

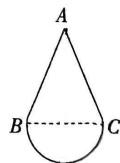
贵州省高三年级入学考试 数学试卷

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的姓名、考生号、考场号、座位号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。
4. 本试卷主要考试内容:高考全部内容。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 已知复数 $z = -1 + 2i$ (i 为虚数单位), 则 $zi =$
 A. $-1 - 2i$ B. $2 - i$ C. $-2 - i$ D. $1 + 2i$
2. 若集合 $A = \{1, 2, 3\}$, 集合 $B = \{x | z = x - y, x \in A, y \in A\}$, 则集合 $A \cup B =$
 A. $\{1, 2\}$ B. $\{1, 2, 3\}$
 C. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
3. 已知函数 $f(x) = e^x + x^3$, $f'(1)$, 则 $f(1) =$
 A. e B. $-e$ C. $\frac{e}{2}$ D. $-\frac{e}{2}$
4. “积跬步以至千里,积小流以成江海。”出自荀子《劝学篇》。原文为“故不积跬步,无以至千里;不积小流,无以成江海。”数学上这样的两个公式:① $1.01^{30} \approx 1.3$; ② $1.01^{365} \approx 37.8$, 也能说明这种积少成多,聚沙成塔的成功之道。它们所诠释的含义是“每天增加 1%,就会在一个月、一年以后产生巨大的变化。虽然这是一种理想化的模型,但也能充分地说明“小小的改变和时间积累的力量”。假设某同学通过学习和思考所带来的知识积累的变化,以每天 2.01% 的速度“进步”,则 30 天以后他的知识积累约为原来的
 A. 1.69 倍 B. 1.96 倍 C. 1.78 倍 D. 2.8 倍
5. 已知函数 $f(x)$ 为奇函数, $g(x)$ 为偶函数, 且 $f(x) = g(x) - e^x$, 记 $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$, 则 $h(1) =$
 A. $\frac{e^2 + 1}{e^2 - 1}$ B. $\frac{e^2 - 1}{e^2 + 1}$ C. $\frac{1 - e^2}{1 + e^2}$ D. $\frac{1 + e^2}{1 - e^2}$
6. 已知 F 为双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右焦点, 过点 F 作 x 轴的垂线与双曲线及它的渐近线在第一象限内依次交于点 A 和点 B . 若 $|AB| = |AF|$, 则双曲线 C 的渐近线方程为
 A. $\sqrt{3}x \pm y = 0$ B. $x \pm \sqrt{3}y = 0$ C. $\sqrt{2}x \pm y = 0$ D. $x \pm \sqrt{2}y = 0$
7. 已知“水滴”的表面是一个由圆锥的侧面和部分球面(常称为“球冠”)所围成的几何体。如图所示,将“水滴”的轴截面看成由线段 AB, AC 和优弧 BC 所围成的平面图形,其中点 B, C 所在直线与水平面平行, AB 和 AC 与圆弧相切。已知“水滴”的“竖直高度”与“水平宽度”(“水平宽度”指的是平行于水平面的直线截轴截面所得线段



考号

姓名

班级

学号

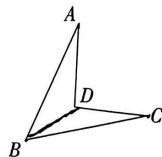
的长度的最大值)的比值为 $\frac{4}{3}$,则 $\sin \angle BAC =$

- A. $\frac{3}{25}$ B. $\frac{9}{25}$ C. $\frac{16}{25}$ D. $\frac{24}{25}$

8. 中位数为 1010 的一组数构成等差数列 $\{a_n\}$, 其末项为 2024, 则数列 $\{a_n\}$ 的首项 a_1 为
A. -3 B. -4
C. -3 或 -4 D. 3 或 -3

二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9. 如图, 在空间四边形 $ABCD$ 中, $AB=BC=CD=DA$, $\angle BAD=60^\circ$, 将 $\triangle ABD$ 以 BD 为旋转轴转动, 则下列结论正确的是
A. 连接 AC, BD , 则 $BD \perp AC$
B. 存在一个位置, 使 $\triangle ACD$ 为等边三角形
C. AD 与 BC 不可能垂直
D. 直线 AD 与平面 BCD 所成角的最大值为 60°



10. 过抛物线 $C: y^2=4x$ 的焦点 F 作两条互相垂直的直线 l_1 和 l_2 , 设直线 l_1 交抛物线 C 于 A, B 两点, 直线 l_2 交抛物线 C 于 D, E 两点, 则 $|AB|+|DE|$ 可能的取值为
A. 18 B. 16 C. 14 D. 12

11. 某学校高三年级于 2023 年 5 月初进行了一次高三数学备考前测考试. 按照分数大于或等于 120 的同学评价为“优秀生”, 其它分数的同学评价为“潜力生”进行整体水平评价, 得到下面表(1)所示的列联表. 已知在这 105 人中随机抽取 1 人, 成绩优秀的概率为 $\frac{2}{7}$, 根据表(2)的数据可断定下列说法正确的是

班级	成绩		合计
	优秀生	潜力生	
甲班	10	b	
乙班	c	30	
合计			105

表(1)

α	0.05	0.01	0.001
x_α	3.841	6.635	10.828

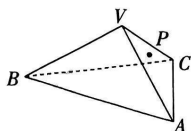
表(2)

- A. 列联表中 c 的值为 30, b 的值为 35
B. 列联表中 c 的值为 20, b 的值为 45
C. 根据列联表中的数据, 有 95% 的把握认为成绩与班级有关
D. 根据列联表中的数据, 没有 95% 的把握认为成绩与班级有关
12. 已知函数 $f(x) = x + \frac{4}{x}$, $g(x) = x^2 - ax + 1$, 若对任意 $x_1 \in [1, 3]$ 及对任意 $x_2 \in [1, 3]$, 都有 $f(x_1) \geq g(x_2)$, 则实数 a 的值可以是
A. -2 B. -3 C. 2 D. 3

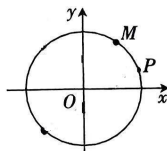
三、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. 设 O 为 $\triangle ABC$ 的外心, $AB=6, AC=8$, 则 $\vec{OA} \cdot \vec{BC} =$ ▲
14. 数学上将形如 $2^p - 1$ (p 为素数) 的素数称为“梅森素数”. 显然, 即使 p 是一个“不太大”的素数, “梅森素数” $2^p - 1$ 也可能是一个“很大”的数. 利用 $\lg(2^p - 1) \approx \lg 2^p$ 和 $\lg 2 \approx 0.301$, 可估计得出“梅森素数” $2^{67} - 1$ 的位数为 ▲.

15. 如图,三棱锥 $V-ABC$ 的三条侧棱 VA, VB, VC 两两垂直,且 $VA=VB=VC=1$. 点 P 是侧面 VAC 内一点,过点 P 作一个既平行于侧棱 VB ,又平行于底边 AC 的三棱锥的截面,则该截面面积的最大值为 ▲ .



第 15 题图



第 16 题图

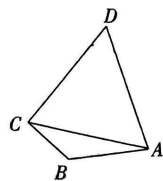
16. 如图,设 $M(x_1, y_1), P(x_2, y_2)$ 是圆 $O: x^2 + y^2 = 4$ 上的两个动点,点 M 关于原点的对称点为 M_1 ,点 M 关于 x 轴的对称点为 M_2 ,若直线 PM_1, PM_2 与 y 轴分别相交于 $(0, m)$ 和 $(0, n)$,则 $m \cdot n =$ ▲ .

四、解答题:本题共 6 小题,共 70 分.请在答题卡指定区域内作答.解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

如图,已知平面四边形 $ABCD$ 存在外接圆,且 $AB=5, BC=2, \cos \angle ADC = \frac{4}{5}$.

- (1) 求 $\triangle ABC$ 的面积;
- (2) 求 $\triangle ADC$ 的周长的最大值.



18. (本小题满分 12 分)

已知 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,且满足 $a_1 = -2, S_n - a_n = n^2 - 5n + 4$.

- (1) 求 a_9 的值;

- (2) 若 $b_n = \frac{1}{(n+1)(a_n+4)}$,记数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 T_n ,证明: $\frac{1}{4} \leq T_n < \frac{1}{2}$.

19. (本小题满分 12 分)

甲、乙分别拥有 3 张写有数字的卡片,甲的 3 张卡片上的数字分别为 X, Y, Z ,乙的 3 张卡片上的数字分别为 x, y, z ,已知 $X > x > Y > y > Z > z$. 他们按如下规则做一个“出示卡片,比数字大小”的游戏:甲、乙各出示 1 张卡片,比较卡片上的数字的大小,然后丢弃已使用过的卡片. 他们共进行了三次,直至各自用完 3 张卡片,且在出示卡片时双方都不知道对方所出示的卡片上的数字. 三次“出示卡片,比数字大小”之后,认定至少有两次数字较大的一方获得胜利.

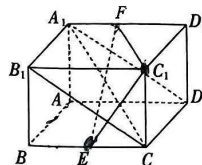
- (1) 若第一次甲出示的卡片上写有数字 X ,乙出示的卡片上写有数字 z ,求乙最终获得胜利的概率;
- (2) 记事件 $A =$ “第一次乙出示的卡片上的数字大”,事件 $B =$ “乙获得胜利”,试比较 A 和 B 哪个概率大,并说明理由.

20. (本小题满分 12 分)

如图,直四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 为菱形,且 $\angle ABC=60^\circ$, $AA_1=AB=2$, E, F 分别为 BC, A_1D_1 的中点.

(1)证明:平面 $EFC_1 \perp$ 平面 A_1AD .

(2)求平面 EFC_1 和平面 A_1B_1CD 的夹角的余弦值.



21. (本小题满分 12 分)

定义:若椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 上的两个点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 满足 $\frac{x_1x_2}{a^2} + \frac{y_1y_2}{b^2} = 0$, 则

称 A, B 为该椭圆的一个“共轭点对”, 记作 $[A, B]$. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$ 上一点 $A(3, 1)$.

(1)求“共轭点对” $[A, B]$ 中点 B 所在直线 l 的方程.

(2)设 O 为坐标原点, 点 P, Q 在椭圆 C 上, 且 $PQ \parallel OA$.

①求(1)中的直线 l 和椭圆 C 的两个交点 B_1, B_2 的坐标;

②设四点 B_1, P, B_2, Q 在椭圆 C 上逆时针排列, 证明: 四边形 B_1PB_2Q 的面积小于 $8\sqrt{3}$.

22. (本小题满分 12 分)

定义函数 $f(x) = (x-a)\sin x$, 其中 $x \in \mathbf{R}$.

(1)当 $a = \frac{\pi}{6}$ 时, 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(\frac{\pi}{6}, 0)$ 处的切线方程;

(2)证明: 在区间 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ 上, $f(x)$ 有且只有两个不同的极值点.

密
封
线
内
不
要
答
题

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址：www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信信号：**zizzsw**。



Q 自主选拔在线

