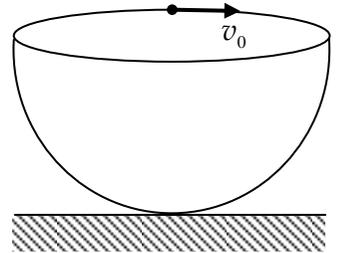




第 30 届全国中学生物理竞赛复赛试题

一、（15分）一半径为 R 、内侧光滑的半球面固定在地面上，开口水平且朝上。一小滑块在半球面内侧最高点处获得沿球面的水平速度，其大小为 v_0 ($v_0 \neq 0$)。求滑块在整个运动过程中可能达到的最大速率。重力加速度大小为 g 。



二、（20分）一长为 $2l$ 的轻质刚性细杆位于水平的光滑桌面上，杆的两端分别固定一质量为 m 的小物块 D 和一质量为 αm (α 为常数) 的小物块 B，杆可绕通过小物块 B 所在端的竖直固定转轴无摩擦地转动。一质量为 m 的小环 C 套在细杆上（C 与杆密接），可沿杆滑动，环 C 与杆之间的摩擦可忽略。一轻质弹簧原长为 l ，劲度系数为 k ，两端分别与小环 C 和物块 B 相连。一质量为 m 的小滑块 A 在桌面上以垂直于杆的速度飞向物块 D，并与之发生完全弹性正碰，碰撞时间极短。碰撞时滑块 C 恰好静止在距轴为 r ($r > l$) 处。

1. 若碰前滑块 A 的速度为 v_0 ，求碰撞过程中轴受到的作用力的冲量；
2. 若碰后物块 D、C 和杆刚好做匀速转动，求碰前滑块 A 的速度 v_0 应满足的条件。

三、（25分）一质量为 m 、长为 L 的匀质细杆，可绕过其一端的光滑水平轴 O 在竖直平面内自由转动。杆在水平状态由静止开始下摆，

1. 令 $\lambda = \frac{m}{L}$ 表示细杆质量线密度。当杆以角速度 ω 绕过其一端的光滑水平轴 O 在竖直平面内转动时，其转动动能可表示为

$$E_k = k\lambda^\alpha \omega^\beta L^\gamma$$

式中， k 为待定的没有单位的纯常数。已知在同一单位制下，两物理量当且仅当其数值和单位都相等时才相等。由此求出 α 、 β 和 γ 的值。



2. 已知系统的动能等于系统的质量全部集中在质心时随质心一起运动的动能和系统在质心系（随质心平动的参考系）中的动能之和，求常数 k 的值.
3. 试求当杆摆至与水平方向成 θ 角时在杆上距 O 点为 r 处的横截面两侧部分的相互作用力. 重力加速度大小为 g .

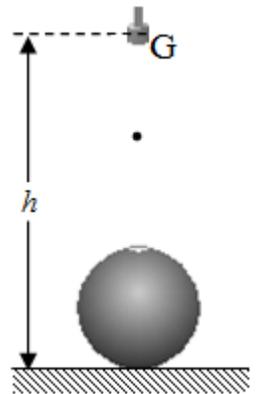
提示：如果 $X(t)$ 是 t 的函数，而 $Y(X(t))$ 是 $X(t)$ 的函数，则 $Y(X(t))$ 对 t 的导数为

$$\frac{dY(X(t))}{dt} = \frac{dY}{dX} \frac{dX}{dt}$$

例如，函数 $\cos\theta(t)$ 对自变量 t 的导数为

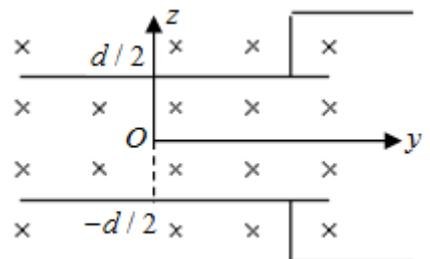
$$\frac{d\cos\theta(t)}{dt} = \frac{d\cos\theta}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}$$

四、（20 分）图中所示的静电计由一个半径为 R 、与环境绝缘的开口（朝上）金属球壳形的容器和一个带电液滴产生器 G 组成. 质量为 m 、带电量为 q 的球形液滴从 G 缓慢地自由掉下（所谓缓慢，意指在 G 和容器口之间总是只有一滴液滴）. 液滴开始下落时相对于地面的高度为 h . 设液滴很小，容器足够大，容器在达到最高电势之前进入容器的液体尚未充满容器. 忽略 G 的电荷对正在下落的液滴的影响. 重力加速度大小为 g . 若容器初始电势为零，求容器可达到的最高电势 V_{\max} .



五、（25 分）平行板电容器两极板分别位于 $z = \pm \frac{d}{2}$ 的平面

内，电容器起初未被充电. 整个装置处于均匀磁场中，磁感应强度大小为 B ，方向沿 x 轴负方向，如图所示.

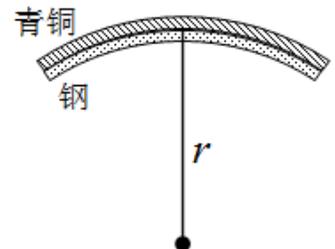




1. 在电容器参考系 S 中只存在磁场；而在以沿 y 轴正方向的恒定速度 $(0, v, 0)$ （这里 $(0, v, 0)$ 表示为沿 x 、 y 、 z 轴正方向的速度分量分别为 0 、 v 、 0 ，以下类似）相对于电容器运动的参考系 S' 中，可能既有电场 (E'_x, E'_y, E'_z) 又有磁场 (B'_x, B'_y, B'_z) 。试在非相对论情形下，从伽利略速度变换，求出在参考系 S' 中电场 (E'_x, E'_y, E'_z) 和磁场 (B'_x, B'_y, B'_z) 的表达式。已知电荷量和作用在物体上的合力在伽利略变换下不变。

2. 现在让介电常数为 ε 的电中性液体（绝缘体）在平行板电容器两极板之间匀速流动，流速大小为 v ，方向沿 y 轴正方向。在相对液体静止的参考系（即相对于电容器运动的参考系） S' 中，由于液体处在第1问所述的电场 (E'_x, E'_y, E'_z) 中，其正负电荷会因电场力作用而发生相对移动（即所谓极化效应），使得液体中出现附加的静电感应电场，因而液体中总电场强度不再是 (E'_x, E'_y, E'_z) ，而是 $\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}(E'_x, E'_y, E'_z)$ ，这里 ε_0 是真空的介电常数。这将导致在电容器参考系 S 中电场不再为零。试求电容器参考系 S 中电场的强度以及电容器上、下极板之间的电势差。（结果用 ε_0 、 ε 、 v 、 B 或（和） d 表出。）

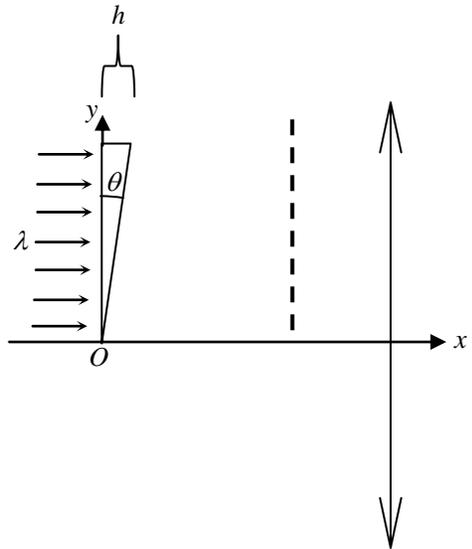
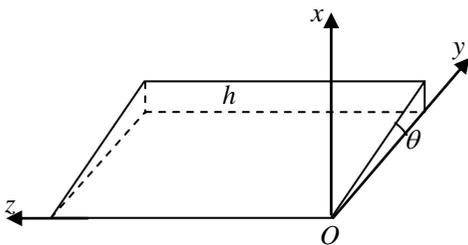
六、（15 分）温度开关用厚度均为 0.20 mm 的钢片和青铜片作感温元件；在温度为 20°C 时，将它们紧贴，两端焊接在一起，成为等长的平直双金属片。若钢和青铜的线膨胀系数分别为 $1.0 \times 10^{-5}/\text{度}$ 和 $2.0 \times 10^{-5}/\text{度}$ 。当温度升高到 120°C 时，双金属片将自动弯成圆弧形，如图所示。试求双金属片弯曲的曲率半径。（忽略加热时金属片厚度的变化。）





七、（20分）一斜劈形透明介质劈尖，尖角为 θ ，高为 h 。今以尖角顶点为坐标原点，建立坐标系如图(a)所示；劈尖斜面实际上是由一系列微小台阶组成的，在图(a)中看来，每一个小台阶的前侧面与 xz 平面平行，上表面与 yz 平面平行。劈尖介质的折射率 n 随 x 而变化， $n(x)=1+bx$ ，其中常数 $b>0$ 。一束波长为 λ 的单色平行光沿 x 轴正方向照射劈尖；劈尖后放置一薄凸透镜，在劈尖与薄凸透镜之间放一挡板，在档板上刻有一系列与 z 方向平行、沿 y 方向排列的透光狭缝，如图(b)所示。入射光的波面（即与平行入射光线垂直的平面）、劈尖底面、挡板平面都与 x 轴垂直，透镜主光轴为 x 轴。要求通过各狭缝的透射光彼此在透镜焦点处得到加强而形成亮纹。已知第一条狭缝位于 $y=0$ 处；物和像之间各光线的光程相等。

1. 求其余各狭缝的 y 坐标；
2. 试说明各狭缝彼此等距排列能否仍然满足上述要求。



图(a)图(b)

八、（20分）光子被电子散射时，如果初态电子具有足够的动能，以至于在散射过程中有能量从电子转移到光子，则该散射被称为逆康普顿散射。当低能光子与高能电子发生对头碰撞时，就会出现逆康普顿散射。已知电子静止质量为 m_e ，真空中的光速为 c 。若能量为 E_e 的电子与能量为



E_γ 的光子相向对碰，

1. 求散射后光子的能量；
2. 求逆康普顿散射能够发生的条件；
3. 如果入射光子能量为 2.00 eV ，电子能量为 $1.00 \times 10^9 \text{ eV}$ ，求散射后光子的能量。已知 $m_e = 0.511 \times 10^6 \text{ eV}/c^2$ 。计算中有必要时可利用近似：如果 $|x| \ll 1$ ，有 $\sqrt{1-x} \approx 1 - \frac{1}{2}x$ 。