2022 年聊城市高考模拟

数学(一)参考答案及评分标准

一、单项选择题

1—4 BACC　　5—8 ADCB

二、多项选择题

9. AC　　10. ACD　　11. ACD　　12. ACD

三、填空题

13. $\frac{\pi}{6},\frac{5\pi}{6},\cdots$　　14. $\frac{5}{14}$　　15. $\frac{1}{2}$　　16. $\frac{\sqrt{2}\pi}{8}$

四、解答题

17. 解:(1)由 $a_{n+1}=a_n+2$ 得数列$\{a_n\}$是等差数列,其公差 $d=2$, ……………… 2 分

由 $S_6=4a_5$ 得 $6a_1+30=4(a_1+8)$,解得 $a_1=1$, ……………… 4 分

所以 $a_n=1+2(n-1)$,即 $a_n=2n-1$. ……………… 5 分

(2)由(1)得 $S_n=n^2$, ……………… 6 分

所以 $b_n=(-1)^n n^2$, ……………… 7 分

$T_{2n}=b_1+b_2+b_3+b_4+\cdots+b_{2n-1}+b_{2n}$

$=-1^2+2^2-3^2+4^2-\cdots-(2n-1)^2+(2n)^2$

$=1+2+3+4+\cdots+(2n-1)+2n$ ……………… 9 分

$=\frac{2n(1+2n)}{2}$

$=2n^2+n$. ……………… 10 分

18. 解:(1)因为 $\sin\left(\frac{\pi}{3}-\angle A\right)=\cos\left(\frac{\pi}{6}+\angle A\right)$,

$\sin\left(\frac{\pi}{3}-\angle A\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}+\angle A\right)=\frac{1}{4}$,

所以 $\sin^2\left(\frac{\pi}{3}-\angle A\right)=\frac{1}{4}$, ……………… 2 分

从而 $\cos\left(\frac{2\pi}{3}-2\angle A\right)=\frac{1}{2}$. ……………… 3 分

因为 $BD<AD$,所以$\angle A\in(0,\frac{\pi}{2})$,所以$\frac{2\pi}{3}-2\angle A\in(-\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3})$, ……………… 5 分

所以$\frac{2\pi}{3}-2\angle A=\frac{\pi}{3}$,解得$\angle A=\frac{\pi}{6}$. ……………… 6 分

(2)在$\triangle ABD$ 中,$AB=\sqrt{3}$,$AD=3$,$\angle A=\frac{\pi}{6}$,

由余弦定理得 $BD^2=AB^2+AD^2-2AB\cdot AD\cos\angle A=3$,

所以 $BD=\sqrt{3}$. ……………… 8 分

在$\triangle BCD$ 中,由正弦定理得$\frac{\sin\angle C}{\sin\angle CBD}=\frac{BD}{CD}=\sqrt{3}$,

所以 $\sin\angle C=\sqrt{3}\sin\angle CBD$，…………………………………………………… 9 分

又因为 $\angle C=2\angle CBD$，所以 $\cos\angle CBD=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

又因为 $\angle CBD\in(0,\pi)$，所以 $\angle CBD=\frac{\pi}{6}$，从而 $\angle BDC=\frac{\pi}{2}$. …………………… 11 分

因此四边形 $ABCD$ 的面积 $S=\frac{1}{2}AB\cdot AD\cdot\sin\angle A+\frac{1}{2}BD\cdot CD$

$=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times3\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times1=\frac{5\sqrt{3}}{4}$. ………………………………… 12 分

19.(1)证明：因为四边形 BCC_1B_1 为正方形，E 为 BB_1 的中点，$CE=\sqrt{5}$，

所以 $BC=2$. …………………………………………………………………… 1 分

在△ABC 中，由正弦定理得 $\sin\angle ACB=\frac{AB\sin\angle BAC}{BC}=\frac{4\times\sin30^\circ}{2}=1$，

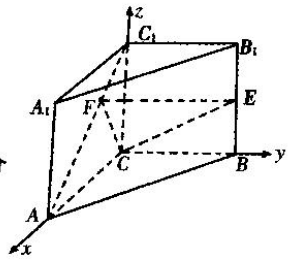
所以 $\angle ACB=90^\circ$，即 $AC\perp BC$. ……………………………………………… 2 分

因为 $AC\perp CE$，$BC\cap CE=C$，$BC,CE\subset$平面 BCC_1B_1，

所以 $AC\perp$平面 BCC_1B_1. …………………………………………………… 4 分

又因为 $CC_1\subset$平面 BCC_1B_1，所以 $AC\perp CC_1$. ………………………………… 5 分

(2)解：由(1)得 $AC=2\sqrt{3}$，$BC=CC_1=2$，AC,BC,CC_1 两两垂直. 以 C 为原点，CA,CB,CC_1 所在直线分别为 x 轴、y 轴、z 轴，建立如图所示的空间直角坐标系.



则 $C(0,0,0)$，$E(0,2,1)$，$A(2\sqrt{3},0,0)$，$C_1(0,0,2)$，

于是 $\overrightarrow{CE}=(0,2,1)$，$\overrightarrow{CA}=(2\sqrt{3},0,0)$，$\overrightarrow{AC_1}=(-2\sqrt{3},0,2)$.

设 $\overrightarrow{AF}=\lambda\overrightarrow{AC_1}$，$\lambda\in[0,1)$，

则 $\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{CA}+\lambda\overrightarrow{AC_1}=(2\sqrt{3}-2\sqrt{3}\lambda,0,2\lambda)$. ……………… 7 分

设平面 CEF 的法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,y,z)$，则 $\begin{cases}\overrightarrow{CE}\cdot\boldsymbol{n}=0,\\\overrightarrow{CF}\cdot\boldsymbol{n}=0,\end{cases}$

所以 $\begin{cases}2y+z=0,\\(2\sqrt{3}-2\sqrt{3}\lambda)x+2\lambda z=0,\end{cases}$

令 $z=-2$，得 $\boldsymbol{n}=\left(\frac{2\lambda}{\sqrt{3}-\sqrt{3}\lambda},1,-2\right)$，……………………………………… 9 分

平面 ABC 的一个法向量为 $\boldsymbol{m}=(0,0,1)$，……………………………………… 10 分

所以 $\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle=\frac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\frac{-2}{\sqrt{\left(\frac{2\lambda}{\sqrt{3}-\sqrt{3}\lambda}\right)^2+5}}$，

由平面 ABC 与平面 CEF 的夹角为 45°，得 $|\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle|=\cos45^\circ$，

所以 $\frac{2}{\sqrt{\left(\frac{2\lambda}{\sqrt{3}-\sqrt{3}\lambda}\right)^2+5}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，解得 $\lambda=\frac{3}{5}$，…………………………………… 11 分

因此，$AF=\frac{3}{5}AC_1=\frac{3}{5}\times4=\frac{12}{5}$. ……………………………………………… 12 分

20. 解：(1)由于质检员是随机不放回的抽取 20 件产品，各次试验之间的结果不相互独立，所以随机变量 X 服从超几何分布. ………………………………………… 2 分

X 的分布列为 $P(X=k)=\dfrac{C_{40}^{k}C_{60}^{20-k}}{C_{100}^{20}}$，$k=0,1,2,\cdots,20$. ………………………… 5 分

X 的均值为 $E(X)=np=20\times\dfrac{40}{100}=8$. ………………………………………… 7 分

(2)样本中次品率 $f_{20}=\dfrac{X}{20}$是一个随机变量，

$P(|f_{20}-0.4|\leqslant 0.1)=P(6\leqslant X\leqslant 10)$ ………………………………………… 10 分

$=0.12422+0.17972+0.20078+0.17483+0.11924=0.79879$.

所以误差不超过 0.1 的概率为 0.79879. ………………………………………… 12 分

21. 解：(1)设抛物线 E 的焦点为 F，点 P 到 l 的距离为 d，则 $|PF|=d$，

因为 $|PO|=d$，所以 $|PO|=|PF|$，得 $x_0=\dfrac{p}{4}$. ………………………………………… 2 分

因为点 P 在 E 上，所以 $2=2p\cdot\dfrac{p}{4}$，又 $p>0$，所以 $p=2$.

因此，E 的方程为 $y^2=4x$. ………………………………………… 4 分

(2)设直线 AB 的方程为 $x=my+n$，

由$\begin{cases}x=my+n,\\ y^2=4x,\end{cases}$得 $y^2-4my-4n=0$， ………………………………………… 5 分

设 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则 $y_1y_2=-4n$，于是 $x_1x_2=\dfrac{(y_1y_2)^2}{16}=n^2$，

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=n^2-4n$，

由$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=-4$，得 $n=2$， ………………………………………… 8 分

所以直线 AB 的方程为 $x=my+2$，

因此直线 AB 过定点 $Q(2,0)$. ………………………………………… 9 分

当 $m\neq 0$ 时，$\angle OMQ=90^\circ$，点 M 在以 OQ 为直径的圆上；

当 $m=0$ 时，点 M 与点 Q 重合，点 M 在以 OQ 为直径的圆上，

综上，点 M 总在以 OQ 为直径的圆上. ………………………………………… 11 分

同理，点 N 总在以 OQ 为直径的圆上.

因此 $|MN|$ 的最大值为圆的直径 2. ………………………………………… 12 分

22. (1)解：$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$，$f'(x)=a-\dfrac{1}{x}$，………………………………………… 1 分

①当 $a\leqslant 0$ 时，对于任意的 $x>0$，都有 $f'(x)<0$，

$f(x)$在$(0,+\infty)$内单调递减； ………………………………………… 2 分

②当 $a>0$ 时，令 $f'(x)>0$，解得 $x>\dfrac{1}{a}$；令 $f'(x)<0$，解得 $0<x<\dfrac{1}{a}$，

$f(x)$在$\left(0,\dfrac{1}{a}\right)$内单调递减，在$\left(\dfrac{1}{a},+\infty\right)$内单调递增. ………………………………………… 4 分

(2)证明:因为当 $a\in\left(0,\frac{1}{4}\right)$时,$f(x)$在$\left(0,\frac{1}{a}\right)$内单调递减,在$\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$内单调递增,

$f\left(\frac{1}{a}\right)=1+\ln a<1-\ln 4<0$,$f(1)=a>0$,$f\left(\frac{1}{a^2}\right)=2\ln a+\frac{1}{a}>0$,

所以存在 $x_1\in\left(0,\frac{1}{a}\right)$,$x_2\in\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$,使得 $f(x_1)=f(x_2)=0$,且

当 $x\in(0,x_1)$时,$f(x)>0$,当 $x\in(x_1,x_2)$时,$f(x)<0$,

当 $x\in(x_2,+\infty)$时,$f(x)>0$. ………………………………………………………… 6 分

因为对于任意的 $x>0$,都有 $f(x)g(x)\geqslant 0$,所以 x_1,x_2 也是函数 $g(x)$的两个零点,

即 x_1,x_2 是方程 $x^2-nx+m=0$ 的根,所以 $x_1+x_2=n$,$x_1x_2=m$. ………………… 7 分

又因为 $ax_1=\ln x_1$,$ax_2=\ln x_2$,所以 $\ln m=\ln(x_1x_2)=\ln x_1+\ln x_2=a(x_1+x_2)$,

所以 $2<\ln m<\frac{n}{4}$等价于 $2<a(x_1+x_2)<\frac{x_1+x_2}{4}$.

因为 $a<\frac{1}{4}$,所以 $a(x_1+x_2)<\frac{x_1+x_2}{4}$. ……………………………………………… 8 分

下面证明 $x_1+x_2>\frac{2}{a}$.

要证 $x_1+x_2>\frac{2}{a}$,即证 $x_2>\frac{2}{a}-x_1$,

因为 $x_2,\frac{2}{a}-x_1\in\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$,$f(x)$在$\left(\frac{1}{a},+\infty\right)$内单调递增,

所以只需证 $f(x_2)>f\left(\frac{2}{a}-x_1\right)$,又因为 $f(x_1)=f(x_2)$,

所以也只需证 $f(x_1)>f\left(\frac{2}{a}-x_1\right)$,

设 $p(x)=f(x)-f\left(\frac{2}{a}-x\right)$,则 $p'(x)=f'(x)+f'\left(\frac{2}{a}-x\right)$

$=2a-\dfrac{\frac{2}{a}}{x\left(\frac{2}{a}-x\right)}$,因为 $x\left(\frac{2}{a}-x\right)<\frac{1}{a^2}$,所以当 $x\in\left(0,\frac{1}{a}\right)$时,$p'(x)<0$,

所以 $p(x)$在$\left(0,\frac{1}{a}\right]$上单调递减,

又因为 $p\left(\frac{1}{a}\right)=0$,所以当 $x\in\left(0,\frac{1}{a}\right)$时,$p(x)>0$,即 $f(x)>f\left(\frac{2}{a}-x\right)$,

因为 $x_1\in\left(0,\frac{1}{a}\right)$,所以 $f(x_1)>f\left(\frac{2}{a}-x_1\right)$.

因此,$x_1+x_2>\frac{2}{a}$成立,即 $a(x_1+x_2)>2$. ……………………………………………… 11 分

因此 $2<\ln m<\frac{n}{4}$. ………………………………………………………………………… 12 分

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。