

2020 学年第二学期天河区期末考试

高二数学

(本卷满分 150 分, 考试时长 120 分钟)

注意事项:

1. 答卷前, 考生必须用黑色字迹的钢笔或签字笔将自己的姓名和考生号填写在答题卡相应的位置上。
2. 选择题每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案; 不能答在试卷上。
3. 非选择题必须用黑色字迹的钢笔或签字笔作答, 答案必须写在答题卡各题目指定区域内的相应位置上; 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新的答案; 不准使用铅笔或涂改液。不按以上要求作答的答案无效。
4. 考生必须保证答题卡的整洁, 考试结束后, 将试卷和答题卡一并交回。

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的。

1. 已知 i 为虚数单位, 若复数 $z = \frac{2-i}{1+i}$, 则 $|z| =$
A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 2 C. $\frac{\sqrt{5}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$
2. 函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 3$ 在 $[0, 3]$ 上的最小值为
A. $-\frac{7}{3}$ B. $-\frac{4}{3}$ C. 0 D. 3
3. 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, 其前 n 项和为 S_n , 若 $2a_3, \frac{1}{2}a_5, a_4$ 成等差数列, 则 $S_7 - S_6 =$
A. 128 B. 64 C. 32 D. 1
4. 若 $\cos 2\theta = -\frac{1}{3}$, $\theta \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$, 则 $\tan \theta =$
A. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $-\sqrt{2}$ D. $\sqrt{2}$

高二数学期末考试 第 1 页 (共 6 页)

5. 函数 $f(x)$ 的定义域为 R ，它的导函数 $y=f'(x)$ 的部分图象如图所示，则下面结论正确

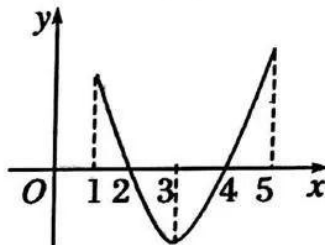
的是

A. 函数 $f(x)$ 在 $(1,2)$ 上为减函数

B. 函数 $f(x)$ 在 $(3,5)$ 上为增函数

C. 函数 $f(x)$ 在 $(1,3)$ 上有极大值

D. $x=3$ 是函数 $f(x)$ 在区间 $[1,5]$ 上的极小值点



6. 已知随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，若 $P(x > -2) + P(x \geq 6) = 1$ ，则 $\mu =$

A. -1

B. 1

C. -2

D. 2

7. 中国古代中的“礼、乐、射、御、书、数”合称“六艺”。“礼”主要指德育；“乐”主要指

美育；“射”和“御”就是体育和劳动；“书”指各种历史文化知识；“数”指数学。某校国

学社团开展“六艺”课程讲座活动，每艺安排一节，连排六节，一天课程讲座排课有如下

要求：“射”不排在第一节，“数”和“乐”两门课程相邻，则“六艺”课程讲座不同的排

课顺序共有

A. 120 种

B. 192 种

C. 240 种

D. 408 种

8. 英国著名物理学家牛顿用做切线的方法求函数的零点时，给出的“牛顿数列”在航空航天

中应用广泛，若数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$ ，则称数列 $\{x_n\}$ 为牛顿数列，如果函数

$f(x) = x^2 - x - 2$ ，数列 $\{x_n\}$ 为牛顿数列，设 $a_n = \ln \frac{x_n - 2}{x_n + 1}$ ，且 $a_1 = 1, x_n > 2$ ，数列

$\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，则 $S_{2021} =$

A. $2^{2021} - 2$

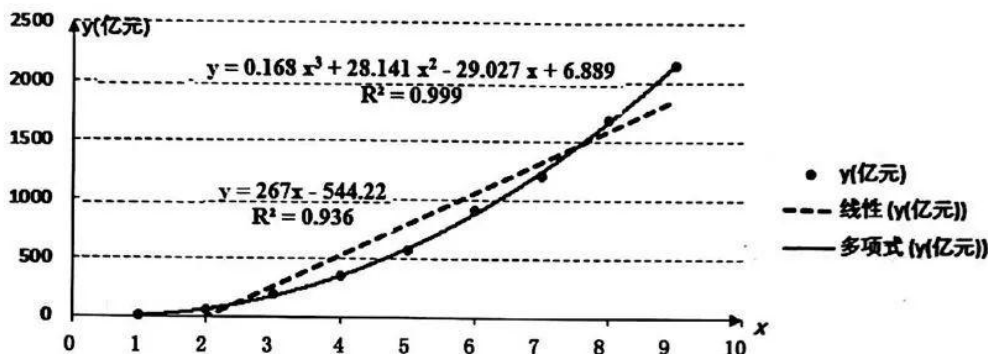
B. $2^{2021} - 1$

C. $(\frac{1}{2})^{2021} - \frac{1}{2}$

D. $(\frac{1}{2})^{2021} - 2$

二、选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 5 分，部分选对的得 2 分，有选错的得 0 分。

9. 某电子商务平台每年都会举行“年货节”商业促销狂欢活动，现统计了该平台从 2012 年到 2020 年共 9 年“年货节”期间的销售额（单位：亿元）并作出散点图，将销售额 y 看成以年份序号 x （2012 年作为第 1 年）的函数。运用 excel 软件，分别选择回归直线和三次函数回归曲线进行拟合，效果如下图，则下列说法正确的是



- A. 销售额 y 与年份序号 x 呈正相关关系
- B. 三次函数回归模型的残差平方和大于直线回归模型的残差平方和
- C. 三次函数回归曲线的拟合效果好于回归直线的拟合效果
- D. 根据三次函数回归曲线可以预测 2021 年“年货节”期间的销售额约为 1698.719 亿元
10. 已知 i 为虚数单位，则下列命题正确的是
- A. 若复数 z 的共轭复数为 $\bar{z}$ ，则 $z \cdot \bar{z} = |z|^2$
- B. 若复数 z_1, z_2 满足 $z_1 = \bar{z}_2$ ，则 $z_1 z_2 \geq 0$
- C. 若复数 $z_1 z_2 = z_1 z_3$ ，则 $z_2 = z_3$
- D. 复数 z 满足 $|z - 2i| = 1$ ， z 在复平面内对应的点为 (x, y) ，则 $x^2 + (y - 2)^2 = 1$
11. 已知 $(x - 2)^{10} = a_0 + a_1(x - 1) + a_2(x - 1)^2 + \cdots + a_{10}(x - 1)^{10}$ ，则下列结论正确的有
- A. $a_0 = 1$
- B. $a_4 = -210$
- C. $\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \frac{a_3}{2^3} + \cdots + \frac{a_{10}}{2^{10}} = 1 - \frac{1}{2^{10}}$
- D. $a_0 + a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = 512$

12. 已知函数 $f(x) = A \cos(x + \varphi) + 1$ ($A > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$), 若函数 $y = |f(x)|$ 的部分图象如图

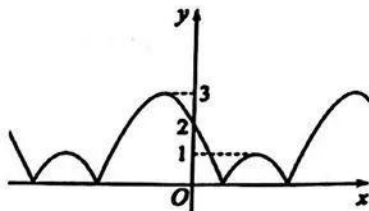
所示, 则下列说法正确的是

A. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{2\pi}{3}$ 对称

B. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(-\frac{5}{6}\pi, 0)$ 对称

C. 函数 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, 0]$ 上的值域为 $[2, 3]$

D. 将函数 $y = 2 \sin x + 1$ 的图象向右平移 $\frac{5}{6}\pi$ 个单位长度可得到函数 $y = f(x)$ 的图象



三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 对具有线性相关关系的变量 x, y 有一组观测数据 $(x_i, y_i) (i=1, 2, \dots, 8)$, 其线性回归

方程是 $\hat{y} = \frac{1}{6}x + \hat{a}$, 且 $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_8 = 2(y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_8) = 6$, 则 $\hat{a} =$

_____.

14. 二项式 $(x - \frac{a}{x})^6$ 的展开式中常数项为 -20 , 则含 x^2 项的系数为_____.

15. 已知随机变量 X 的分布列为 $P(X=n) = \frac{a}{n(n+1)}$ ($n=1, 2, 3$), 其中 a 为常数,

则实数 $a =$ _____, $E(3X) =$ _____.

16. 已知函数 $f(x) = 2ax - \frac{x+1}{e^x}$ 有两个极值点, 则实数 a 的取值范围是_____.

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分)

已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $2c \cos C = b \cos A + a \cos B$.

(1) 求角 C 的大小;

(2) 若 $c = \sqrt{7}$, $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 求 $\triangle ABC$ 的周长.

18. (12分)

某学校为了解学生课后进行体育运动的情况, 对该校学生进行简单随机抽样, 获得 20 名学生一周进行体育运动的时间数据如下表, 其中运动时间在 $(7, 11]$ 的学生称为运动达人.

分组区间(单位: 小时)	(1, 3]	(3, 5]	(5, 7]	(7, 9]	(9, 11]
人数	1	3	4	7	5

- (1) 从上述抽取的学生中任取 2 人, 设 X 为运动达人的人数, 求 X 的分布列;
- (2) 以频率估计概率, 从该校学生中任取 2 人, 设 Y 为运动达人的人数, 求 Y 的分布列.

19. (12分)

已知函数 $f(x) = ae^x - x^2 + 2x$.

- (1) 若 $a = 1$, 求函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处的切线方程;
- (2) 已知 $g(x) = -x^2 + x + 2$, 若 $f(x) \leq g(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立, 求实数 a 的取值范围.

20. (12分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 2$, 点 $(n, a_n + a_{n+1})$ 在函数 $y = kx + 2$ 的图象上, 其中 k 为常数, 且 $k \neq 0$.

- (1) 若 a_1, a_2, a_4 成等比数列, 求 k 的值;
- (2) 当 $k = 3$ 时, 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

21. (12分)

某校对学生关于开展数学研究性学习的态度进行调查, 随机抽调了 50 人, 他们数学成绩的平均分 (单位: 分) 的频数分布及对开展数学研究性学习赞成人数如下表:

成绩	[40,50)	[50,60)	[60,70)	[70,80)	[80,90)	[90,100]
频数	5	10	15	10	5	5
赞成人数	4	8	12	5	2	1

(1) 根据以上统计数据完成下面的 2×2 列联表; 能否有 97.5% 的把握认为学生关于开展数学研究性学习的态度与数学成绩平均分为 80 分分界点有关?

	成绩不低于 80 分的人数	成绩低于 80 分的人数	合计
赞成			
不赞成			
合计			

(2) 若对数学成绩平均分在 $[70,80)$ 和 $[80,90)$ 的被调查人中各随机选取 2 人进行追踪调查, 求在选中的 4 人中有人不赞成的条件下, 赞成开展数学研究性学习的人数 ξ 的分布列及数学期望.

附参考公式与数据: $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$, $n = a+b+c+d$.

$P(K^2 \geq k_0)$	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

22. (12分)

设函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2a \ln x - (a-2)x$, $a \in R$

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 若方程 $f(x) = c$ ($c \in R$) 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 , 求证: $f'(\frac{x_1+x_2}{2}) > 0$.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。

总部坐落于北京，旗下拥有网站（**网址：www.zizzs.com**）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线