

郑州市 2023 年高中毕业年级第一次质量预测 文科数学试题卷

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上.
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.回答非选择题时,将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{x+y | x \in B, y \in B\}$, $B = \{0, 1\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{0, 1\}$ B. $\{0, 1, 2\}$ C. $\{1\}$ D. $\emptyset$
2. 若 $z = 1 + 2i + i^3$, 则 $|z| =$
A. 0 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2
3. 设 $a, b \in \mathbb{R}$, 则 " $\lg a + \lg b = 0$ " 是 " $ab = 1$ " 的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件
4. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 若 $a_5 - a_3 = 12$, $a_6 - a_4 = 24$, 则 $S_5 =$
A. 32 B. 31 C. 63 D. 64
5. 将 2 个 1 和 3 个 0 随机排成一行, 则 2 个 1 不相邻的概率为
A. 0.3 B. 0.5 C. 0.6 D. 0.8
6. 过抛物线 $y^2 = 4x$ 的焦点 F 作直线交抛物线于 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 两点, 若 $x_1 + x_2 = 4$, 则 $|AB|$ 的值为
A. 4 B. 6 C. 8 D. 10
7. 已知函数 $f(x) = e^x + e^{-x}$, $g(x) = \sin x$, 下图可能是下列哪个函数的图象

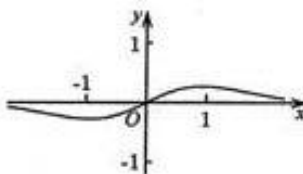
高三文科数学试题卷 第 1 页 (共 6 页)

A. $f(x) + g(x) - 2$

B. $f(x) - g(x) + 2$

C. $f(x) \cdot g(x)$

D. $\frac{g(x)}{f(x)}$



8. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{3})$ ($\omega > 0$), 下列说法正确的是

A. 若 $\omega = 2$, 则函数 $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{4})$ 上存在零点

B. 若 $\omega = 2$, 则将函数 $f(x)$ 的图象向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度, 所得图象关于原点对称

C. 若函数 $f(x)$ 在 $x = \frac{2\pi}{3}$ 上取到最大值, 则 ω 的最小值为 $\frac{1}{4}$

D. 若函数 $f(x)$ 在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上存在两个最值, 则 ω 的取值范围是 $3 < \omega \leq 5$

9. 设 $f(x)$ 是定义域为 $\mathbb{R}$ 的奇函数, 且 $f(1+x) = f(1-x)$. 若 $f(-\frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$, 则 $f(\frac{11}{3}) =$

A. $-\frac{5}{3}$

B. $-\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{5}{3}$

10. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, P 为 B_1D_1 的中点, 则直线 DP 与 B_1C 所成的角为

A. $\frac{\pi}{2}$

B. $\frac{\pi}{3}$

C. $\frac{\pi}{4}$

D. $\frac{\pi}{6}$

11. 设 F_1, F_2 为双曲线 $C: \frac{x^2}{3} - y^2 = 1$ 的左、右焦点, Q 为双曲线右支上一点, 点 $P(0, 2)$. 当 $|QF_1| + |PQ|$ 取最小值时, $|QF_2|$ 的值为

A. $\sqrt{3} - \sqrt{2}$

B. $\sqrt{3} + \sqrt{2}$

C. $\sqrt{6} - 2$

D. $\sqrt{6} + 2$

12. 已知 $a < 5$ 且 $ae^3 = 5e^a$, $b < 4$ 且 $be^4 = 4e^b$, $c < 3$ 且 $ce^3 = 3e^c$, 则

A. $a < c < b$

B. $a < b < c$

C. $c < b < a$

D. $b < c < a$

高三文科数学试题卷 第 2 页 (共 6 页)

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13. 若两个非零向量 a, b 满足 $|a+b|=|a-b|=|2a|$, 则 $a-b$ 与 a 的夹角为_____.

14. 设函数 $f(x)=\begin{cases} e^{-x}, & x \leq 0, \\ 1, & x > 0, \end{cases}$ 则满足 $f(x+1) < f(2x)$ 的 x 的取值范围是_____.

15. 已知圆柱的两个底面的圆周在体积为 $\frac{4\pi}{3}$ 的球 O 的球面上, 则该圆柱的侧面积的最大值为_____. 全科试题免费下载公众号《高中僧课堂》

16. “外观数列”是一类有趣的数列, 该数列由正整数构成, 后一项是前一项的“外观描述”. 例如: 取第一项为1, 将其外观描述为“1个1”, 则第二项为11; 将描述为“2个1”, 则第三项为21; 将21描述为“1个2, 1个1”, 则第四项为1211; 将1211描述为“1个1, 1个2, 2个1”, 则第五项为111221, …, 这样每次从左到右将连续相同数字合并起来描述, 给定首项即可依次推出数列后面的项. 则对于外观数列 $\{a_n\}$, 下列说法正确的有_____.

- ①若 $a_1=3$, 则从 a_4 开始出现数字2;
- ②若 $a_1=k(k=1, 2, 3, \dots, 9)$, 则 $a_n(n \in \mathbb{N}^*)$ 的最后一个数字均为 k ;
- ③ $\{a_n\}$ 不可能为等差数列或等比数列;
- ④若 $a_1=123$, 则 $a_n(n \in \mathbb{N}^*)$ 均不包含数字4.

三、解答题: 共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答, 第22、23题为选考题, 考生根据要求作答.

(一)必考题: 共60分.

17. (12分)

自主创新是我国经济发展的核心动力, 科技自立自强已被赋予国家发展战略支点的功能. 目前实现科技自立自强我们仍面临巨大挑战, 越来越多的企业主动谋划、加快发展, 推动我国科技创新迈上新台阶. 某企业拟对某芯片进行科技升级, 根据市场调研与模拟, 得到科技升级投入 x (亿元) 与科技升级直接收益

高三文科数学试题卷 第3页 (共6页)

y (亿元)的数据统计如下:

序号	1	2	3	4	5	6	7
x	2	3	4	6	8	10	13
y	13	22	31	42	50	56	58

根据表格中的数据,建立了 y 与 x 的两个回归模型:模型①: $\hat{y}=4.1x+11.8$;模型②: $\hat{y}=21.3\sqrt{x}-14.4$.

(I) 根据下列表格中的数据,比较模型①、②的相关指数的大小,并选择拟合精度更高、更可靠的模型;

(II) 根据(I)选择的模型,预测对芯片科技升级的投入为 17 亿元时的直接收益.

回归模型	模型①	模型②
回归方程	$\hat{y}=4.1x+11.8$	$\hat{y}=21.3\sqrt{x}-14.4$
$\sum_{i=1}^7 (y_i - \hat{y}_i)^2$	182.4	79.2

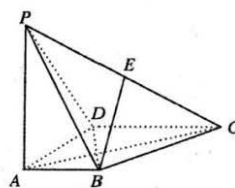
(附:刻画回归效果的相关指数 $R^2=1-\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$, $\sqrt{17} \approx 4.1$)

18. (12 分)

如图,在四棱锥 $P-ABCD$ 中, $PA \perp$ 底面 $ABCD$, $AD \perp AB$, $AB \parallel DC$, $AD=DC=AP=2$, $AB=1$, 点 E 为棱 PC 的中点.

(I) 证明:平面 $PBC \perp$ 平面 PCD ;

(II) 求四棱锥 $E-ABCD$ 的体积;



高三文科数学试题卷 第 4 页 (共 6 页)

I

19. (12分)

在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c 且 $b+c=a\cos B+\sqrt{3}a\sin B$.

(I) 求角 A 的大小;

(II) 若 D 是 BC 边上一点, 且 $CD=2DB$, 若 $AD=2$, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

20. (12分)

已知函数 $f(x)=\ln x+1$.

(I) 若 $f(x)\leq x+c$, 求 c 的取值范围;

(II) 设 $a>0$ 时, 讨论函数 $g(x)=\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ 的单调性.

21. (12分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 直线 l_1 过椭圆 C 的两个顶点, 且原点 O 到直线 l_1 的距离为 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

(I) 求椭圆 C 的标准方程;

(II) 当过点 $P(0, 2)$ 的动直线 l 与椭圆 C 相交于两个不同点 A, B 时, 求 $\frac{|PA|}{|PB|}$ 的取值范围.

高三文科数学试题卷 第 5 页 (共 6 页)

(二)选考题:共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做,则按所写的第一题计分.

22.(10分)

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = \frac{1}{\cos \alpha}, \\ y = \frac{\sqrt{3} \sin \alpha}{\cos \alpha}, \end{cases}$ (α 为参数, $\alpha \neq k\pi$

$+\frac{\pi}{2}$),以坐标原点 O 为极点, x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = 1$.

(I)求曲线 C 的普通方程和直线 l 的直角坐标方程;

(II)已知点 $P(2,0)$,若直线 l 与曲线 C 交于 A, B 两点,求 $\left| \frac{1}{|PA|} - \frac{1}{|PB|} \right|$ 的值.

23.(10分)

已知 $f(x) = |2x+2| + |x-3|$.

(I)求不等式 $f(x) \leq 5$ 的解集;

(II)若 $f(x)$ 的最小值为 m ,正实数 a, b, c 满足 $a+b+c=m$,求证 $\frac{1}{a+b} +$

$$\frac{1}{b+c} + \frac{1}{a+c} \geq \frac{9}{2m}.$$

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线