成都七中2019年高中毕业班“三诊”模拟考试

理 科 数 学

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A=\{x|x^2-x-2\geq 0\}$, $B=\{x|x>0\}$, 则 $A\cap B=$(　　)

A. $(0,1]$　　B. $(0,2]$　　C. $[1,+\infty)$　　D. $[2,+\infty)$

2. 设 i 是虚数单位, 则复数 $z=\left(1+\dfrac{1}{i}\right)^3$ 在复平面内对应的点位于(　　)

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

3. 设命题 p: $\exists x_0>0$, $\sin x_0>1+\cos x_0$, 则$\neg p$ 为(　　)

A. $\forall x\leq 0$, $\sin x>1+\cos x$　　B. $\forall x>0$, $\sin x<1+\cos x$

C. $\forall x>0$, $\sin x\leq 1+\cos x$　　D. $\forall x\leq 0$, $\sin x\leq 1+\cos x$

4. 设等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n, 若 $2a_3+a_9=6$, 则 $S_9=$(　　)

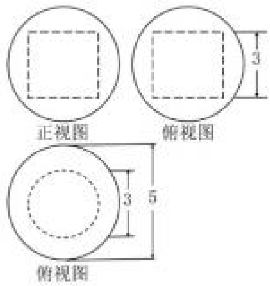
A. 9　　B. 18　　C. 27　　D. 36

5. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_4 x, x>0\\ 2^x, \quad x\leq 0\end{cases}$, 则 $f(f(-1))$的值为(　　)

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{1}{2}$　　C. $\sqrt{2}$　　D. -2

6. 在ΔABC中, 内角 A, B, C 所对应的边分别是 a, b, c, 已知$(b+c)\sin C=a\sin A-b\sin B$, 则$\angle A$的大小为(　　)

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　C. $\dfrac{2\pi}{3}$　　D. $\dfrac{5\pi}{6}$



7. 已知一个组合体的三视图如右图所示, 则该几何体的体积(精确到整数)约为(　　)

A. 32　　B. 36　　C. 40　　D. 44

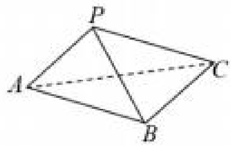
8. 求值: $\dfrac{\sin 10^\circ\cos 15^\circ-\cos 65^\circ}{\sin 10^\circ\sin 15^\circ+\sin 65^\circ}=$(　　)

A. $-2-\sqrt{3}$　　B. $\sqrt{3}-2$　　C. $2-\sqrt{3}$　　D. $2+\sqrt{3}$

9. “总把新桃换旧符”（王安石）、“灯前小草写桃符”（陆游），春节是中华民族的传统节日，在宋代人们用写“桃符”的方式来祈福避祸，而现代人们通过贴“福”字、贴春联、挂灯笼等方式来表达对新年的美好祝愿. 某商家在春节前开展商品促销活动，顾客凡购物金额满 50 元，则可以从“福”字、春联和灯笼这三类礼品中任意免费领取一件. 若有 4 名顾客都领取一件礼品，则他们中有且仅有 2 人领取的礼品种类相同的概率是（　　）

A. $\frac{5}{9}$　　B. $\frac{4}{9}$　　C. $\frac{7}{16}$　　D. $\frac{9}{16}$

10. 如图，在三棱锥 $P-ABC$ 中，已知底面 ABC 是正三角形，$AB=2AP$，且 $AP\perp$ 平面 PBC，则直线 PA 与平面 ABC 所成角的余弦值为（　　）



A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{3}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

11. 已知函数 $f(x)=|x|+\cos x$，设 $a=f(2^{0.3})$，$b=f(0.3^2)$，$c=f(\log_{0.3}2)$，则（　　）

A. $a>b>c$　　B. $c>b>a$　　C. $c>a>b$　　D. $a>c>b$

12. 设 A、B 是抛物线 $y^2=4x$ 上的两点，抛物线的准线与 x 轴交于点 N，已知弦 AB 的中点 M 的横坐标为 3，记直线 AB 和 MN 的斜率分别为 k_1 和 k_2，则 $k_1^2+k_2^2$ 的最小值为（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. 2　　D. $2\sqrt{2}$

第 II 卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13～21 题为必考题，每道题目考生都需要作答. 第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在答题卡相应横线上.

13. 已知实数 x, y 满足 $\begin{cases} x-y\geq 0 \\ x+y\leq 2 \\ y\geq 0 \end{cases}$，则 $z=3x+2y$ 的最大值为________.

14. 设 F 和 l 分别是双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0, b>0)$ 的一个焦点和一条渐近线，若 F 关于 l 的对称点恰好落在此双曲线上，则该双曲线离心率为________.

15. 若函数 $y=1+\tan\left(\omega x-\frac{\pi}{6}\right)$ 在区间 $(-\pi, \pi)$ 内恰有 6 个零点，则正整数 ω 等于________.

16. 在矩形 $ABCD$ 中，点 P 在以 C 为圆心且与直线 BD 相切的圆上运动，若 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$（其中 $\lambda, \mu\in R$），则 $\lambda+\mu$ 的取值范围是________.

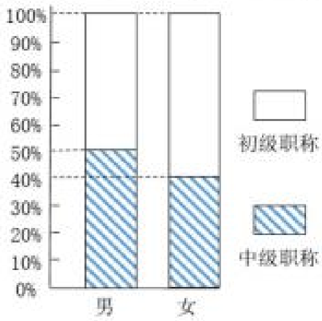
三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 12 分）在数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_1=\frac{1}{2}$，且 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n+1}{2n}$ $(n\in N)^*$.

（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

18.（本小题满分 12 分）某公司积极响应习总书记关于共建学习型社会的号召，开展"学知识，促生产，增效益"的主题学习活动. 为进一步提高管理效率，公司决定所有中层干部集中进行"回炉"再学——管理业务专项培训. 已知公司中层干部共有 13 名（其中女性 5 名），初、中级职称的人数比例如等高条形图所示.



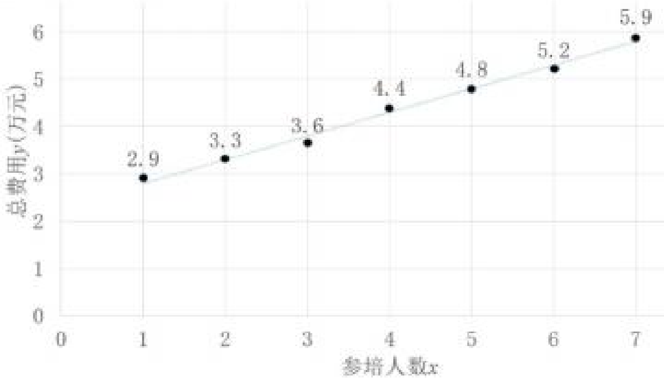
（Ⅰ）若公司从中级职称的中层干部中随机安排 3 人作为培训班的牵头人，设其中女性人数为 ξ，求随机变量 ξ 的分布列及数学期望；

（Ⅱ）由统计数据的散点图可以看出，参加某项管理业务培训所需总费用 y（万元）与参培人数 x 之间存在线性相关关系，试根据回归方程估计该公司所有中层干部都参加此项业务培训所需要的总费用.

参考公式：

回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中，

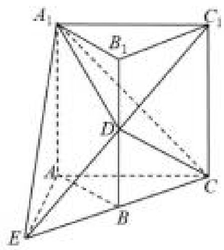
$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}.$$



19.（本小题满分 12 分）如图，在各棱长均相等的三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，设 D 是 BB_1 的中点，直线 C_1D 与棱 CB 的延长线交于点 E.

（Ⅰ）求证：直线 AE∥平面 A_1CD；

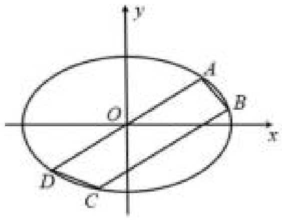
（Ⅱ）若 $AA_1\perp$ 底面 ABC，求二面角 $E-A_1D-C$ 的正弦值.



20.（本小题满分 12 分）已知点 $A\left(\sqrt{2},1\right)$ 在椭圆 Γ: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 上，且点 A 到左焦点 F 的距离为 3.

（Ⅰ）求椭圆 Γ 的标准方程；

（Ⅱ）设点 A 关于坐标原点 O 的对称点为 D，又 B、C 两点在椭圆 Γ 上，且 $BC/\!/AD$，求凸四边形 $ABCD$ 面积的最大值.



21.（本小题满分 12 分）已知函数 $f\left(x\right)=\dfrac{1}{2}x+3-\dfrac{ln\left(1+x\right)}{x}$，$e$=2. 71828…为自然对数的底数.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）是否存在常数 a，使 $f\left(x\right)<\dfrac{a\left(e^x-1\right)}{x}$ 恒成立?若存在，求出 a 的取值范围；若不存在，请说明理由.

请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做第一题计分.

22、（本小题满分 10 分）选修 4-4:坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中，倾斜角为 α 的直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=t\cos\alpha\\ y=1+t\sin\alpha\end{cases}$ （其中 t 为参数）. 在以 O 为极点、x 轴的非负半轴为极轴的极坐标系（两种坐标系的单位长度相同）中，曲线 C: $\rho\left(1+\cos 2\theta\right)=\lambda\sin\theta$ 的焦点 F 的极坐标为 $\left(1,\dfrac{\pi}{2}\right)$.

（Ⅰ）求常数 λ 的值；

（Ⅱ）设 l 与 C 交于 A、B 两点，且 $|AF|=3|FB|$，求 α 的大小.

23、（本小题满分 10 分）选修 4-5:不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x-1|-|2x+1|$，$x\in R$.

（Ⅰ）求不等式 $|f(x)|\leqslant 4$ 的解集；

（Ⅱ）设 a,b,c 为正数，求证：$f(x)\leqslant\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{c+a}+\dfrac{c}{a+b}$.

成都七中2019届高三“三诊”模拟理科数学试题
参考答案及评分意见

一、选择题：（每小题5分，共60分） *DCCB/ACDB/BDDA*

二、填空题：（每小题5分，共20分） 13、6； 14、$\sqrt{5}$； 15、3； 16、[1,3]

三、解答题：（共70分）

17、解：（Ⅰ）由 $\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{n+1}{2n}$ 得，$\frac{a_{n+1}}{n+1}=\frac{1}{2}\cdot\frac{a_n}{n}$ $n\in N^*$. （2分）

又 $a_1=\frac{1}{2}$，所以 $\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$ 是以 $\frac{1}{2}$ 为首项、$\frac{1}{2}$ 为公比的等比数列. （4分）

于是 $\frac{a_n}{n}=\frac{1}{2^n}$，故 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\frac{n}{2^n}$，$n\in N^*$. （6分）

（Ⅱ）由 $S_n=\frac{1}{2}+\frac{2}{2^2}+\frac{3}{2^3}+\cdots+\frac{n-1}{2^{n-1}}+\frac{n}{2^n}$，得 $\frac{1}{2}S_n=\frac{1}{2^2}+\frac{2}{2^3}+\frac{3}{2^4}+\cdots+\frac{n-1}{2^n}+\frac{n}{2^{n+1}}$. （8分）

两式错位相减，得 $\frac{1}{2}S_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^n}-\frac{n}{2^{n+1}}=\left(1-\frac{1}{2^n}\right)-\frac{n}{2^{n+1}}$ （10分）

$=1-\frac{n+2}{2^{n+1}}$，于是 $S_n=2-\frac{n+2}{2^n}$ $(n\in N^*)$. （12分）

18、解：（Ⅰ）由已知，在公司中层干部13人中，女性中级职称有5×40%=2人，男性中级职称有(13-5)×50%=4人. （1分）

$P(\xi=0)=\frac{C_2^0C_4^3}{C_6^3}=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$，$P(\xi=1)=\frac{C_2^1C_4^2}{C_6^3}=\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$，$P(\xi=2)=\frac{C_2^2C_4^1}{C_6^3}=\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$. （4分）

故随机变量 ξ 的分布列如右表. （5分）

ξ	0	1	2
P	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

数学期望 $E\xi=0\times\frac{1}{5}+1\times\frac{3}{5}+2\times\frac{1}{5}=1$（人）. （6分）

（Ⅱ）由散点图知，$\bar{x}=\frac{7\times(1+7)}{2\times 7}=4$，

$\bar{y}=\frac{2.9+3.3+3.6+4.4+4.8+5.2+5.9}{7}=\frac{30.1}{7}=4.3$. （7分）

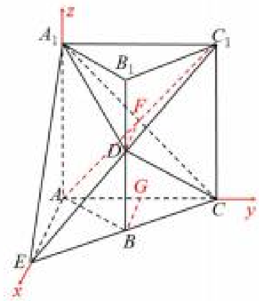
$\sum_{i=1}^{7}(x_i-\bar{x})^2=9+4+1+0+1+4+9=28$， （8分）

$\sum_{i=1}^{7}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})=-3\times(-1.4)-2\times(-1)-1\times(-0.7)+0\times 0.1+1\times 0.5+2\times 0.9+3\times 1.6=14$. （9分）

所以 $\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{14}{28}=0.5$， （10分）

于是$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\cdot\bar{x}=4.3-0.5\times4=2.3$，故回归方程为$\hat{y}=0.5x+2.3$．（11 分）

令 x=13，得 y=8.8（万元），故估计该公司所有中层干部都参加此项业务培训所需要的总费用为 8.8 万元．（12 分）



19、（Ⅰ）证明：连结 AC_1 交 A_1C 于点 F，连结 DF．（1 分）

∵CC_1∥BD 且 CC_1=2BD，∴ED=DC_1．（2 分）

由已知条件得 AF=FC_1，∴DF∥AE．（3 分）

又∵$AE\not\subset$平面 A_1CD，且 $DF\subset$平面 A_1CD，（4 分）

∴直线 AE∥平面 A_1CD．（5 分）

（Ⅱ）解：设 AC 的中点为 G，连结 BG，由已知得 $BG\perp AC$．

又∵CC_1∥BD 且 CC_1=2BD，∴EB=BC．结合 AG=GC，得 BG∥AE．故 $AE\perp AC$．（7 分）

建立如图所示的空间直角坐标系 $O(A)$-xyz，设 AC=2，则

$E(2\sqrt{3},0,0)$，A_1 $(0,0,2)$，$D(\sqrt{3},1,1)$，$C(0,2,0)$．

∴$\overrightarrow{A_1E}=(2\sqrt{3},0,-2)$，$\overrightarrow{A_1D}=(\sqrt{3},1,-1)$，$\overrightarrow{A_1C}=(0,2,-2)$．（8 分）

由$\begin{cases}\sqrt{3}x-z=0\\ \sqrt{3}x+y-z=0\end{cases}$，得平面 A_1DE 的一个法向量为$\vec{m}=(1,0,\sqrt{3})$．（9 分）

由$\begin{cases}y-z=0\\ \sqrt{3}x+y-z=0\end{cases}$，得平面 A_1DC 的一个法向量为$\vec{n}=(0,1,1)$．（10 分）

于是$\cos\langle\vec{m},\vec{n}\rangle=\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$．（11 分）

故二面角 E-A_1D-C 的正弦值为$\dfrac{\sqrt{10}}{4}$．（12 分）

20、解：（Ⅰ）因为椭圆 Γ 经过点 $A(\sqrt{2},1)$，所以$\dfrac{2}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}=1$．（1 分）

设 $F(-c,0)$ $(c>0)$，则由 $|AF|$=3 得$(\sqrt{2}+c)^2+1=9$，解得 $c=\sqrt{2}$．（2 分）

又 $a^2=b^2+c^2=b^2+2$，于是$\dfrac{2}{b^2+2}+\dfrac{1}{b^2}=1$，解得 b^2=2（舍负），进而 a^2=4．（3 分）

故椭圆 Γ 的标准方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{2}=1$．（4 分）

（Ⅱ）因为 BC∥AD，可设直线 BC 的方程为 $x=\sqrt{2}y+m$ $(m\neq0)$．

代入 $x^2+2y^2=4$ 并整理得 $4y^2+2\sqrt{2}my+m^2-4=0$．由 $\Delta>0$ 得 $m^2<8$．（5 分）

设 $A(x_1,y_1)$、$B(x_2,y_2)$，则$y_1+y_2=\dfrac{-m}{\sqrt{2}}$，$y_1y_2=\dfrac{m^2-4}{4}$．（6 分）

所以$|BC|=\sqrt{3\left[(y_1+y_2)^2-4y_1y_2\right]}=\sqrt{3\left(\dfrac{m^2}{2}-m^2+4\right)}=\sqrt{3\left(4-\dfrac{m^2}{2}\right)}$．（7 分）

又 AD 与 BC 之间的距离即 O 到 BC 的距离 $d=\frac{|m|}{\sqrt{3}}$，且 $|AD|=2|AO|=2\sqrt{3}$． (8 分)

所以四边形 $ABCD$ 的面积 $S=\frac{1}{2}(|AD|+|BC|)\cdot d=\left(2+\sqrt{4-\frac{m^2}{2}}\right)\cdot\frac{|m|}{2}$． (9 分)

设 $t=\sqrt{4-\frac{m^2}{2}}$ $(0<t<2)$，则 $S^2=\frac{1}{2}(2+t)^2(4-t^2)=\frac{1}{2}(2+t)^3(2-t)$，记之为函数 $f(t)$，则

$f'(t)=2(2+t)^2(1-t)$，易知 $f(t)$ 在区间 $(0,1)$ 内单调递增，在区间 $(1,2)$ 内单调递减．

故 $f(t)$ 的最大值为 $f(1)=\frac{27}{2}$．(说明：亦可用均值不等式或三角换元求最大值) (11 分)

所以四边形 $ABCD$ 面积的最大值为 $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ (当且仅当 $m^2=6$ 时取得)． (12 分)

21、解：(Ⅰ) 求导得 $f'(x)=\frac{1}{2}-\frac{\frac{x}{1+x}-ln(1+x)}{x^2}=\frac{\frac{1}{2}x^2-\frac{x}{1+x}+ln(1+x)}{x^2}$ $(x>-1$ 且 $x\neq0)$． (1 分)

设函数 $g(x)=\frac{1}{2}x^2-\frac{x}{1+x}+ln(1+x)$ $(x>-1)$，则 $g'(x)=x-\frac{1}{(1+x)^2}+\frac{1}{1+x}=x\left[1+\frac{1}{(1+x)^2}\right]$． (2 分)

所以 $g(x)$ 在区间 $(-1,0)$ 内单调递减，在区间 $(0,+\infty)$ 内单调递增． (3 分)

故当 $x>-1$ 且 $x\neq0$ 时，$g(x)>g(0)=0$，即 $f'(x)>0$． (4 分)

所以 $f(x)$ 在区间 $(-1,0)$ 和 $(0,+\infty)$ 内都单调递增． (5 分)

(Ⅱ) 设函数 $h(x)=\frac{1}{2}x^2+3x-ln(1+x)-a(e^x-1)$ $(x>-1)$，则

原不等式等价于当 $-1<x<0$ 时，$h(x)>0$；当 $x>0$ 时，$h(x)<0$．(※) (6 分)

求导得 $h'(x)=x+3-\frac{1}{1+x}-ae^x$，其中 $x>-1$．

(1) 当 $a<2$ 时，因为 $h'(0)=2-a>0$，则必然存在 $x_1>0$，使 $h'(x)>0$ 在区间 $(0,x_1)$ 内恒成立．

所以 $h(x)$ 在区间 $(0,x_1)$ 内单调递增，于是 $h(x_1)>h(0)=0$，这与(※)矛盾，故舍去． (7 分)

(2) 当 $a\geqslant2$ 时，易知 $h''(x)=1+\frac{1}{(1+x)^2}-ae^x$ 在区间 $(-1,+\infty)$ 单调递减．

①当 $x>0$ 时，$h''(x)<h''(0)=2-a\leqslant0$，所以 $h'(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内单调递减．

于是 $h'(x)<h'(0)=2-a\leqslant0$，从而 $h(x)$ 在区间 $(0,+\infty)$ 内单调递减．

故对任意 $x>0$，都有 $h(x)<h(0)=0$，满足(※)． (8 分)

②当 $-1<x<0$ 时，若 $a=2$，则 $h''(x)>h''(0)=2-a=0$ 即 $h'(x)$ 在区间 $(-1,0)$ 内单调递增．

此时，$h'(x)<h'(0)=2-a=0$ $(-1<x<0)$． (9 分)

若 $a>2$，由 $h''(-1)\to+\infty$，$h''(0)=2-a<0$ 及零点存在性定理知，存在 $x_2\in(-1,0)$，使 $h''(x_2)=0$，

即 $1+\frac{1}{(1+x_2)^2}=ae^{x_2}$，且 $h''(x)>0$ 在区间 $(-1,x_2)$ 内恒成立，$h''(x)<0$ 在区间 $(x_2,0)$ 内恒成立．

即 $h'(x)$ 在区间 $(-1,x_2)$ 内单调递增，在区间 $(x_2,0)$ 内单调递减．

于是当$a>2$时，$h'(x)\leqslant h'(x_2)=x_2+3-\dfrac{1}{1+x_2}-ae^{x_2}=(x_2+2)\left[1-\dfrac{1}{(1+x_2)^2}\right]<0$ $(-1<x<0)$．　（10分）

故当$a\geqslant 2$时，$h(x)$在区间$(-1,0)$内单调递减，所以$h(x)>h(0)=0$ $(-1<x<0)$，满足（※）．（11分）

综上所述，存在常数a满足条件，其取值范围是$[2,+\infty)$．　（12分）

22、（Ⅰ）曲线C方程可化为$2\rho^2\cos^2\theta=\lambda\rho\sin\theta$，其直角坐标方程为$x^2=\dfrac{\lambda}{2}y$．　（2分）

又焦点$F\left(1,\dfrac{\pi}{2}\right)$的直角坐标为$F(0,1)$．所以$\dfrac{\lambda}{8}=1$，解得$\lambda=8$．　（4分）

（Ⅱ）将直线l的参数方程代入$x^2=4y$，并整理得$t^2\cos^2\alpha-4t\sin\alpha-4=0$．　（5分）

其中$\Delta>0$恒成立，且$t_1+t_2=\dfrac{4\sin\alpha}{\cos^2\alpha}$　①，$t_1\cdot t_2=\dfrac{-4}{\cos^2\alpha}<0$　②．　（6分）

由$|AF|=3|FB|$得$t_1=-3t_2$，结合①得$t_1=\dfrac{6\sin\alpha}{\cos^2\alpha}$，$t_2=\dfrac{-2\sin\alpha}{\cos^2\alpha}$．　（7分）

代入②得$\dfrac{-12\sin^2\alpha}{\cos^4\alpha}=\dfrac{-4}{\cos^2\alpha}$，解得$\tan\alpha=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$．　（8分）

又因为$0\leqslant\alpha<\pi$，所以α的大小为$\dfrac{\pi}{6}$或$\dfrac{5\pi}{6}$．　（10分）

23、解：（Ⅰ）因为$f(x)=|x-1|-|2x+1|=\begin{cases}x+2, & x\leq-\dfrac{1}{2}\\ -3x, & -\dfrac{1}{2}<x<1\\ -x-2, & x\geq 1\end{cases}$　（1分）

所以$f(x)$在区间$\left(-\infty,-\dfrac{1}{2}\right)$内单调递增，在区间$\left(-\dfrac{1}{2},+\infty\right)$内单调递减．　（2分）

于是$f(x)$的最大值为$f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{3}{2}\leqslant 4$．　（3分）

又$f(-6)=-4$，$f(2)=-4$，所以不等式$|f(x)|\leqslant 4$的解集为$\{x|-6\leqslant x\leqslant 2\}$．　（5分）

（Ⅱ）因为$\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{c+a}+\dfrac{c}{a+b}=(a+b+c)\left(\dfrac{1}{b+c}+\dfrac{1}{c+a}+\dfrac{1}{a+b}\right)-3$　（7分）

$=\dfrac{1}{2}[(b+c)+(c+a)+(a+b)]\left(\dfrac{1}{b+c}+\dfrac{1}{c+a}+\dfrac{1}{a+b}\right)-3$　（8分）

$\geqslant\dfrac{1}{2}(1+1+1)^2-3=\dfrac{3}{2}$．（当且仅当$a=b=c$时取“=”号）　（9分）

又由（Ⅰ）知，$f(x)$的最大值为$\dfrac{3}{2}$，所以$f(x)\leqslant\dfrac{a}{b+c}+\dfrac{b}{c+a}+\dfrac{c}{a+b}$．　（10分）

（说明：不同解法，请根据相应步骤类似给分）

自主招生在线创始于 2014 年，是专注于自主招生、学科竞赛、全国高考的升学服务平台，旗下拥有网站和微信两大媒体矩阵，关注用户超百万，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学老师、家长和考生，引起众多重点高校的关注。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注自主招生在线官方微信号：zizzsw。

微信扫一扫，快速关注