姓名________ 准考证号________

贵州省2023年普通高等学校招生适应性测试

理 科 数 学

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 复数 $z=\dfrac{3+i^3}{1+i}$ 在复平面上对应的点位于

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

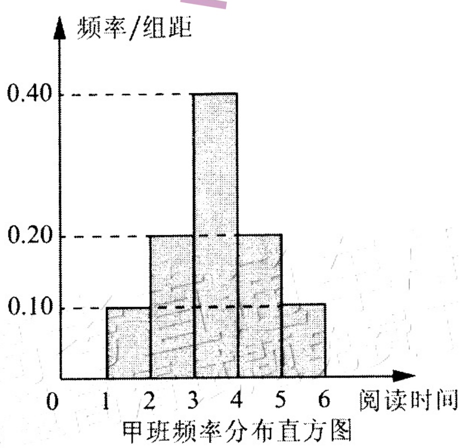
2. 设 $A=\{0,1,2,3\}$，$B=\{x\mid x^2-3x+2>0\}$，则 $A\cap B=$

A. $\{0,1\}$　　B. $\{0,3\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{2,3\}$

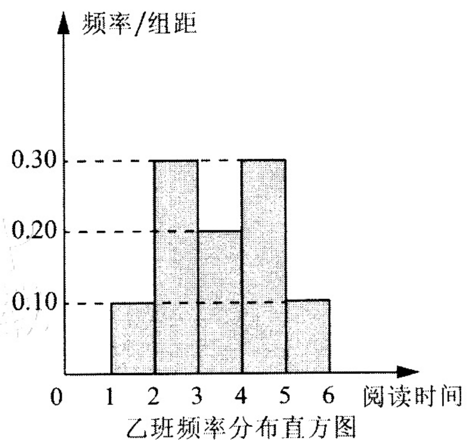
3. 实数 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x\geqslant 0, \\ x-y\leqslant 0, \\ x+y-2\leqslant 0, \end{cases}$ 则 $z=2x+y$ 的最大值是

A. 0　　B. 2　　C. 3　　D. 4

4. 某校为了解高一学生一周课外阅读情况，随机抽取甲，乙两个班的学生，收集并整理他们一周阅读时间（单位：h），绘制了下面频率分布直方图．根据直方图，得到甲，乙两校学生一周阅读时间的平均数分别为 $\bar{x}_1$，$\bar{x}_2$，标准差分别为 s_1，s_2，则



甲班频率分布直方图



乙班频率分布直方图

A. $\bar{x}_1>\bar{x}_2$，$s_1>s_2$　　B. $\bar{x}_1<\bar{x}_2$，$s_1<s_2$

C. $\bar{x}_1=\bar{x}_2$，$s_1>s_2$　　D. $\bar{x}_1=\bar{x}_2$，$s_1<s_2$

5．已知函数 $f(x)=|x-1|-1$，下列结论正确的是

A．$f(x)$ 是偶函数

B．$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上单调递增

C．$f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称

D．$f(x)$ 的图象与 x 轴围成的三角形面积为 2

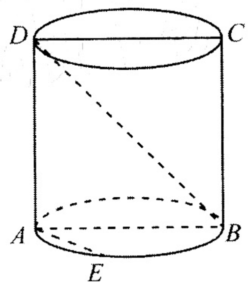
6．在直角坐标系 xOy 中，锐角 α 的顶点为坐标原点，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边与单位圆交于点 $A(x_0,y_0)$．若 $\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})=7$，则 $y_0=$

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{3}{5}$　　C．$\frac{3}{4}$　　D．$\frac{4}{5}$

7．直角三角形 ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=2$，$BC=3$．若点 P 满足 $\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PA}$，则 $\overrightarrow{CP}\cdot\overrightarrow{AB}=$

A．0　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{2}{3}\sqrt{13}$　　D．$\frac{14}{3}$

8．如图，圆柱的底面直径 AB 与母线 AD 相等，E 是弧 AB 的中点，则 AE 与 BD 所成的角为



A．$\frac{\pi}{6}$　　B．$\frac{\pi}{4}$

C．$\frac{\pi}{3}$　　D．$\frac{\pi}{2}$

9．某工厂产生的废气经过过滤后排放，已知在过滤过程中的污染物的残留含量 P（单位：mg/L）与过滤时间 t（单位：h）之间的函数关系为 $P=P_0\mathrm{e}^{-kt}$，其中 e 是自然对数的底数，k 为常数，P_0 为原污染物总量．若前 5 个小时废气中的污染物被过滤掉了 10%，则污染物被过滤掉了 80% 所需时间约为（$\ln 0.2\approx-1.609,\ln 0.9\approx-0.105$）

A．73h　　B．75h　　C．77h　　D．79h

10．椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的上顶点为 A，F 是 C 的一个焦点，点 B 在 C 上，若 $3\overrightarrow{AF}+5\overrightarrow{BF}=\mathbf{0}$，则 C 的离心率为

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{3}{5}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

11. 将函数 $f(x)=\cos\omega x$（$\omega>0$）的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{2}$ 个单位后得到函数 $g(x)$ 的图象. 若 $g(x)$ 的图象关于点 $(\dfrac{\pi}{4},0)$ 对称，且在 $[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{5\pi}{6}]$ 上单调递减，则 $\omega=$

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{2}{3}$　　C. 1　　D. 2

12. 设 $a=\ln 2$，$b=\sqrt{3}-1$，$c=\sin 1$，则

A. $c>b>a$　　B. $c>a>b$　　C. $b>c>a$　　D. $a>b>c$

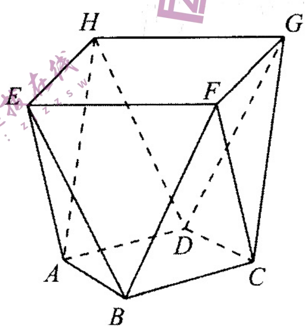
二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13. $(\dfrac{1}{2x}-\sqrt{x})^6$ 的展开式中的常数项为____________.

14. 已知圆 M：$x^2+y^2-2x+4y=0$，双曲线 N：$\dfrac{x^2}{4}-y^2=1$. 倾斜角为锐角的直线 l 过 M 的圆心，且与 N 的一条渐近线平行，则 l 的方程为____________.

15. 在△ABC 中，点 D 在 BC 边上，$BD=2DC$. 若 $AB=2$，$\sin\angle BAD=3\sin\angle CAD$，则 $AC=$____________.

16. 如图，某环保组织设计一款苗木培植箱，其外形由棱长为 2（单位：m）的正方体截去四个相同的三棱锥（截面为等腰三角形）后得到. 若将该培植箱置于一球形环境中，则该球表面积的最小值为____________ m^2.



三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17.（12 分）

公比为 q 的等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=2^n+a$.

（1）求 a 与 q 的值；

（2）若 $b_n=\log_2 a_n$，记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，求 $\dfrac{1}{T_2}+\dfrac{1}{T_3}+\cdots+\dfrac{1}{T_{n+1}}$.

18．（12 分）

矩形 $ABCD$ 中，$AB=4$，$AD=3$（如图 1），将△ DAC 沿 AC 折起到△ D_1AC 的位置．点 D_1 在平面 ABC 上的射影 E 在 AB 边上，连结 D_1B（如图 2）．

（1）证明：$AD_1 \perp BC$；

（2）过直线 D_1E 的平面 α 与 BC 平行，求 D_1C 与 α 所成角的正弦值．

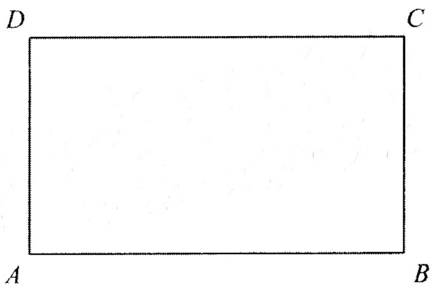


图1

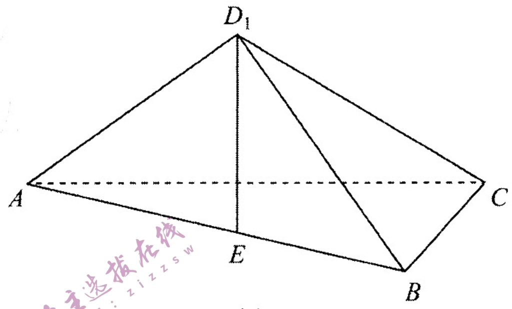


图2

19．（12 分）

为普及航空航天科技相关知识，发展青少年航空航天科学素养，贵州省某中学组织开展“筑梦空天”航空航天知识竞赛．竞赛试题有甲、乙、丙三类（每类题有若干道），各类试题的每题分值及小明答对概率如下表所示，各小题回答正确得到相应分值，否则得 0 分，竞赛分三轮答题依次进行，各轮得分之和即为选手总分．

题型 \ 项目	每小题分值	每小题答对概率
甲类题	10	$\frac{3}{4}$
乙类题	20	$\frac{2}{3}$
丙类题	30	$\frac{1}{2}$

其竞赛规则为：

第一轮，先回答一道甲类题，若正确，进入第二轮答题；若错误，继续回答另一道甲类题，该题回答正确，同样进入第二轮答题，否则，退出比赛．

第二轮，在乙类题或丙类题中选择一道作答，若正确，进入第三轮答题；否则，退出比赛．

第三轮，在前两轮未作答的那一类试题中选择一道作答．

小明参加竞赛，有两种方案选择，方案一：先答甲类题，再答乙类题，最后答丙类题；方案二：先答甲类题，再答丙类题，最后答乙类题．各题答对与否互不影响．

请完成以下解答：

（1）若小明选择方案一，求答题次数恰好为 3 次的概率；

（2）经计算小明选择方案一所得总分的数学期望为 $\frac{125}{4}$，为使所得总分的数学期望最大，小明该选择哪一种方案？并说明理由．

20.（12 分）

过点 $S(4,0)$ 的直线 l 与抛物线 C：$y^2=2px$ $(p>0)$ 交于 A，B 两点，O 为坐标原点，$OA\perp OB$．

（1）求 C 的方程；

（2）在 x 轴上是否存在点 T，使得直线 TA 与直线 TB 的斜率之和为定值 k．若存在，求出点 T 的坐标和定值 k；若不存在，请说明理由．

21.（12 分）

已知函数 $f(x)=e^x+x$，$g(x)=ax^2+2x+1$．

（1）当 $a=\dfrac{1}{2}$ 时，讨论函数 $F(x)=f(x)-g(x)$ 的单调性；

（2）当 $a<0$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 的公切线方程．

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修 4-4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=t, \\ y=\dfrac{\lambda}{t} \end{cases}$（$t$ 为参数，常数 $\lambda>0$），以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的方程为 $\rho\sin(\theta-\dfrac{\pi}{6})=2$.

（1）写出 C 的极坐标方程和 l 的直角坐标方程；

（2）若直线 $\theta=\dfrac{\pi}{12}(\rho\in\mathbf{R})$ 和 C 相交于 A，B 两点，以 AB 为直径的圆与直线 l 相切，求 λ 的值.

23．[选修 4-5：不等式选讲]（10 分）

设 $a>0,b>0$，已知函数 $f(x)=|x+a|+|x-b|$ 的最小值为 2.

（1）求证：$\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{ab}\geqslant 3$；

（2）$\forall t\in\mathbf{R}$，求证：$\dfrac{\sin^4 t}{a}+\dfrac{\cos^4 t}{b}\geqslant\dfrac{1}{2}$.