

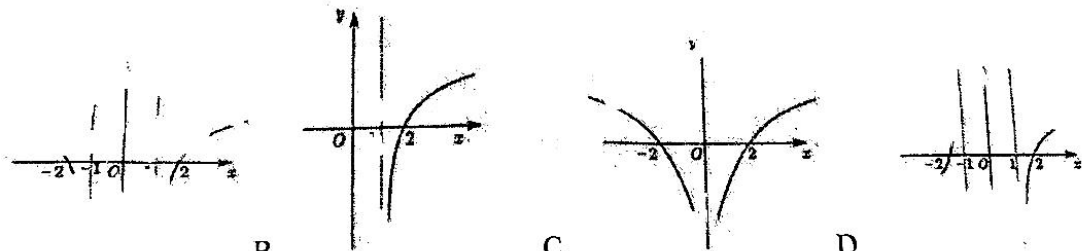
江西省 东乡一中 都昌一中 丰城中学 赣州中学 新八校
景德镇二中 上饶中学 上栗中学 新建二中
2022 届高三第二次联考理科数学试题

命题人：景德镇二中 胡满琴 审题人：景德镇二中 程浩

考试时间：120 分钟 满分：150 分

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 全集 $U=\mathbf{R}$ ，集合 $A=\{x|2x^2+x-1\geq 0\}$ ， $B=\{x|y=\sqrt{3x-1}\}$ ，则 $(\mathbf{C}_U A)\cap B=(\quad)$
- A. $(2, +\infty)$ B. $(-\frac{1}{2}, +\infty)$ C. $[\frac{1}{3}, 2)$ D. $[\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$
2. 关于复数 $z=(a+bi)$ ($a, b\in\mathbf{R}$, i 为虚数单位)，下列说法正确的是 (\quad)
- A. 若 $z=-1+i$ ，则 $|z|=2$
- B. 若 \bar{z} 为 z 的共轭复数，则 $\bar{z}\cdot z=z^2$
- C. 复数 $z=1+2i$ 的虚部为 $2i$
- D. 若 $z=\frac{2i}{1+\sqrt{3}i}$ ，则 z 在复平面内对应的点的坐标为 $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$
3. 某校有 1000 人参加某次模拟考试，其中数学考试成绩近似服从正态分布 $N(105, \sigma^2)$ ($\sigma > 0$)，试卷满分 150 分，统计结果显示数学成绩优秀（高于 120 分）的人数占总人数的 $\frac{1}{5}$ ，则此次数学考试成绩在 90 分到 105 分（含 90 分和 105 分）之间的人数约为 (\quad)
- A. 150 B. 200 C. 300 D. 400
4. 函数 $f(x)=\log_2(|x|-1)$ 的图像为 (\quad)



5. 在下列五个命题中，其中正确的个数为 (\quad)
- ①命题“ $\forall x\in\mathbf{R}$ ，都有 $x^2+x+1>0$ ”的否定为“ $\exists x\notin\mathbf{R}$ ，有 $x^2+x+1\leq 0$ ”；
- ②已知 $a=(k-1, 4-2k)$ ， $b=(4, 1)$ ，若 \vec{a} 与 \vec{b} 夹角为锐角，则 k 的取值范围是 $k>0$ ；
- ③“ $\frac{1}{x}\geq 1$ ”成立的一个充分不必要条件是“ $0<x<1$ ”；
- ④已知 l 是一条直线， α, β 是两个不同的平面，若 $l\perp\alpha$ ， $l\perp\beta$ ，则 $\alpha\parallel\beta$ 。

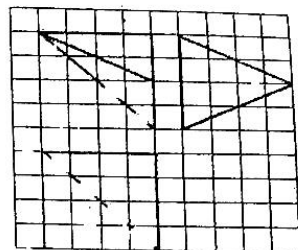
5. 函数 $y = 2\sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 的图像向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位后所得函数解析式为 $y = 2\sin 2x$.

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

6. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $b=3, c=2, B=45^\circ$, 则此三角形解的情况为 ()

- A. 无解 B. 两解 C. 一解 D. 解的个数不能确定

7. 如图, 网格纸上小正方形的边长为 1, 粗实线画出的是某几何体的三视图, 则该几何体外接球的表面积是 ()



- A. 41π B. $\frac{41}{4}\pi$
C. 25π D. $\frac{25}{4}\pi$

8. “中国剩余定理”又称“孙子定理”, 最早可见于中国南北朝时期的数学著作《孙子算经》卷下第十六题, 叫做“物不知数”问题, 原文如下: 今有物不知其数, 三三数之剩二, 五五数之剩三, 七七数之剩二. 问物几何? 现有一个相关的问题: 将 1 到 2021 这 2021 个自然数中被 5 除余 3 且被 7 除余 2 的数按照从小到大的顺序排成一列, 构成一个数列, 则该数列的项数为 ()

- A. 58 B. 59 C. 60 D. 61

9. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x-5 \leq 0 \\ x-y+1 \geq 0 \\ x+5y-5 \geq 0 \end{cases}$, 且 $z=ax+by$ ($a>0, b>0$) 的最大值为 1, 则 $\frac{5}{a} + \frac{6}{b}$ 的最小

值为 ()

- A. 64 B. 81 C. 100 D. 121

10. 已知函数 $f(x) = \sin(\omega x + \frac{\pi}{4})$ ($\omega > 0$) 在区间 $[0, \pi]$ 上有且仅有 4 条对称轴, 给出下列四个结论:

- ① $f(x)$ 在区间 $(0, \pi)$ 上有且仅有 3 个不同的零点; ② $f(x)$ 的最小正周期可能是 $\frac{\pi}{2}$;
③ ω 的取值范围是 $[\frac{13}{4}, \frac{17}{4})$; ④ $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{\pi}{15})$ 上单调递增.

其中所有正确结论的序号是 ()

- A. ①④ B. ②③ C. ②④ D. ②③④

11. 已知 F_1, F_2 为双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点, P 为双曲线右支上异于顶点的任意一点, 若 A 为

$\triangle PF_1F_2$ 内切圆上一动点, 当 AF_1 的最大值为 4 时, $\triangle PF_1F_2$ 的内切圆半径为 ()

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{7}{8}$ D. $\frac{5}{6}$

12. 设 $a = \frac{4(2 - \ln 4)}{e^2}$, $b = \frac{1}{e}$, $c = \frac{\ln 4}{4}$, 则 a, b, c 的大小顺序为 ()

- A. $a < c < b$ B. $c < a < b$ C. $a < b < c$ D. $b < a < c$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 把答案填在答题卷的横线上.

2022 届新八校第二次联考理科数学试卷 第 2 页 共 4 页

13. 若 $(1-2x)^{2022} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2022}x^{2022}$, 则 $\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{2^2} + \dots + \frac{a_{2022}}{2^{2022}}$ 的值 _____.

14. 甲、乙、丙、丁等 6 人排成一排, 要求甲、乙两人相邻, 并且甲、乙两人与丙、丁两人都不相邻, 则不同的排法种数是 _____ (用数字作答)

15. 已知函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 满足 $f'(x) - f(x) = e^{2x}$, 且 $f(0) = 1$, 当 $x \in (0, +\infty)$ 时, $x(f(x) - a) \geq 1 + \ln x$ 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 _____.

16. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 1$, $AC = 2$, $\angle BAC = 60^\circ$, P 是 $\triangle ABC$ 的外接圆上的一点, 若 $\overrightarrow{AP} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC}$, 则 $m+n$ 的最小值是 _____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 第 17~21 题为必考题, 每个试题考生都必须作答, 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

17. (本小题满分 12 分) 各项都为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且满足 $4S_n = a_n^2 + 4n$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

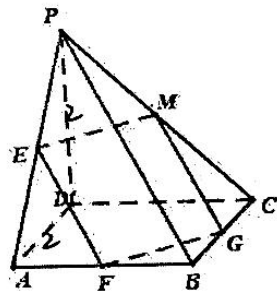
(2) 求 $T_n = \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \dots + \frac{1}{S_n}$;

(3) 设 $c_n = (-1)^n a_n$, 数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 P_n , 求使 $P_n > 46$ 成立的 n 的最小值.

18. (本小题满分 12 分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, $PD \perp$ 底面 $ABCD$, $PD = AD = 2$, 点 E, F, G 分别为 PA, AB, BC 的中点, 平面 $EFGM \cap$ 棱 $PC = M$.

(I) 试确定 $\frac{PM}{PC}$ 的值, 并证明你的结论;

(II) 求平面 $EFGM$ 与平面 PAD 夹角的余弦值.



19. (本小题满分 12 分) 接种新冠疫苗, 可以有效降低感染新冠肺炎的几率, 某地区有 A, B, C 三种新冠疫苗可供居民接种, 假设在某个时间段该地区集中接种第一针疫苗, 而且这三种疫苗的供应都很充足. 为了节省时间和维持良好的接种秩序, 接种点设置了号码机, 号码机可以随机地产生 A, B, C 三种号码 (产生每个号码的可能性都相等), 前去接种第一针疫苗的居民先从号码机上取一张号码, 然后去接种与号码相对应的疫苗 (例如: 取到号码 A , 就接种 A 种疫苗, 以此类推). 若甲, 乙, 丙, 丁四个人各自独立的去接种第一针新冠疫苗.

(1) 求这四个人中恰有 2 个人接种 A 种疫苗的概率;

(2) 记甲, 乙, 丙, 丁四个人中接种疫苗的种数为 X , 求随机变量 X 的分布列和数学期望.

20. (本小题满分 12 分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的一个焦点与短轴的两个端点组成的三角形是等腰直角三角形, 点 $P(\sqrt{10}, 1)$ 是椭圆 C 上一点.

- (1) 求椭圆 C 的标准方程;
 (2) 设 $R(s, t)$ 是椭圆 C 上的一动点, 由原点 O 向 $(x-s)^2 + (y-t)^2 = 4$ 引两条切线, 分别交椭圆 C 于点 P, Q , 若直线 OP, OQ 的斜率均存在, 并分别记为 k_1, k_2 , 求证: $k_1 \cdot k_2$ 为定值.

21. (本小题满分 12 分) 已知函数 $f(x) = \ln x + ax^2 - 3x$.

(1) 若函数 $f(x)$ 的图象在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = -2$, 求函数 $f(x)$ 的极小值;

(2) 若 $a = 1$, 对于任意 $x_1, x_2 \in [1, 2]$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 不等式 $f(x_1) - f(x_2) > \frac{m(x_2 - x_1)}{x_2}$ 恒成立, 求实数 m 的取值范围.

选考题: 共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做, 则按所做的第一题计分.

22. [选修 4-4: 坐标系与参数方程] (本小题满分 10 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$ 直线 l 过点 $A(-1, 0)$, 以 O 为极点, x 轴的正半轴为

轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 4\sin\theta$.

(1) 写出直线 l 的一个参数方程及曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 若 l 与 C 交于 M, N 两点, 求 $\frac{1}{AM} + \frac{1}{AN}$ 的值.

23. [选修 4-5: 不等式选讲] (本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = |x+2| + |x-1|$.

(1) 求不等式 $f(x) > 3$ 的解集;

(2) 若 $f(x)$ 的最小值为 m , 且对任意正数 a, b 满足 $a+b=m$, 求 $\frac{m+1}{a+1} + \frac{1}{b}$ 的最小值.

关于我们

自主选拔在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（[网址: www.zizzs.com](http://www.zizzs.com)）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国90%以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主选拔领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。



 微信搜一搜

 自主选拔在线