

机密★启用前

湖北省部分市州 2023 年 7 月高一年级联合调研考试

数 学 试 卷

本试卷共 4 页,22 题。全卷满分 150 分。考试时间 120 分钟。

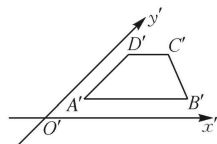
★祝考试顺利★

注意事项:

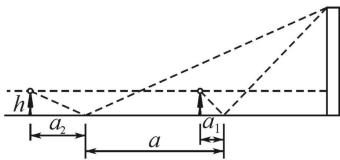
1. 答题前,先将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在试卷和答题卡上,并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置。
2. 选择题的作答:每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效。
3. 非选择题的作答:用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内。写在试卷、草稿纸和答题卡的非答题区域均无效。
4. 考试结束后,请将本试卷和答题卡一并上交。

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 如图是斜二测画法下水平放置的平面图形 $ABCD$ 的直观图 $A'B'C'D'$, 则其表示的原平面图形 $ABCD$ 是



- A. 任意梯形
B. 直角梯形
C. 任意四边形
D. 平行四边形
2. 一组数据从小到大排列为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_9, x_{10}$, 平均数为 5, 方差为 s_1^2 , 去除 $x_1 = 1$, $x_{10} = 9$ 这两个数据后, 平均数为 $\bar{x}$, 方差为 s_2^2 , 则
- A. $\bar{x} > 5, s_1^2 > s_2^2$
B. $\bar{x} < 5, s_1^2 < s_2^2$
C. $\bar{x} = 5, s_1^2 < s_2^2$
D. $\bar{x} = 5, s_1^2 > s_2^2$
3. 已知 m, n 为空间中不重合的两条直线, α, β 为空间中不重合的两个平面, 则下列命题错误的是
- A. $m \perp \alpha, n \parallel \alpha \Rightarrow m \perp n$
B. $m \parallel n, n \parallel \alpha \Rightarrow m \parallel \alpha$
C. $m \parallel n, n \perp \beta, m \parallel \alpha \Rightarrow \alpha \perp \beta$
D. $m \cap n = A, m \parallel \alpha, m \parallel \beta, n \parallel \alpha, n \parallel \beta \Rightarrow \alpha \parallel \beta$
4. 某班课外学习小组利用“镜面反射法”来测量学校内建筑物的高度. 步骤如下: ①将镜子(平面镜)置于平地上, 人后退至从镜中能看到房顶的位置, 测量出人与镜子的距离; ②将镜子后移, 重复①中的操作; ③求建筑物高度. 如图所示, 前后两次人与镜子的距离分别 a_1, a_2 ($a_2 > a_1$), 两次观测时镜子间的距离为 a , 人的“眼高”为 h , 则建筑物的高度为
- A. $\frac{ah}{a_2 - a_1}$
B. $\frac{(a_2 - a_1)h}{a}$
C. $\frac{a(a_2 - a_1)}{h}$
D. $\frac{ah^2}{a_2 - a_1}$
5. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 下列说法错误的是
- A. 若 $\cos^2 A + \cos^2 C > 1 + \cos^2 B$, 则 $\triangle ABC$ 一定为钝角三角形
B. 若 $a = 1, b = 2, A = 30^\circ$, 则解此三角形必有一解
C. 若 $a \cos A = b \cos B$, 则 $\triangle ABC$ 一定为等腰三角形
D. 若 $\triangle ABC$ 是锐角三角形, 则 $\sin A + \sin B > \cos A + \cos B$



【高一年级联合调研考试·数学 第 1 页(共 4 页)】

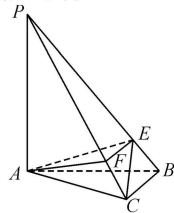
6. 已知函数 $f(x) = \sin(x+\varphi) - \sqrt{3}\cos(x+\varphi)$ 满足 $f(\frac{\pi}{4}) = 2$, 则函数 $f(x+\frac{\pi}{4})$ 是

- A. 奇函数, 关于点 $(\pi, 0)$ 成中心对称
B. 偶函数, 关于点 $(\pi, 0)$ 成中心对称
C. 奇函数, 关于直线 $x=\pi$ 成轴对称
D. 偶函数, 关于直线 $x=\pi$ 成轴对称

7. 在《九章算术》中, 将四个面都为直角三角形的三棱锥称之为鳖臑. 如图, 在鳖臑 $P-ABC$ 中, $PA \perp$ 底面 ABC , $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$, 作 $AE \perp PB$ 于

E , $AF \perp PC$ 于 F , 下面结论正确的是

- ① $BC \perp$ 平面 PAB
② $AF \perp$ 平面 PBC
③ 三棱锥 $A-BCE$ 是鳖臑
④ 三棱锥 $A-CEF$ 是鳖臑
A. ①③
B. ①②④
C. ②③
D. ①③④

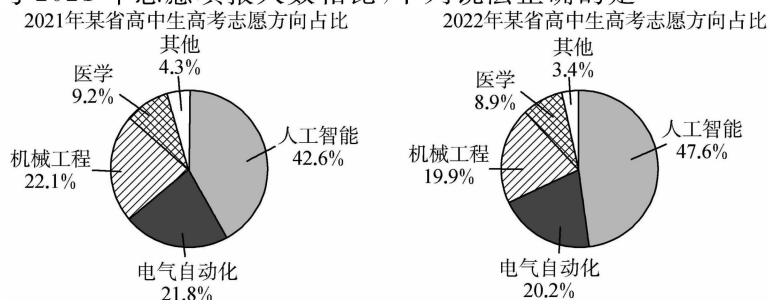


8. 将边长为 $2\sqrt{3}$ 的正方形纸片折成一个三棱锥, 使三棱锥的四个面刚好可以组成该正方形纸片, 若三棱锥的各顶点都在同一球面上, 则该球的表面积为

- A. 27π
B. 18π
C. $9\sqrt{2}\pi$
D. 9π

二、多项选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. ChatGPT 是由 OpenAI 公司开发的一个问答类人工智能应用. 高科技发展在吸引年轻人的喜爱和关注的同时, 也影响高考志愿填报方向的选择. 如图是 2021 年和 2022 年我国某省高中生志愿填报方向的人数占比饼状图, 已知 2022 年该省高中生志愿填报总人数约为 100 万人, 比 2021 年总人数增加了 10 万人, 则 2022 年该省高中生志愿填报人数与 2021 年志愿填报人数相比, 下列说法正确的是



- A. 人工智能专业占比变化最大
B. 电气自动化专业占比下降第二大
C. 人工智能专业和其他专业占比之和变大了
D. 电气自动化专业填报人数变少了

10. 关于平面向量, 下列说法正确的是

- A. 若 $a \parallel b, b \parallel c$, 则 $a \parallel c$
B. 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 与一组邻边 AB, AD 满足等式: $\overrightarrow{AC}^2 + \overrightarrow{BD}^2 = 2(\overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AD}^2)$
C. 若 $a = (\lambda, 1), b = (1-\lambda, 2)$, 且 a 与 b 的夹角为锐角, 则 $\lambda \in (-1, 2)$
D. 若四边形 $ABCD$ 满足 $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$, 且 $\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} + \frac{\overrightarrow{AD}}{|\overrightarrow{AD}|} = \frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}$, 则四边形 $ABCD$ 为菱形

11. 已知复数 z_1, z_2 满足 $|z_1 - 4i| = |z_1 - 5i|, |z_2 - 1 + 2i| = 2$ (i 为虚数单位), 则下列结论正确的是

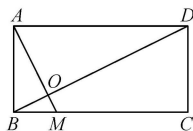
- A. 复数 z_1 对应的点 Z_1 在定直线上
B. $|\frac{\overline{z_1}}{z_1}| = 1$
C. $|z_2 - \overline{z_1}|$ 的最小值为 $\frac{1}{2}$
D. $|z_2 - z_1|$ 的最小值为 4

12. 如图一, 矩形 $ABCD$ 中, $BC=2AB=2$, $AM \perp BD$ 交对角线 BD 于点 O , 交 BC 于点 M . 现将 $\triangle ABD$ 沿 BD 翻折至 $\triangle A'BD$ 的位置, 如图二, 点 N 为棱 $A'D$ 的中点, 则下面结论正确的是

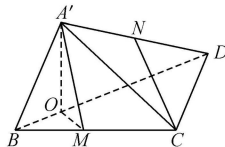
- A. 存在某个位置使得 $CN \parallel$ 平面 $A'OM$
B. 在翻折过程中, 恒有 $BD \perp A'M$
C. 若二面角 $A'-BD-C$ 的平面角为 $\frac{\pi}{3}$, 则

$$A'C = \frac{\sqrt{65}}{5}$$

- D. 若 A' 在平面 BCD 上的射影落在 $\triangle BCD$ 内部, 则 $V_{A'-BCD} \in \left(\frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{2\sqrt{5}}{15}\right)$



图一



图二

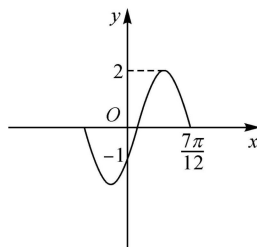
三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 已知 $a=(4,2)$, $b=(1,y)$, $a \perp b$, 则 $y=$ _____.

14. 一组数据 23, 76, 45, 37, 58, 16, 28, 15, 20 的第 25 百分位数是 _____.

15. 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图像如

图所示, 现将函数 $f(x)$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度, 再将图像上所有点的横坐标伸长为原来的 2 倍 (纵坐标不变), 得到函数 $g(x)$ 的图像, 则 $g(\frac{\pi}{6}) =$ _____.



16. 我国南北朝时期的数学家祖暅提出了一条原理: “幂势既同, 则积不容异”. 意思是: 夹在两个平行平面之间的几何体, 被平行于这两个平面的任意平面所截, 如果截得的两个截面的面积总相等, 那么这两个几何体的体积相等. 根据祖暅原理, 现在要用 3D 打印技术制造一个零件, 其在高为 h 的水平截面的面积为 $S(h) = \pi(9-h^2)$, $0 \leq h \leq 3$, 则该零件的体积为 _____.

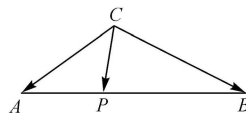
四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

已知点 P 为 $\triangle ABC$ 中边 AB 上一点, $\overrightarrow{BP} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$.

(1) 设 $\overrightarrow{CP} = x\overrightarrow{CA} + y\overrightarrow{CB}$, 求 $(x-y)$ 的值.

(2) 设 $|\overrightarrow{CA}| = 6$, $|\overrightarrow{CB}| = 3$, $\langle \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB} \rangle = \frac{2\pi}{3}$, 求 $\overrightarrow{CP} \cdot \overrightarrow{AB}$ 的值.

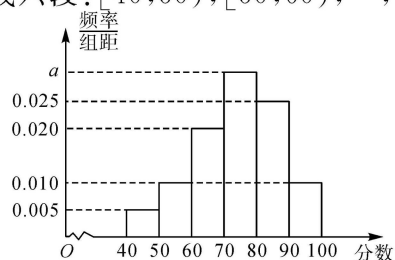


18. (本小题满分 12 分)

拔尖创新人才是 21 世纪社会经济发展的巨大动力,培养拔尖创新人才也成为世界各国教育的主要任务.某市为了解市民对拔尖人才培养理念的关心程度,举办了“拔尖人才素养必备”知识普及竞赛,从所有答卷中随机抽取 100 份作为样本,将样本的成绩(满分 100 分,成绩均为不低于 40 分的整数)分成六段: $[40,50)$, $[50,60)$, $\dots$, $[90,100]$,得到如图所示的频率分布直方图.

(1)求频率分布直方图中 a 的值,并估计该市这次竞赛成绩的众数;

(2)已知落在 $[50,60)$ 的平均成绩 $\bar{x}_1=56$,方差 $s_1^2=9$,落在 $[70,80)$ 的平均成绩 $\bar{x}_2=76$,方差 $s_2^2=5$,求这两组成绩的总平均数 $\bar{x}$ 和总方差 s^2 .

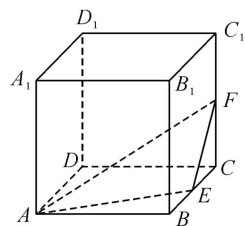


19. (本小题满分 12 分)

如图,在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,棱长为 2, E, F 分别为棱 BC, CC_1 的中点,过点 A, E, F 作一截面 α ,将正方体分为上下两部分.

(1)求点 A_1 到截面的距离;

(2)求正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 在截面 α 下部分的体积.



20. (本小题满分 12 分)

对任意平面向量 $\vec{AB}=(x,y)$,将 $\vec{AB}$ 绕其起点 A 沿逆时针方向旋转 φ 角后得到向量 $\vec{AQ}=(x\cos\varphi-y\sin\varphi, x\sin\varphi+y\cos\varphi)$,叫做把点 B 绕点 A 沿逆时针方向旋转 φ 角得到点 Q ,已知平面内两点 $A(1,2), B(1+\sqrt{2}, 2-2\sqrt{2})$.

(1)若将点 B 绕点 A 沿逆时针方向旋转 $\frac{\pi}{4}$ 后得到点 P ,求点 P 的坐标;

(2)已知向量 $\mathbf{a}=(0,2)$,向量 $\mathbf{b}$ 是向量 $\vec{AQ}$ 在向量 $\mathbf{a}$ 方向上的投影向量,若 $\forall \varphi \in [0, \frac{\pi}{2}]$,不等式 $|\mathbf{b}|^2 + \cos 2\varphi - m > 0$ 恒成立,求实数 m 的取值范围.

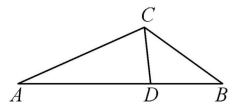
21. (本小题满分 12 分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,已知 $\frac{a+b}{a+c} = \frac{\sin \frac{C-A}{2}}{\sin \frac{C+A}{2}}$.

(参考公式: $\sin \alpha + \sin \beta = 2\sin \frac{\alpha+\beta}{2} \cos \frac{\alpha-\beta}{2}$)

(1)求角 C ;

(2)若 D 为 AB 边上一点, $\frac{\sin \angle ACD}{a} + \frac{\sin \angle BCD}{b} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,求边 CD 的长.

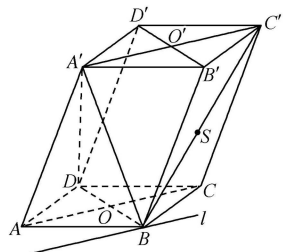


22. (本小题满分 12 分)

已知平行六面体 $ABCD-A'B'C'D'$, $\angle A'AB = \angle A'AD = \angle BAD = \frac{\pi}{3}$,底面 $ABCD$ 为菱形, $AB=6$,侧棱 $AA'=a(a>0)$.

(1)证明:直线 $BD \perp$ 平面 $ACC'A'$;

(2)设平面 $A'C'B \cap$ 平面 $ABCD = l$,且二面角 $A'-l-D$ 的平面角为 θ , $\tan \theta = \frac{2\sqrt{6}}{3}$,设 S 点为线段 BC' 的中点,求直线 DS 与平面 $ABCD$ 所成角的正弦值.



关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线