

银川一中 2023 届高三年级第四次月考

文科数学

注意事项：

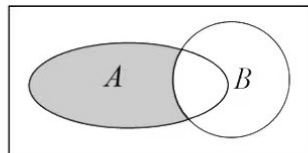
1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 作答时，务必将答案写在答题卡上。写在本试卷及草稿纸上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。

1. 若全集 $U = \mathbb{R}$ ，集合 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， $B = \{x | x \leq 3\}$ ，

则图中阴影部分表示的集合为

- A. $\{3, 4, 5, 6\}$ B. $\{0, 1, 2\}$
C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{4, 5, 6\}$



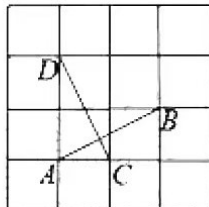
2. 设 i 是虚数单位，则复数 $\frac{2i}{1+i}$ 在复平面内所对应的点位于

- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

3. 如图所示的图形中，每一个小正方形的边长均为 1，

则 $(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{AB} =$

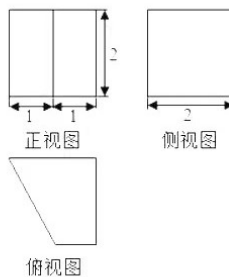
- A. 0 B. -1 C. -2 D. 1



4. 函数 $f(x) = e^x + ax$ 在 $x = 0$ 处的切线与

直线 $2x - y - 5 = 0$ 平行，则实数 $a =$

- A. -1 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$



5. 某棱柱的三视图如图所示(单位: cm),

则该棱柱的体积(单位: cm^3)是

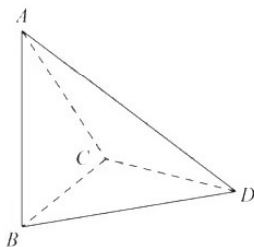
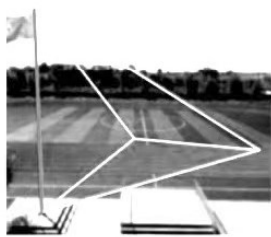
- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

6. 命题 $p: \forall x \geq 0, 2^x \geq 1$; 命题 $q: \exists x_0 \in \mathbb{R}, \cos x_0 = \pi$, 则下列命题中为真命题的是

- A. $p \wedge q$ B. $p \vee q$ C. $(\neg p) \wedge q$ D. $(\neg p) \vee q$

高三第四次月考数学(文)

7. 已知 $\sin \alpha + \cos \alpha = \sqrt{2}$, 则 $\tan \alpha + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$ 的值为
- A. -1 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. 2
8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 0 \\ -2x, & x > 0 \end{cases}$, 若 $f(a) = 10$, 则实数 a 的值为
- A. -3 B. 3 C. ± 3 D. -3或-5
9. 十二平均律是我国明代音乐理论家和数学家朱载堉发明的. 明万历十二年(公元1584年), 他写成《律学新说》, 提出了十二平均律的理论, 这一成果被意大利传教士利玛窦通过丝绸之路带到了西方, 对西方音乐产生了深远的影响. 十二平均律的数学意义是: 在1和2之间插入11个正数, 使包含1和2的这13个数依次成递增的等比数列, 依此规则, 新插入的第4个数应为
- A. $2^{\frac{1}{4}}$ B. $2^{\frac{1}{3}}$ C. $2^{\frac{3}{13}}$ D. $2^{\frac{4}{13}}$
10. 若 $f(x)$ 是定义在 $\mathbb{R}$ 上的奇函数, 且在 $(0, +\infty)$ 内是增函数, 又 $f(3) = 0$, 则 $xf(x) < 0$ 的解集是
- A. $\{x | -3 < x < 0 \text{ 或 } x > 3\}$ B. $\{x | -3 < x < 0 \text{ 或 } 0 < x < 3\}$
- B. C. $\{x | -3 < x < 3\}$ D. $\{x | x < -3 \text{ 或 } 0 < x < 3\}$
11. 国庆期间我校数学兴趣小组的同学开展了测量校园旗杆高度的活动, 如图所示, 在操场上选择了C、D两点, 在C、D处测得旗杆的仰角分别为 45° 、 30° . 在水平面上测得 $\angle BCD = 120^\circ$ 且C、D的距离为10米, 则旗杆的高度为()米



- A. 5 B. $5\sqrt{5}$ C. 10 D. $10\sqrt{5}$
12. 已知正方形 $ABCD$ 中, $AB = 2$, E 是 CD 边的中点, 现以 AE 为折痕将 $\triangle ADE$ 折起, 当三棱锥 $D-ABE$ 的体积最大时, 该三棱锥 $D-ABE$ 外接球的表面积为
- A. $\frac{525\pi}{48}$ B. $\frac{5\pi}{4}$ C. 25π D. $\frac{25\pi}{4}$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。把答案填在答题卡的相应位置。

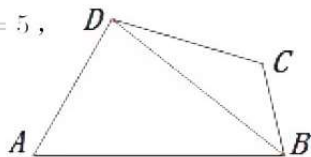
13. 已知 x, y 为正实数，且 $xy = 4$ ，则 $x + 4y$ 的最小值是_____。
14. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$ ，且 $(\vec{a} + 2\vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = -2$ ，则向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 的夹角为_____。
15. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - ax + 2\ln x$ 在 $x = 2$ 处取得极小值，则函数 $f(x)$ 的极大值为_____。
16. 已知函数 $f(x) = \cos\left(\omega x - \frac{\pi}{3}\right) - \frac{1}{2}$ ($\omega > 0$)，将 $f(x)$ 的图象上所有点的横坐标缩短为原来的 $\frac{1}{2}$ ，纵坐标不变，得到函数 $g(x)$ 的图象。已知 $g(x)$ 在 $[0, \pi]$ 上恰有 5 个零点，则 ω 的取值范围是_____。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

(一) 必考题：共 60 分。

17. (本小题 12 分)

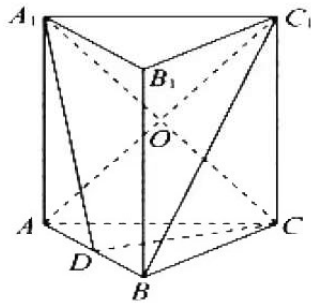
如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = 8$ ， $BC = 3$ ， $CD = 5$ ， $\angle A = \frac{\pi}{3}$ ， $\cos \angle ADB = \frac{1}{7}$ 。



- (1) 求 BD 的长；
(2) 求 $\triangle BCD$ 的面积。

18. (本小题 12 分)

如图，在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中， $AB \perp AC$ ， $AC = AA_1$ ， D 是棱 AB 的中点， O 为线段 AC_1 与 A_1C 的交点。



- (1) 求证： $BC_1 \parallel$ 平面 A_1CD ；
(2) 求证： $A_1C \perp BC_1$ 。

19. (本小题 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $S_{n+1} = S_n + a_n + 1$ ，_____。

请在 ① $a_1 + a_7 = 13$ ；② a_1, a_3, a_7 成等比数列；③ $S_{10} = 65$ ，这三个条件中任选一个补充在上面题干中，并解答下面问题。

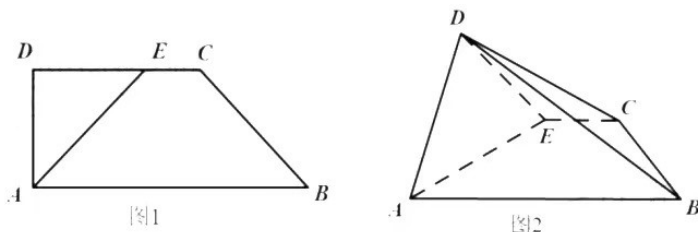
- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；
(2) 设数列 $b_n = \frac{a_n}{2^n}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分。

高三第四次月考数学

20. (本小题 12 分)

如图 1, 在直角梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel DC$, $\angle BAD = 90^\circ$, $AB = 5$, $AD = 2$, $DC = 3$, 点 E 在 CD 上, 且 $DE = 2$, 将 $\triangle ADE$ 沿 AE 折起, 使得平面 $ADE \perp$ 平面 $ABCE$ (如图 2).



(1) 求点 B 到平面 ADE 的距离;

(2) 在线段 BD 上是否存在点 P , 使得 $CP \parallel$ 平面 ADE ? 若存在, 求三棱锥 $P-ABC$ 的体积; 若不存在, 请说明理由.

21. (本小题 12 分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - a \ln x + 1 (a \in \mathbb{R})$.

(1) 若函数 $f(x)$ 在 $[1, 2]$ 上是单调递增函数, 求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $-2 \leq a < 0$, 对任意 $x_1, x_2 \in [1, 2]$, 不等式 $|f(x_1) - f(x_2)| \leq m \left| \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} \right|$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. (本小题满分 10 分) (选修 4-4: 坐标系与参数方程)

已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的非负半轴为极轴, 建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 + 3\rho^2 \sin^2 \theta = 4$.

(1) 求直线 l 的普通方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 已知直线 l 与曲线 C 相交于 P, Q 两点, 点 M 的直角坐标为 $(-1, 0)$, 求 $|MP| + |MQ|$.

23. (本小题满分 10 分) (选修 4-5: 不等式选讲)

已知 a, b, c 均为正数, 且 $2a + b + c = 1$, 证明:

(1) 若 $b = c$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 8$;

(2) $4a^2 + b^2 + 9c^2 \geq \frac{9}{19}$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜

Q 自主选拔在线