

渭南市 2023 届高三教学质量检测 (I)

数学试题 (理科)

命题人: 王建龙 韩黎波 蔡雯伟

注意事项:

1. 本试题满分 150 分, 考试时间 120 分钟.
 2. 答卷前务必将自己的姓名、学校、班级、准考证号填写在答题卡和答题纸上.
 3. 将选择题答案填涂在答题卡上, 非选择题按照题号完成在答题纸上的指定区域内.
- 一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A = \{-1, 1, 2, 4\}$, $B = \{x | x^2 - 2x \leq 0\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{-1, 2\}$ B. $\{1, 2\}$ C. $\{1, 4\}$ D. $\{-1, 4\}$

2. 设复数 z 满足 $z \cdot (1 + 2i) = |-3 + 4i|$, 则 z 的虚部是

- A. $2i$ B. 2 C. $-2i$ D. -2

3. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (m, 2 - m)$, 若 $\vec{a} \perp \vec{b}$, 则 $|\vec{b}| =$

- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{5}$ D. 20

4. 抛物线 $y = \frac{x^2}{4}$ 的焦点坐标为

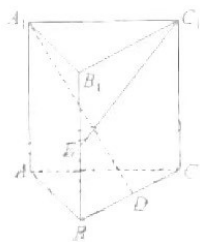
- A. $(0, \frac{1}{16})$ B. $(\frac{1}{16}, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, 0)$

5. 2022 年 6 月 5 日上午 10 时 44 分, 我国在酒泉卫星发射中心使用长征二号 F 运载火箭, 将神舟十四号载人飞船和 3 名中国航天员送入太空这标志着中国空间站任务转入建造阶段后的首次载人飞行任务正式开启. 火箭在发射时会产生巨大的噪音, 已知声音的声强级 $d(x)$ (单位: dB) 与声强 x (单位: W/m^2) 满足

$d(x) = 10 \lg \frac{x}{10^{-12}}$. 若人交谈时的声强级约为 $50dB$, 且火箭发射时的声强与人交谈时的声强的比值约为 10^9 , 则火箭发射时的声强级约为

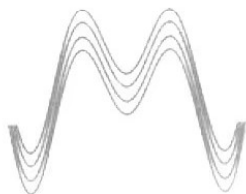
- A. $130dB$ B. $140dB$ C. $150dB$ D. $160dB$

6. 如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $AA_1 = 2AB = 2AC$, 且 $AB \perp AC$, D, E 分别是棱 BC, BB_1 的中点, 则异面直线 A_1D 与 C_1E 所成角的余弦值是



- A. $\frac{2\sqrt{6}}{9}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{6}$ C. $\frac{\sqrt{57}}{9}$ D. $\frac{\sqrt{30}}{6}$

7. 为了激发同学们学习数学的热情，某学校开展利用数学知识设计 LOGO 的比赛，其中某位同学利用函数图象设计了如图的 LOGO，那么该同学所选的函数最有可能是



- A. $f(x) = x \sin x - \cos x$ B. $f(x) = \sin x - x \cos x$
C. $f(x) = x^2 + 2 \cos x$ D. $f(x) = x^2 + 2 \sin x$

8. 若 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\tan 2\alpha = \frac{\cos \alpha}{2 - \sin \alpha}$, 则 $\cos \alpha =$

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{\sqrt{15}}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{\sqrt{7}}{4}$

9. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x \geq 1 \\ x + \xi, & x < 1 \end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递增的概率为 $\frac{1}{2}$, 且随机变量 $\xi \sim N(\mu, 1)$, 则 $P(0 < \xi \leq 1) =$

附: $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则 $P(\mu - \sigma \leq x \leq \mu + \sigma) = 0.6827$, $P(\mu - 2\sigma \leq x \leq \mu + 2\sigma) = 0.9545$.

- A. 0.1359 B. 0.1587 C. 0.2718 D. 0.3413

10. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 A, B, C 对应的边分别为 a, b, c , 且 $a \sin 2B + b \sin A = 0$, 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S = \sqrt{3}b$, 则 S 的最小值为

- A. 1 B. $12\sqrt{3}$ C. $8\sqrt{3}$ D. 12

11. 已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点为 F , 点 A, B 分别为双曲线的左, 右顶点, 以 AB

为直径的圆与双曲线 C 的两条渐近线在第一, 二象限分别交于 P, Q 两点, 若 $OQ \parallel PF$ (O 为坐标原点),

则该双曲线的离心率为

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\sqrt{5}$

12. 已知函数 $f(x)$, $g(x)$, $g'(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$, $g'(x)$ 为 $g(x)$ 的导函数. 若 $g(x)$ 为偶函数, 且 $f(x)+g'(x)=1$, $f(x)-g'(4-x)=1$. 则以下四个命题: ① $g'(2022)=0$; ② $g(x)$ 关于直线 $x=2$ 对称;

③ $\sum_{k=1}^{2022} f(k)=2022$; ④ $\sum_{k=1}^{2023} f(k)=2023$ 中一定成立的是

- A. ①④ B. ②③ C. ①②③ D. ①②④

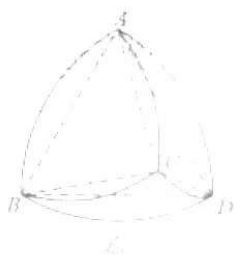
二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y>2 \\ x+2y\leq 4 \\ y\geq 0 \end{cases}$, 则 $z=2x-y$ 的最大值是_____.

14. 杜甫的“三吏三别”深刻写出了民间疾苦及在乱世中身世飘荡的孤独, 揭示了战争给人民带来的巨大不幸和困苦, “三吏”是指《新安吏》《石壕吏》《潼关吏》, “三别”是指《新婚别》《无家别》《垂老别》. 语文老师打算从“三吏”中选二篇, 从“三别”中选一篇推荐给同学们课外阅读, 那么语文老师选的四篇文章中, 含《新安吏》和《无家别》的概率是_____.

15. 将函数 $f(x)=4\cos\frac{\pi}{2}x$ 和直线 $g(x)=x-1$ 的所有交点从左到右依次记为 $A_1, A_2, \dots, A_n$, 若 $P(0, \sqrt{3})$, 则 $|PA_1|+|PA_2|+\dots+|PA_n|$ = _____.

16. 勒洛四面体是一个非常神奇的“四面体”, 它能在两个平行平面间自由转动, 并且始终保持与两平面都接触, 因此它能像球一样来回滚动 (如图甲), 利用这一原理, 科技人员发明了转子发动机. 勒洛四面体是以正四面体的四个顶点为球心, 以正四面体的棱长为半径的四个球的相交部分围成的几何体如图乙所示, 若正四面体 $ABCD$ 的棱长为 1, 则勒洛四面体能够容纳的最大球的半径为_____; 用过 A, B, C 三点的平面去截勒洛四面体, 所得截面的面积为_____.



三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17-21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

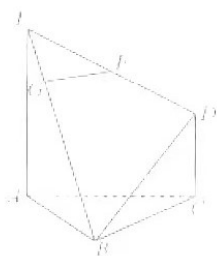
(一) 必考题: 共 60 分.

17. (本题满分 12 分) 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $a_1 = 3$, $\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 是公差为 2 的等差数列.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$, 求数列 $\{b_n\}$ 前 n 项和 T_n .

18. (本题满分 12 分) 在四棱锥 $B-ACDE$ 中, 平面 $ACDE \perp$ 平面 ABC , 四边形 $ACDE$ 为直角梯形, $CD \parallel AE$, $AC \perp AE$, $AB \perp BC$, $CD = 1$, $AC = AE = 2$, F 为 DE 的中点, 且点 G 满足 $\vec{EB} = 4\vec{EG}$.



(I) 证明: $GF \parallel$ 平面 ABC ;

(II) 当四棱锥 $B-ACDE$ 的体积最大时, 求二面角 $A-BE-D$ 的正弦值.

19. (本题满分 12 分) 某企业研发了一种新药, 为评估药物对目标适应症患者的治疗作用 and 安全性, 需要开展临床用药试验, 检测显示临床疗效评价指标 A 的数量 y 与连续用药天数 x 具有相关关系. 随机征集了一部分志愿者作为样本参加临床用药试验, 并得到了一组数据 $(x_i, y_i) (i = 1, 2, 3, \dots, 20)$, 其中 x_i 表示连续用药 i 天, y_i 表示相应的临床疗效评价指标 A 的数值. 根据临床经验, 刚开始用药时, 指标 A 的数量 y 变化明显, 随着天数增加, y 的变化趋缓. 经计算得到如下一些统计量的值:

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 60, \quad \sum_{i=1}^{20} y_i = 1200, \quad \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})^2 = 80, \quad \sum_{i=1}^{20} (y_i - \bar{y})^2 = 9000, \quad \sum_{i=1}^{20} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 800.$$

(I) 求样本 $(x_i, y_i) (i = 1, 2, 3, \dots, 20)$ 的相关系数 (精确到 0.01);

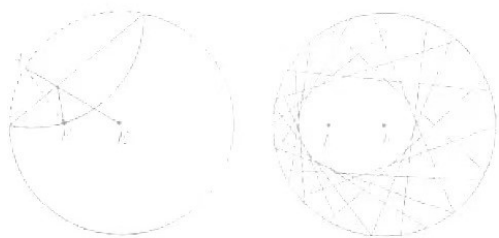
(II) 新药经过临床试验后, 企业决定通过两条不同的生产线每天 8 小时批量生产该商品, 其中第 1 条生产线的生产效率是第 2 条生产线的两倍. 已知第 1 条生产线出现不合格药品的概率为 0.009, 第 2 条生产线出现不合格药品的概率为 0.006, 两条生产线是否出现不合格药品相互独立.

① 随机抽取一件该企业生产的药品, 求该药品不合格的概率;

② 若在抽查中发现 3 件不合格药品, 求其中至少有 2 件药品来自第 1 条生产线的概率.

附：相关系数 $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$, $\sqrt{2} \approx 1.414$.

20. (本题满分 12 分) “工艺折纸”是一种把纸张折成各种不同形状物品的艺术活动, 在我国源远流长. 某些折纸活动蕴含丰富的数学内容, 例如: 用一张圆形纸片, 按如下步骤折纸 (如图)



步骤 1: 设圆心是 E , 在圆内异于圆心处取一点, 标记为 F ;

步骤 2: 把纸片折叠, 使圆周正好通过点 F ;

步骤 3: 把纸片展开, 并留下一道折痕;

步骤 4: 不停重复步骤 2 和 3, 就能得到越来越多的折痕.

已知这些折痕所围成的图形是一个椭圆. 若取半径为 6 的圆形纸片, 设定点 F 到圆心 E 的距离为 4, 按上述方法折纸.

(I) 以点 F 、 E 所在的直线为 x 轴, 建立适当的坐标系, 求折痕围成的椭圆的标准方程;

(II) 若过点 $Q(1,0)$ 且不与 y 轴垂直的直线 l 与椭圆 C 交于 M , N 两点, 在 x 轴的正半轴上是否存在定点 $T(t,0)$, 使得直线 TM , TN 斜率之积为定值? 若存在, 求出该定点和定值; 若不存在, 请说明理由.

21. (本题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = e^x(1+m \ln x)$, 其中 $m > 0$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数.

(I) 当 $m=1$, 求 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II) 设函数 $h(x) = \frac{f'(x)}{e^x}$, 且 $h(x) \geq \frac{5}{2}$ 恒成立.

①求 m 的取值范围;

②设函数 $f(x)$ 的零点为 x_0 , $f'(x)$ 的极小值点为 x_1 , 求证: $x_0 > x_1$.

(二) 选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (10 分)

在平面直角坐标 xOy 中，曲线 C 的参数方程为
$$\begin{cases} x = \frac{2\sqrt{3}t}{1+t^2} \\ y = \frac{2\sqrt{3}}{1+t^2} \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}, t \in \mathbf{R})$$
，以原点 O 为极点， x 轴的正

半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\rho \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{3}{2}$ 。

(I) 求曲线 C 的普通方程；

(II) 若曲线 C 与直线 l 交于 A, B 两点，求 $\triangle AOB$ 的面积。

23. [选修 4-5：不等式选讲] (10 分)

已知关于 x 的不等式 $|x+1| \geq |x-2| + |t-3|$ 有解。

(I) 求实数 t 的最大值 M ；

(II) 在 (I) 的条件下，已知 a, b, c 为正数，且 $abc = 2\sqrt{3}M$ ，求 $(a+b)^2 + c^2$ 的最小值。

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（网址：www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主选拔在线