle AF_2B = \frac{2\pi}{3}$, 则该双曲线的离心率等于 _____.

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (12 分)

在斜三角形 ABC 中，内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且满足 $a \sin A + 4b \sin C \cos^2 A = b \sin B + c \sin C$ 。

(1) 求角 A 的大小；

(2) 若 $a=2$ ，且 BC 上的中线 AD 长为 $\sqrt{3}$ ，求斜三角形 ABC 的面积。

18. (12 分)

随着北京冬奥会的举办，全民对冰雪项目的热情被进一步点燃。正值寒假期间，嵩山滑雪场迎来了众多的青少年。某滑雪俱乐部为了解中学生对滑雪运动是否有兴趣，从某中学随机抽取男生和女生各 100 人进行调查，对滑雪运动有兴趣的人数占总人数的 $\frac{3}{4}$ ，女生中有 10 人对滑雪运动没有兴趣。

(1) 完成下面 2×2 列联表，并判断是否有 99% 的把握认为对滑雪运动是否有兴趣与性别有关？

(2) 按性别用分层抽样的方法从对滑雪运动有兴趣的学生中抽取 5 人，若从这 5 人中随机选出 2 人作为滑雪运动的宣传员，求选出的 2 人中恰有一位是女生的概率。

	有兴趣	没有兴趣	合计
男			
女			
合计			

参考公式： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，其中 $n=a+b+c+d$ 。

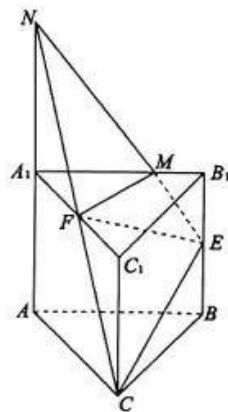
$P(K^2 \geq k_0)$	0.100	0.050	0.025	0.010	0.001
k_0	2.706	3.841	5.024	6.635	10.828

19. (12 分)

已知在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， E, F 分别为棱 BB_1 和 A_1C_1 的中点，若 $\angle BAC = \frac{\pi}{4}$ ， $AC = 2\sqrt{2}$ ， $AB = 3$ 。

(1) 若 $AA_1 = 2$ ，求三棱锥 C_1-CEF 的体积；

(2) 延长 AA_1, CF 交于点 N ，连接 NE 交 A_1B_1 于点 M ，证明：平面 $NCE \perp$ 平面 ACC_1A_1 ；



20. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点为 $F(\sqrt{3}, 0)$, 若过点 F 的直线与椭圆交于

A, B 两点, 且 AB 的中点为 $P(\frac{4\sqrt{3}}{5}, -\frac{\sqrt{3}}{5})$.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若椭圆 C 的右顶点为 D , 点 M, N 在椭圆 C 上, 且满足直线 DM 与 DN 的斜率之积为 $\frac{1}{20}$, 证明: 直线 MN 经过定点.

21. (12分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax^2$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程;

(2) 设函数 $g(x) = f(x) - \sin x$, 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 若 $g(x_1) + g(x_2) = 2 (x_1 \neq x_2)$, 证明:

$x_1 + x_2 < 0$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系. 曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho = 4\sin\theta$, 若 P 为曲线 C_1 上的动点, 将 OP 绕点 O 顺时针旋转 60° 得到 OQ , 动点 Q 的轨迹为曲线 C_2 .

(1) 求曲线 C_2 的极坐标方程;

(2) 在极坐标系中, 点 $M(4, \frac{2\pi}{3})$, 射线 $\theta = \frac{\pi}{6} (\rho \geq 0)$ 与曲线 C_1, C_2 分别交于异于极点 O 的 A, B 两点, 求 $\triangle MAB$ 的面积.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (10分)

已知函数 $f(x) = |x^2 - x| + 2$.

(1) 求不等式 $f(x) < 4$ 的解集;

(2) 若关于 x 的不等式 $f(x) + |x - 2| + m - 1 > 0$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线