哈尔滨师大附中
东北师大附中
辽宁省实验中学

2020年高三第二次联合模拟考试

# 理 科 数 学

注意事项：

1. 本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分，共150分，考试时间120分钟。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡的相应位置上。
2. 回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

## 第Ⅰ卷（选择题　共60分）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若 $a+2i=(1-i)(1+bi)(a,b\in R,i$ 为虚数单位），则复数 $a-bi$ 在复平面内对应的点所在的象限为

A. 第一象限　　B. 第二象限　　C. 第三象限　　D. 第四象限

2. 已知集合 $A,B$ 均为集合 $U=\{1,2,3,4,5,6\}$ 的子集，且 $(\complement_U A)\cap B=\{3\}$，$(\complement_U B)\cap A=\{6\}$，$A\cap B=\{1,2\}$，则集合 $B=$

A. $\{1,2,3\}$　　B. $\{1,2,6\}$　　C. $\{1,2\}$　　D. $\{1,2,3,4,5\}$

3. 若实数 $x,y$ 满足 $\begin{cases}2x-y\geq 6\\ x+y\geq 3\\ x\leq 6\end{cases}$，则 $y-x$ 的最大值为

A. 3　　B. 0　　C. $-3$　　D. $-9$

4. 已知 $\alpha,\beta$ 是两个不同的平面，直线 $m\subset\alpha$，下列命题中正确的是

A. 若 $\alpha\perp\beta$，则 $m/\!/\beta$　　B. 若 $\alpha\perp\beta$，则 $m\perp\beta$

C. 若 $m/\!/\beta$，则 $\alpha/\!/\beta$　　D. 若 $m\perp\beta$，则 $\alpha\perp\beta$

5. 课堂上数学老师和同学们做游戏，随机询问甲、乙、丙、丁4位同学的作业完成情况，甲说：“丙未完成作业或丁未完成作业”；乙说：“丁未完成作业”；丙说：“我完成作业了”；丁说：“我完成作业了”。他们中恰有一个人说了谎话，请问：是谁说了谎话？

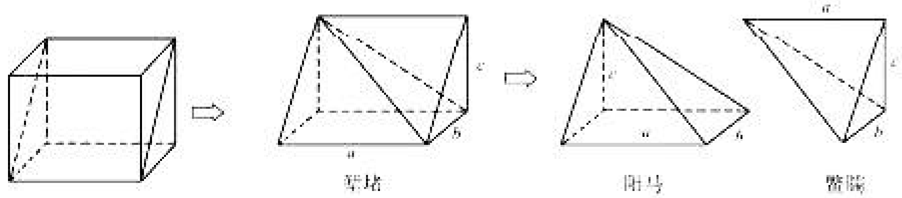
A. 甲　　B. 乙　　C. 丙　　D. 丁

6. 已知正项等比数列 $\{a_n\}$，若向量 $\boldsymbol{a}=(8,a_2)$，$\boldsymbol{b}=(a_8,2)$，$\boldsymbol{a}/\!/\boldsymbol{b}$，则 $\log_2 a_1+\log_2 a_2+\cdots+\log_2 a_9=$

A. 12　　B. $8+log_2 5$　　C. 5　　D. 18

7. 我国古代劳动人民在筑城、筑堤、挖沟、挖渠、建仓、建囤等工程中，积累了丰富的经验，总结出了一套有关体积、容积计算的方法，这些方法以实际问题的形式被收入我国古代数学名著《九章算

术》中.《九章算术·商功》:"斜解立方,得两堑堵.斜解堑堵,其一为阳马,一为鳖臑.阳马居二,鳖臑居一,不易之率也.合两鳖臑三而一,验之以棊,其形露矣."下图解释了这段话中由一个长方体,得到"堑堵"、"阳马"、"鳖臑"的过程.已知堑堵的内切球(与各面均相切)半径为1,则鳖臑的体积最小值为




A. $2+\frac{2\sqrt{2}}{3}$　　B. $6+4\sqrt{2}$　　C. $2+\frac{4\sqrt{2}}{3}$　　D. $1+\frac{4\sqrt{2}}{3}$

8. 设函数 $f(x)=\sin x+\cos x+\sin x\cos x+1$,则下列说法中正确的是

A. $f(x)$关于$(0,1)$中心对称　　B. $f(x)$的极小值为$\frac{1}{2}-\sqrt{2}$

C. $f(x)$图象的一条对称轴为$x=\frac{\pi}{4}$　　D. $f(x)$的最小正周期为$\pi$

9. 已知 $\sin\left(15^\circ-\frac{\alpha}{2}\right)=\frac{2\cos50^\circ}{\sqrt{3}\sin80^\circ}-\tan10^\circ$,则 $\sin(60^\circ+\alpha)$的值为

A. $\frac{1}{3}$　　B. $-\frac{1}{3}$　　C. $\frac{2}{3}$　　D. $-\frac{2}{3}$

10. 已知两个不相等的非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$,满足 $|\boldsymbol{b}|=2$,且 $\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$ 的夹角为$45^\circ$,则 $|\boldsymbol{a}|$的取值范围是

A. $(0,\sqrt{2}]$　　B. $[\sqrt{2},2)$　　C. $[\sqrt{2},+\infty)$　　D. $(0,2]$

11. 已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{4}=1(a>1)$上存在一点$M$,过点$M$向圆$x^2+y^2=1$做两条切线$MA,MB$,若$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$,则实数$a$的取值范围是

A. $(1,\sqrt{2})$　　B. $(1,\sqrt{2}]$　　C. $[\sqrt{2},+\infty)$　　D. $(\sqrt{2},+\infty)$

12. 已知函数 $f(x)=\ln(e^{2|x|-4}+1)$, $g(x)=\begin{cases}a+x-2\ (x\geq0)\\ a-x-2\ (x<0)\end{cases}$,若存在 $a\in[n,n+1](n\in Z)$使得方程$f(x)=g(x)$有四个实根,则$n$的最大值为

A. 2　　B. 1　　C. 0　　D. $-1$

## 第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

**二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.把答案填写在答题纸相应位置上.**

13. 我校高一、高二、高三共有学生1800名,为了了解同学们对"智慧课堂"的意见,计划采用分层抽样的方法,从这1800名学生中抽取一个容量为36的样本.若从高一、高二、高三抽取的人数恰好是从小到大排列的连续偶数,则我校高三年级的学生人数为________.

14. 习近平总书记在全军军事学院校长集训开班式上强调贯彻新时代军事教育方针，深化军事院校改革创新，培养德才兼备的高素质专业化新型军事人才要摆在突出位置. 为配合总书记精神，安排了四位校长到甲、乙、丙三大军区挂职，每个军区至少1人，其中李校长必须去甲军区的概率为______.

15. 设$\triangle ABC$的内角$A,B,C$所对的边分别为$a,b,c$，且$(a+b+c)(a-b+c)=3ac$，边$AC$上的点$D$满足$BD=CD=2AD=2$，则$\triangle ABC$的面积$S=$______.

16. 希腊著名数学家阿波罗尼斯与欧几里得、阿基米德齐名. 他发现："平面内到两个定点$A,B$的距离之比为定值$\lambda(\lambda\neq1)$的点的轨迹是圆". 后来，人们将这个圆以他的名字命名，称为阿波罗尼斯圆，简称阿氏圆. 在平面直角坐标系$xOy$中，$A(0,1)$，$B(0,4)$，则点$P$满足$\lambda=\frac{1}{2}$的阿波罗尼斯圆的方程为______，已知点$C(-2,4)$，$Q$为抛物线$E:y^2=8x$上的动点，点$Q$在直线$x=-2$上的射影为$H$，$M$为$(x+2)^2+y^2=4$上动点，则$\frac{1}{2}|MC|+|QH|+|QM|$的最小值为______.

**三、解答题：共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

**（一）必考题：共60分.**

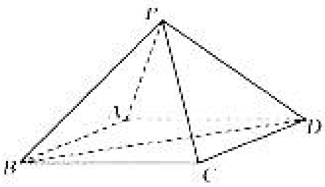
17.（本小题满分12分）

已知数列$\{a_n\}$前$n$项和为$S_n$，且$a_1=1$，$S_n=a_{n+1}-1$，数列$\{b_n\}$为等差数列，$a_3=b_4$，且$b_2+b_6=b_7$.

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）若$c_n=\dfrac{a_nb_n}{(n+2)b_{n+1}}$，求数列$\{c_n\}$的前$n$项和$T_n$.

18.（本小题满分12分）




如图，在四棱锥$P-ABCD$中，底面四边形$ABCD$为菱形，平面$PBD\perp$平面$ABCD$.

（Ⅰ）求证：$PA=PC$；

（Ⅱ）若$PB\perp PD$，$PB=PD=\sqrt{2}$，二面角$B-PC-D$为$120°$，求$\angle ABC$的余弦值.

19.（本小题满分12分）

已知函数$f(x)=\frac{1}{2}x^2-kx-2\ln x$.

（Ⅰ）求函数$f(x)$的极小值点；

（Ⅱ）设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$$(0<x_1<x_2)$为函数$y=f(x)$图象上的任意两点，$f'(x)$为函数$f(x)$的导函数，求证：$\dfrac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}<f'\left(\dfrac{x_1+x_2}{2}\right)$.

20.（本小题满分12分）

N95型口罩是抗击新型冠状病毒的重要防护用品，它对空气动力学直径$\geq0.3\mu m$的颗粒的过滤效率达到95%以上. 某防护用品生产厂生产的N95型口罩对空气动力学直径$\geq0.3\mu m$的颗粒的过滤效率服从正态分布$N(0.97,9.025\times10^{-5})$.

（Ⅰ）当质检员随机抽检10只口罩，测量出一只口罩对空气动力学直径$\geq0.3\mu m$的颗粒的过滤

效率为93.6%，他立即要求停止生产，检查设备和工人工作情况.请你依据所学知识，判断该质检员的要求是否有道理，并说明判断的依据；

（Ⅱ）该厂将空气动力学直径≥0.3μm的颗粒的过滤效率达到95.1%以上的N95型口罩定义为“优质品”.

①求该企业生产的一只N95型口罩为“优质品”的概率；

②该企业生产了1000只这种N95型口罩，且每只口罩相互独立，记$X$为这1000只口罩中“优质品”的件数，当$X$为多少件时可能性最大（即概率最大）？

参考数据：

$9.5^2=90.25$，

$P(\mu-\sigma<X\leqslant\mu+\sigma)=0.6827$，

$P(\mu-2\sigma<X\leqslant\mu+2\sigma)=0.9544$，

$P(\mu-3\sigma<X\leqslant\mu+3\sigma)=0.9974$.

21.（本小题满分12分）

已知椭圆$E:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$，点$P$为椭圆$E$上任意一点，$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}$的最大值为1，点$A_1$为椭圆$E$的左顶点，$\triangle A_1PF_2$的面积最大值为$\frac{2+\sqrt{3}}{2}$.

（Ⅰ）求椭圆$E$的方程；

（Ⅱ）动直线$l$与椭圆$E$交于不同两点$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，$O$为坐标原点，$M$为$AB$的中点，__________，是否存在实数$\lambda$，使得$|OM|\cdot|AB|\leqslant\lambda$恒成立？若存在，求$\lambda$的最小值；若不存在，说明理由.

从①$\triangle AOB$的面积为1，②$|\boldsymbol{m}+\boldsymbol{n}|=|\boldsymbol{m}-\boldsymbol{n}|$（其中向量$\boldsymbol{m}=\left(\frac{x_1}{a},\frac{y_1}{b}\right)$，$\boldsymbol{n}=\left(\frac{x_2}{a},\frac{y_2}{b}\right)$）这两个条件中选一个，补充在上面的问题中并作答.

**注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.**

**（二）选考题：共10分.请考生在第22、23题中任选一题作答.如果多做，则按所做的第一题计分，做答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应的题号涂黑.**

22.［选修4－4：坐标系与参数方程］

在直角坐标系$xOy$中，直线$l$的方程是$y=2$，曲线$C$的参数方程是$\begin{cases}x=2\cos\varphi\\y=\sqrt{2}\sin\varphi\end{cases}$（$\varphi$为参数），以坐标原点$O$为极点，$x$轴的非负半轴为极轴建立极坐标系.

（Ⅰ）求直线$l$和曲线$C$的极坐标方程；

（Ⅱ）若$A(\rho_1,\alpha)$是曲线$C$上一点，$B\left(\rho_2,\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$是直线$l$上一点，求$\frac{1}{|OA|^2}+\frac{1}{|OB|^2}$的最大值.

23.［选修4－5：不等式选讲］

已知$a,b,c\in R^+$，且$a+b+c=6$.

（Ⅰ）当$c=5$时，求$\left(\frac{1}{a^2}-1\right)\left(\frac{1}{b^2}-1\right)$的最小值；

（Ⅱ）证明：$a^2+b^2-2b+c^2-4c\geqslant-2$.

自主招生在线创始于 2014 年，致力于提供自主招生、综合评价、三位一体、学科竞赛、新高考生涯规划等政策资讯的服务平台。总部坐落于北京，旗下拥有网站（www.zizzs.com）和微信公众平台等媒体矩阵，用户群体涵盖全国 90%以上的重点中学师生及家长，在全国自主招生、综合评价领域首屈一指。

如需第一时间获取相关资讯及备考指南，请关注**自主选拔在线**官方微信号：**zizzsw**。

识别二维码，快速关注

福利：

1、关注后回复“答题模板”，即可获得高中 9 科答题模板资料

2、回复“清北华五”，即可获得清北华东五校特殊选拔考试模式及真题