



哈三中 2020 级入学摸底考试数学卷

时间: 120 分钟 满分: 120 分

一、选择题(本题共 30 分, 每小题 3 分)

第 1-10 题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

1. 在国家大数据战略的引领下, 我国在人工智能领域取得显著成就, 自主研发的人工智能“绝艺”获得全球最前沿的人工智能赛事冠军, 这得益于所建立的大数据中心的规模和数据存储量, 它们决定着人工智能深度学习的质量和速度, 其中的一个大数据中心能存储 58 000 000 000 本书籍. 将 58 000 000 000 用科学记数法表示应为

A. 5.8×10^{10} B. 5.8×10^{11} C. 58×10^9 D. 0.58×10^{11}

2. 在中国集邮总公司设计的 2017 年纪特邮票首日纪念戳图案中, 可以看作中心对称图形的是



千里江山图

A



京津冀协同发展

B

内蒙古自治区
成立七十周年

C

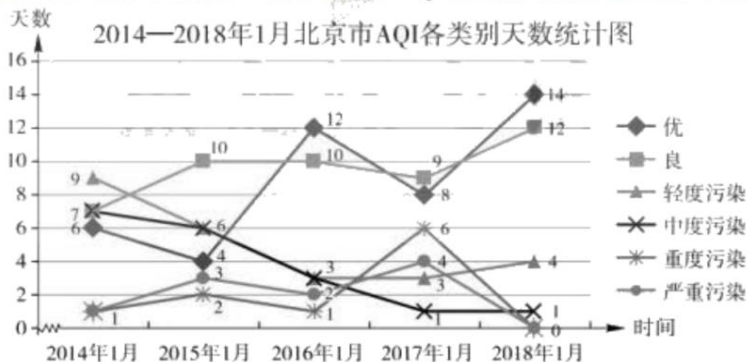
河北雄安新区
设立纪念

D

3. 空气质量指数(简称为 AQI)是定量描述空气质量状况的指数, 它的类别如下表所示.

AQI 数据	0~50	51~100	101~150	151~200	201~300	301 以上
AQI 类别	优	良	轻度污染	中度污染	重度污染	严重污染

某同学查阅资料, 制作了近五年 1 月份北京市 AQI 各类别天数的统计图如下图所示.



根据以上信息, 下列推断不合理的是

- A. AQI 类别为“优”的天数最多的是 2018 年 1 月
 B. AQI 数据在 0~100 之间的天数最少的是 2014 年 1 月
 C. 这五年的 1 月里, 6 个 AQI 类别中, 类别“优”的天数波动最大
 D. 2018 年 1 月的 AQI 数据的月均值会达到“中度污染”类别



专注名校自主选拔

4. 将 A, B 两位篮球运动员在一段时间内的投篮情况记录如下:

投篮次数		10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
A	投中次数	7	15	23	30	38	45	53	60	68	75
	投中频率	0.700	0.750	0.767	0.750	0.760	0.750	0.757	0.750	0.756	0.750
B	投中次数	8	14	23	32	35	43	52	61	70	80
	投中频率	0.800	0.700	0.767	0.800	0.700	0.717	0.743	0.763	0.778	0.800

下面有三个推断:

- ①当投篮 30 次时, 两位运动员都投中 23 次, 所以他们投中的概率都是 0.767;
- ②随着投篮次数的增加, A 运动员投中频率总在 0.750 附近摆动, 显示出一定的稳定性, 可以估计 A 运动员投中的概率是 0.750;
- ③当投篮达到 200 次时, B 运动员投中次数一定为 160 次.

其中合理的是

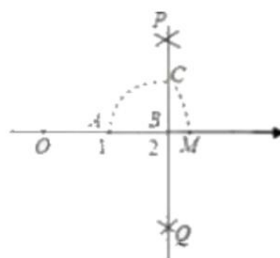
- A. ① B. ② C. ①③ D. ②③

5. 如图, 数轴上点 A, B 分别对应实数 1, 2, 过点 B 作

$PQ \perp AB$, 以点 B 为圆心, AB 长为半径画弧, 交 PQ 于点

C, 以点 A 为圆心, AC 长为半径画弧, 交数轴于点 M,

则点 M 对应的实数的平方是



- A. 2 B. 5 C. $2\sqrt{2}+3$ D. $2\sqrt{5}+6$

6. 已知三个关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$, $bx^2+cx+a=0$, $cx^2+ax+b=0$ 恰

有一个公共实数根, 则 $\frac{a^2}{bc} + \frac{b^2}{ca} + \frac{c^2}{ab}$ 的值为

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3



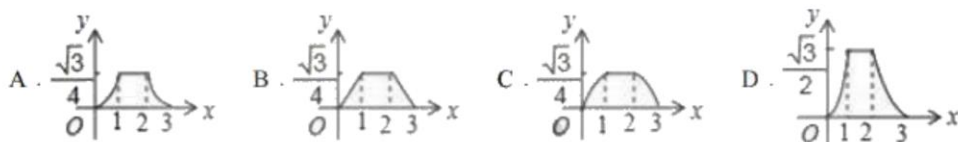
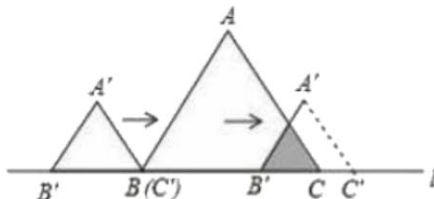
专注名校自主选拔

7. 不等式组 $\begin{cases} \frac{x-1}{3} - \frac{1}{2}x < -1 \\ 4(x-1) \leq 2(x-a) \end{cases}$ 有 3 个整数解, 则 a 的取值范围是

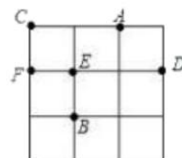
- A. $-6 \leq a < -5$ B. $-6 < a \leq -5$ C. $-6 < a < -5$ D. $-6 \leq a \leq -5$

8. 如图, 边长为 2 的等边 $\triangle ABC$ 和边长为 1 的等边 $\triangle A'B'C'$, 它们的边 $B'C'$, BC 位于同一条直线 l 上, 开始时, 点 C' 与 B 重合, $\triangle ABC$

固定不动, 然后把 $\triangle A'B'C'$ 自左向右沿直线 l 平移, 移出 $\triangle ABC$ 外 (点 B' 与 C 重合) 停止, 设 $\triangle A'B'C'$ 平移的距离为 x , 两个三角形重合部分的面积为 y , 则 y 关于 x 的函数图象是



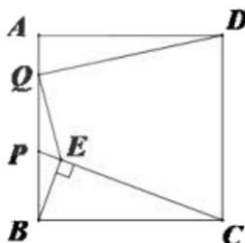
9. 如图, 在 3×3 的方格中, A, B, C, D, E, F 分别位于格点上, 从 C, D, E, F 四点中任意取一点, 与点 A, B 为顶点作三角形, 则所作三角形为等腰三角形的概率是



- A. 1 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

10. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $BC=2$, 点 P, Q 均为 AB 边上的动点, $BE \perp CP$, 垂足为 E , 则 $QD+QE$ 的最小值为

- A. 2 B. 3
C. $\sqrt{10}-1$ D. $\sqrt{13}-1$





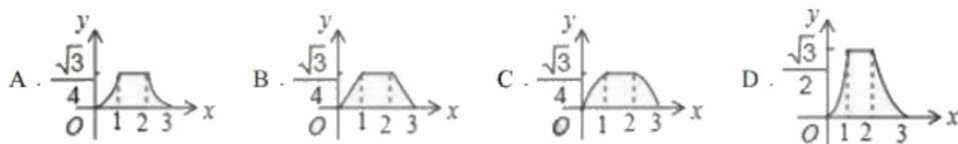
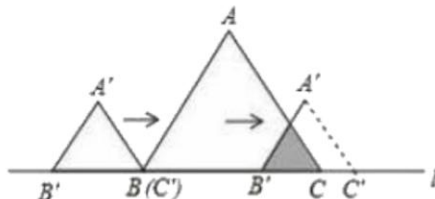
专注名校自主选拔

7. 不等式组 $\begin{cases} \frac{x-1}{3} - \frac{1}{2}x < -1 \\ 4(x-1) \leq 2(x-a) \end{cases}$ 有 3 个整数解, 则 a 的取值范围是

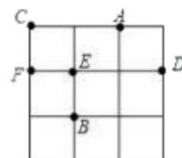
- A. $-6 \leq a < -5$ B. $-6 < a \leq -5$ C. $-6 < a < -5$ D. $-6 \leq a \leq -5$

8. 如图, 边长为 2 的等边 $\triangle ABC$ 和边长为 1 的等边 $\triangle A'B'C'$, 它们的边 $B'C'$, BC 位于同一条直线 l 上, 开始时, 点 C' 与 B 重合, $\triangle ABC$

固定不动, 然后把 $\triangle A'B'C'$ 自左向右沿直线 l 平移, 移出 $\triangle ABC$ 外 (点 B' 与 C 重合) 停止, 设 $\triangle A'B'C'$ 平移的距离为 x , 两个三角形重合部分的面积为 y , 则 y 关于 x 的函数图象是



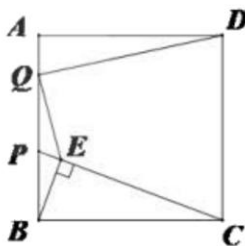
9. 如图, 在 3×3 的方格中, A, B, C, D, E, F 分别位于格点上, 从 C, D, E, F 四点中任意取一点, 与点 A, B 为顶点作三角形, 则所作三角形为等腰三角形的概率是



- A. 1 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{1}{2}$

10. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, $BC=2$, 点 P, Q 均为 AB 边上的动点, $BE \perp CP$, 垂足为 E , 则 $QD+QE$ 的最小值为

- A. 2 B. 3
C. $\sqrt{10}-1$ D. $\sqrt{13}-1$





专注名校自主选拔

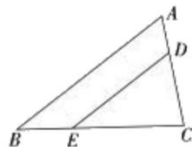
二、填空题 (本题共 30 分, 每小题 3 分)

11. 若代数式 $\frac{x-1}{x+1}$ 的值为 0, 则实数 x 的值为_____.

12. 化简: $(a+4)(a-2) - a(a+1) =$ _____.

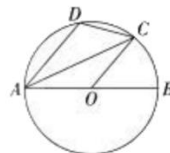
13. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel AB$, DE 分别与 AC , BC 交于 D , E

两点. 若 $\frac{S_{\triangle DEC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{4}{9}$, $AC=3$, 则 $DC=$ _____.



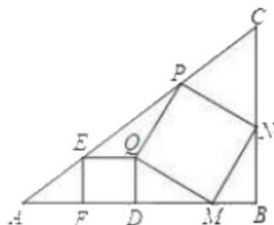
14. 从杭州东站到北京南站, 原来最快的一趟高铁 G20 次约用 5 h 到达. 从 2018 年 4 月 10 日起, 全国铁路开始实施新的列车运行图, 并启用了“杭京高铁复兴号”, 它的运行速度比原来的 G20 次的运行速度快 35 km/h, 约用 4.5 h 到达. 如果在相同的路线上, 杭州东站到北京南站的距离不变, 求“杭京高铁复兴号”的运行速度. 设“杭京高铁复兴号”的运行速度为 x km/h, 依题意, 可列方程为_____.

15. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, C 为 $\widehat{AB}$ 上一点, $\angle BOC = 50^\circ$, $AD \parallel OC$, AD 交 $\odot O$ 于点 D , 连接 AC , CD , 那么 $\angle ACD =$ _____°.



16. 一个自然数的立方, 可以分裂成若干个连续奇数的和. 例如: 2^3 , 3^3 和 4^3 分别可以“分裂”成 2 个、3 个和 4 个连续奇数的和, 即 $2^3=3+5$, $3^3=7+9+11$, $4^3=13+15+17+19$, ... 若 100^3 也按照此规律来进行“分裂”, 则 100^3 “分裂”出的奇数中, 最小的奇数是_____.

17. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$, 正方形 $EFDQ$ 、正方形 $MNPQ$ 公共顶点记为点 Q , 其余的各个顶点都在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的边上, 若 $AC=5$, $BC=3$, 则 $EP=$ _____.

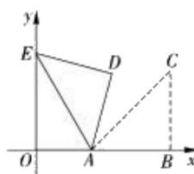


18. 甲乙丙三个人在一起聊天, 每周从星期一到星期日每人连续两天说谎 (包括星期日和星期一), 其余五天必说真话, 且任意两人不会在同一天说谎. 已知周一时, 乙说: “我昨天说谎了.” 周二时, 丙说: “太巧了, 我昨天也说谎了.” 则三个人都没说谎的是星期_____.

19. 已知: $x+y+z=0$, $xyz \neq 0$, 则 $x(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}) + y(\frac{1}{x} + \frac{1}{z}) + z(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}) =$ _____.

20. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 的坐标为 $A(1,0)$, 等腰

九年级统一测试 数学试卷 第 4 页 (共 8 页)





专注名校自主选拔

直角三角形 ABC 的边 AB 在 x 轴的正半轴上, $\angle ABC = 90^\circ$,
点 B 在点 A 的右侧, 点 C 在第一象限. 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针
旋转 75° , 如果点 C 的对应点 E 恰好落在 y 轴的正半轴上, 那
么边 AB 的长为_____.

三、解答题 (本题共 60 分)

21. 已知关于 x 的方程 $mx^2 + (3-m)x - 3 = 0$ (m 为实数, $m \neq 0$).

- (1) 求证: 此方程总有两个实数根;
- (2) 如果此方程的两个实数根都为正整数, 求整数 m 的值.

22. 某同学所在年级的 500 名学生参加“志愿北京”活动, 现有以下 5 个志愿服务项目: A. 纪念馆志愿讲解员; B. 书香社区图书整理; C. 学编中国结及义卖; D. 家风讲解员; E. 校内志愿服务. 每位同学都从中选择一个项目参加. 为了解同学们选择这 5 个项目的情况, 该同学随机对年级中的 40 名同学选择的志愿服务项目进行了调查, 过程如下.

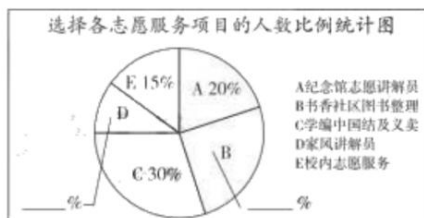
收集数据 设计调查问卷, 收集到如下的数据 (志愿服务项目的编号, 用字母代号表示)

B, E, B, A, E, C, C, C, B, B,
A, C, E, D, B, A, B, E, C, A,
D, D, B, B, C, C, A, A, E, B,
C, B, D, C, A, C, C, A, C, E.

整理、描述数据 划记、整理、描述样本数据、绘制统计图如下. 请补全统计表和统计图.

选择各志愿服务项目的人数统计表

志愿服务项目	划记	人数
A 纪念馆志愿讲解员	正 下	8
B 书香社区图书整理		
C 学编中国结及义卖	正 正 下	12
D 家风讲解员		
E 校内志愿服务	正 一	6
合计		40



分析数据、推断结论

- a. 抽样的 40 个样本数据 (志愿服务项目的编号) 的众数是_____ (填 A-E 的字母代号)
- b. 请你任选 A-E 中的两个志愿服务项目, 根据该同学的样本数据估计全年级大约有多少名同学选择这两个志愿服务项目.

23. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 $y = x + m$ 与 x 轴的交点为 $A(-4, 0)$, 与 y 轴的



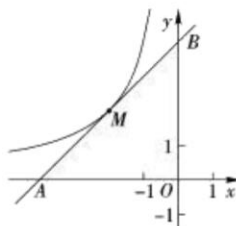
交点为 B ，线段 AB 的中点 M 在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象上.

(1) 求 m, k 的值;

(2) 将线段 AB 向左平移 n 个单位长度 ($n > 0$) 得到线段 CD , A, M, B 的对应点分别为 C, N, D .

① 当点 D 落在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x < 0$) 的图象上时, 求 n 的值;

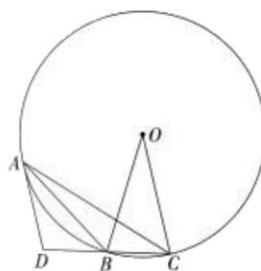
② 当 $MD \leq MN$ 时, 结合函数的图象, 直接写出 n 的取值范围.



24. 如图, $\odot O$ 的半径为 r , $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $\angle BAC = 15^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$, D 为 CB 延长线上一点, AD 与 $\odot O$ 相切, 切点为 A .

(1) 求点 B 到半径 OC 的距离 (用含 r 的式子表示);

(2) 作 $DH \perp OC$ 于点 H , 求 $\angle ADH$ 的度数及 $\frac{CB}{CD}$ 的值.



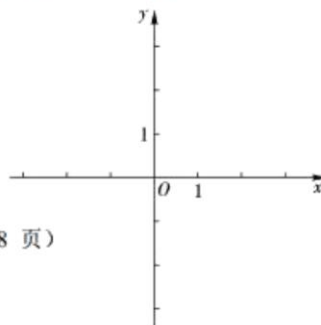
25. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $G: y = mx^2 + 2mx + m - 1$ ($m \neq 0$) 与 y 轴交于点 C ,

抛物线 G 的顶点为 D , 直线 $l: y = mx + m - 1$ ($m \neq 0$).

(1) 当 $m = 1$ 时, 画出直线 l 和抛物线 G , 并直接写出直线 l 被抛物线 G 截得的线段长;

(2) 随着 m 取值的变化, 判断点 C, D 是否都在直线 l 上并说明理由;

(3) 若直线 l 被抛物线 G 截得的线段长不小于 2, 结合函数的图象, 直接写出 m 的取值范围.





26. 正方形 $ABCD$ 的边长为 2. 将射线 AB 绕点 A 顺时针旋转 α , 所得射线与线段 BD 交于点 M , 作 $CE \perp AM$ 于点 E , 点 N 与点 M 关于直线 CE 对称, 连接 CN .

(1) 如图 1, 当 $0^\circ < \alpha < 45^\circ$ 时,

①依题意补全图 1;

②用等式表示 $\angle NCE$ 与 $\angle BAM$ 之间的数量关系: _____;

(2) 当 $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ 时, 探究 $\angle NCE$ 与 $\angle BAM$ 之间的数量关系并加以证明;

(3) 当 $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ 时, 若边 AD 的中点为 F , 直接写出线段 EF 的最大值.

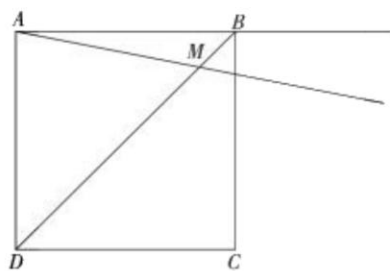
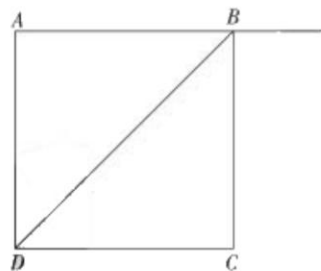


图 1



备用图

27. 对于平面内的 $\odot C$ 和 $\odot C$ 外一点 Q , 给出如下定义: 若过点 Q 的直线与 $\odot C$ 存在公共点,

记为点 A, B , 设 $k = \frac{AQ + BQ}{CQ}$, 则称点 A (或点 B) 是 $\odot C$ 的 “ k 相关依附点”. 特别地,

当点 A 和点 B 重合时, 规定 $AQ = BQ$, $k = \frac{2AQ}{CQ}$ (或 $\frac{2BQ}{CQ}$).

已知在平面直角坐标系 xOy 中, $Q(-1, 0)$, $C(1, 0)$, $\odot C$ 的半径为 r .

(1) 如图 1, 当 $r = \sqrt{2}$ 时,

①若 $A_1(0, 1)$ 是 $\odot C$ 的 “ k 相关依附点”, 则 k 的值为 _____;



② $A_2(1+\sqrt{2},0)$ 是否为 $\odot C$ 的“2 相关依附点”? 答: 是_____ (选“是”或“否”);

(2) 若 $\odot C$ 上存在“ k 相关依附点”点 M ,

① 当 $r=1$, 直线 QM 与 $\odot C$ 相切时, 求 k 的值;

② 当 $k=\sqrt{3}$ 时, 求 r 的取值范围;

(3) 若存在 r 的值使得直线 $y=-\sqrt{3}x+b$ 与 $\odot C$ 有公共点, 且公共点是 $\odot C$ 的“ $\sqrt{3}$ 相关依附点”, 直接写出 b 的取值范围.

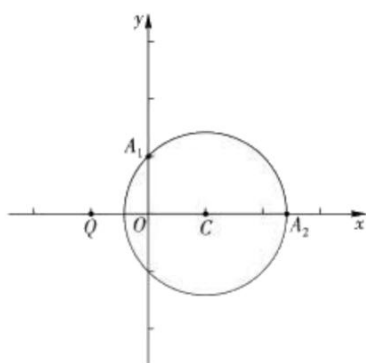
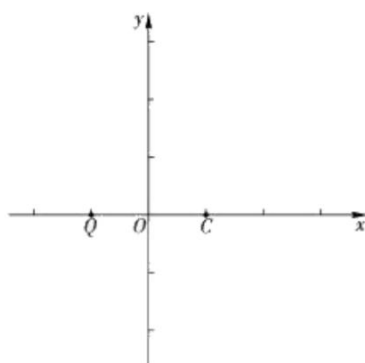


图 1



备用图

关于我们

自主招生在线是致力于提供新高考生涯规划、强基计划、综合评价、三位一体、学科竞赛等政策资讯的升学服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站 (<http://www.zizzs.com/>) 和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90% 以上的重点中学师生及家长，在全国新高考、自主招生领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主招生在线**官方微信号：**zizzsw**。



微信搜一搜



自主招生在线

关注后获取更多资料：

回复“答题模板”，即可获取《高中九科试卷的解题技巧和答题模版》

回复“必背知识点”，即可获取《高考考前必背知识点》