工作秘密 严禁外传
擅自泄露 严肃追责

成都市2019级高中毕业班第二次诊断性检测

数　学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1至2页,第Ⅱ卷(非选择题)2至4页,共4页,满分150分,考试时间120分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用0.5毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第Ⅰ卷　(选择题,共60分)

一、选择题: 本大题共12小题,每小题5分,共60分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

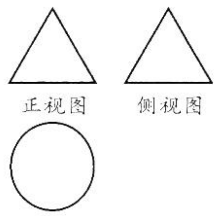
1. 已知i为虚数单位,则 $i^3(1+i)=$

(A) $1+i$　　(B) $1-i$　　(C) $-1+i$　　(D) $-1-i$

2. 设集合 $A=\{x\in\mathbf{N}^*\mid x<3\}$. 若集合 B 满足 $A\cup B=\{1,2,3\}$,则满足条件的集合 B 的个数为

(A)1　　(B)2　　(C)3　　(D)4

3. 如图是一个几何体的三视图,其中正视图与侧视图都是边长为2的等边三角形,俯视图是直径为2的圆. 则该几何体的表面积为



正视图　侧视图　俯视图

(A) 3π　　(B) 2π

(C) $\sqrt{3}\pi$　　(D) $\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$

4. $(1-2x)^6$ 的展开式中 x^3 的系数为

(A) -160　　(B) 160　　(C) -80　　(D) 80

5. 在区间 $(-2,4)$ 内随机取一个数 x,使得不等式 $4^x-5\cdot 2^x+4<0$ 成立的概率为

(A) $\frac{1}{4}$　　(B) $\frac{1}{3}$　　(C) $\frac{2}{3}$　　(D) $\frac{3}{4}$

6. 设经过点 $F(1,0)$ 的直线与抛物线 $y^2=4x$ 相交于 A,B 两点. 若线段 AB 中点的横坐标为2,则 $|AB|=$

(A)4　　(B)5　　(C)6　　(D)7

7. 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n. 若$a_1=\frac{1}{4}$,$S_{n+1}=S_n+a_n+\frac{1}{2}$,则$S_{20}=$

(A)10 (B)20 (C)100 (D)400

8. 若曲线$y=\ln x+x^2+1$在点(1,2)处的切线与直线$ax+y-1=0$平行,则实数a的值为

(A)-4 (B)-3 (C)4 (D)3

9. 在等比数列$\{a_n\}$中,已知$a_1>0$,则"$a_2>a_3$"是"$a_3>a_6$"的

(A)充分不必要条件 (B)必要不充分条件

(C)充要条件 (D)既不充分也不必要条件

10. 在不考虑空气阻力的条件下,火箭的最大速度v(单位:km/s)与燃料的质量M(单位:kg),火箭(除燃料外)的质量m(单位:kg)的函数关系是$v=2000\ln(1+\frac{M}{m})$. 当燃料质量与火箭质量的比值为t_0时,火箭的最大速度可达到$v_0$km/s. 若要使火箭的最大速度达到$2v_0$km/s,则燃料质量与火箭质量的比值应为

(A)$2t_0^2$ (B)$t_0^2+t_0$ (C)$2t_0$ (D)$t_0^2+2t_0$

11. 在四棱锥$P-ABCD$中,已知底面$ABCD$为矩形,$PA\perp$底面$ABCD$,$PA=6$,$AB=1$,$AD=\sqrt{3}$. 若E,F分别为AB,PD的中点,经过C,E,F三点的平面与侧棱PA相交于点G. 若四棱锥$G-ABCD$的顶点均在球O的表面上,则球O的半径为

(A)$\frac{5}{4}$ (B)$\sqrt{2}$ (C)$\frac{\sqrt{13}}{2}$ (D)2

12. 已知$\triangle ABC$中,角A,B,C的对边分别为a,b,c. 若$c=1$,$4a^2\cos^2B+4b^2\sin^2A=3b^2-3$,则$\tan A$的最大值为

(A)$\frac{\sqrt{7}}{4}$ (B)$\frac{\sqrt{7}}{3}$ (C)$\frac{3\sqrt{7}}{7}$ (D)$\frac{4\sqrt{7}}{7}$

第Ⅱ卷 (非选择题,共90分)

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分. 把答案填在答题卡上.

13. 某区域有大型城市18个,中型城市12个,小型城市6个. 为了解该区域城市空气质量情况,现采用分层抽样的方法抽取6个城市进行调查,则应抽取的大型城市的个数为______.

14. 已知Rt$\triangle ABC$中,$\angle C=90°$,$BC=2$,D为AC边上的动点,则$\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{BC}=$______.

15. 定义在**R**上的奇函数$f(x)$满足$f(x)=f(2-x)$,且当$x\in[0,1]$时,$f(x)=x^2$. 则函数$g(x)=f(x)-(\frac{x-2}{10})^3$的所有零点之和为______.

16. 已知F_2为双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的右焦点,经过$F_2$作直线$l$与双曲线的一条渐近线垂直,垂足为$A$,直线$l$与双曲线的另一条渐近线相交于点$B$. 若$|AF_2|=\frac{1}{3}|BF_2|$,则双曲线的离心率为______.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 12 分）

某中学为研究课外阅读时长对语文成绩的影响，随机调查了 50 名学生某阶段每人每天课外阅读的平均时长（单位：分钟）及他们的语文成绩，得到如下的统计表：

平均时长（单位：分钟）	$(0,20]$	$(20,40]$	$(40,60]$	$(60,80]$
人数	9	21	15	5
语文成绩优秀人数	3	9	10	3

（Ⅰ）估算该阶段这 50 名学生每天课外阅读平均时长的平均数（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）；

（Ⅱ）若从课外阅读平均时长在区间 $(0,20]$ 和 $(60,80]$ 的学生中各随机选取 2 名进行研究，求所选 4 名学生中至少有 3 名语文成绩优秀的学生的概率.

18.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x\cos\omega x+\sin^2\omega x$，其中 $0<\omega<6$，且 $f(\frac{\pi}{12})=\frac{1}{2}$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的单调递增区间；

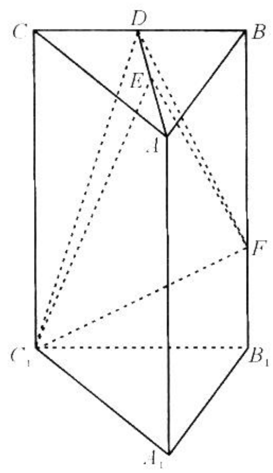
（Ⅱ）若 $\theta\in(\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{6})$，且 $f(\theta)=\frac{5}{6}$，求 $\sin2\theta$ 的值.

19.（本小题满分 12 分）

如图，在三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，已知 $AA_1\perp$ 底面 $A_1B_1C_1$，$AA_1=3$，$AB=AC$，$BC=2$，D 为 BC 的中点，点 F 在棱 BB_1 上，且 $BF=2$，E 为线段 AD 上的动点.

（Ⅰ）证明：$C_1F\perp EF$；

（Ⅱ）若直线 C_1D 与 EF 所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{10}}{6}$，求二面角 $E-FC_1-D$ 的余弦值.



20.（本小题满分 12 分）

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$经过点$(\sqrt{3},\frac{1}{2})$，其右顶点为 $A(2,0)$.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）若点 P,Q 在椭圆C 上，且满足直线 AP 与 AQ 的斜率之积为$\frac{1}{20}$.求$\triangle APQ$ 面积的最大值.

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=e^x-\frac{1}{2}ax^2-2ax$，其中 $a\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）若函数 $f(x)$在$[0,+\infty)$上单调递增，求 a 的取值范围；

（Ⅱ）若函数 $f(x)$存在两个极值点 $x_1,x_2(x_1<x_2)$，当 $x_1+x_2\in[3\ln2-4,\frac{5-3e}{e-1}]$时，求$\frac{x_2+2}{x_1+2}$的取值范围.

请考生在第 22，23 题中任选择一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分. 作答时，用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22.（本小题满分 10 分）选修 4—4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的方程为$(x-1)^2+(y-\sqrt{3})^2=1$. 以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\theta=\alpha(\rho\in\mathbf{R})$，其中 α 为常数且 $\alpha\in[0,\pi)$.

（Ⅰ）求直线 l 的普通方程与曲线 C 的极坐标方程；

（Ⅱ）若直线 l 与曲线 C 相交于 A,B 两点，求$\frac{1}{|OA|}+\frac{1}{|OB|}$的取值范围.

23.（本小题满分 10 分）选修 4—5：不等式选讲

已知函数 $f(x)=\sqrt{4x^2+4ax+a^2}-|2x-3a|$，$a\in\mathbf{R}$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求函数 $f(x)$的最大值；

（Ⅱ）若对 $\forall m,n\in(0,+\infty)$，关于 x 的不等式 $f(x)<\frac{1}{m}+\frac{1}{n+2}$恒成立，当 $m+n=6$ 时，求 a 的取值范围.

成都市2019级高中毕业班第二次诊断性检测

数学(理科)参考答案及评分意见

第Ⅰ卷 (选择题,共60分)

一、选择题:(每小题5分,共60分)

1.B; 2.D; 3.A; 4.A; 5.B; 6.C; 7.C; 8.B; 9.A; 10.D; 11.B; 12.C.

第Ⅱ卷 (非选择题,共90分)

二、填空题:(每小题5分,共20分)

13. 3; 14. 4; 15. 18; 16. $\frac{\sqrt{6}}{2}$或$\sqrt{3}$.

三、解答题:(共70分)

17.解:(Ⅰ)调查的50名学生某阶段每人每天课外阅读平均时长的频率分布表如下:

平均时长(单位:分钟)	$(0,20]$	$(20,40]$	$(40,60]$	$(60,80]$
频率	0.18	0.42	0.3	0.1

……2分

∴该阶段这50名学生每天课外阅读平均时长的平均数的估计值为

$10\times0.18+30\times0.42+50\times0.3+70\times0.1=36.4$. ……5分

(Ⅱ)由题意可知课外阅读平均时长在区间$(0,20]$的有9名,$(60,80]$的有5名,其中语文成绩优秀的学生各有3名.

∴从课外阅读平均时长在区间$(0,20]$和$(60,80]$的学生中各随机选取2名的情况种数

$m=C_9^2C_5^2=360$. ……7分

又所选4名学生中有3名语文成绩优秀的学生的情况种数

$n_1=C_3^2C_3^1C_2^1+C_3^1C_6^1C_3^2=18+54=72$; ……9分

有4名语文成绩优秀的学生的情况种数$n_2=C_3^2C_3^2=9$. ……11分

∴所选4名学生中至少有3名语文成绩优秀的学生的概率$P=\frac{n_1+n_2}{m}=\frac{81}{360}=\frac{9}{40}$.

……12分

18.解:(Ⅰ)由题意得$f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin2\omega x+\frac{1-\cos2\omega x}{2}=\sin(2\omega x-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}$. ……2分

$\because f(\frac{\pi}{12})=\sin(\omega\cdot\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$, $\therefore\sin(\frac{\omega\pi}{6}-\frac{\pi}{6})=0$.

$\therefore\frac{\omega\pi}{6}-\frac{\pi}{6}=k\pi,k\in\mathbf{Z}$. ……3分

$\therefore\omega=6k+1$.

又$0<\omega<6$, $\therefore k=0,\omega=1$.

$\therefore f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}$.　　……4 分

由题意得 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant 2x-\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi, k\in\mathbf{Z}$,

即 $-\frac{\pi}{6}+k\pi\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbf{Z}$.　　……6 分

∴函数 $f(x)$ 的单调递增区间为 $[-\frac{\pi}{6}+k\pi,\frac{\pi}{3}+k\pi], k\in\mathbf{Z}$.　　……7 分

(Ⅱ)由(Ⅰ)有 $f(\theta)=\sin(2\theta-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$,得 $\sin(2\theta-\frac{\pi}{6})=\frac{1}{3}$.　　……8 分

$\because\theta\in(\frac{\pi}{12},\frac{\pi}{6})$, $\therefore 2\theta-\frac{\pi}{6}\in(0,\frac{\pi}{6})$.

$\therefore\cos(2\theta-\frac{\pi}{6})=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.　　……9 分

$\therefore\sin 2\theta=\sin[(2\theta-\frac{\pi}{6})+\frac{\pi}{6}]=\frac{\sqrt{3}}{2}\sin(2\theta-\frac{\pi}{6})+\frac{1}{2}\cos(2\theta-\frac{\pi}{6})$　　……11 分

$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{\sqrt{3}+2\sqrt{2}}{6}$.　　……12 分

19. **解**:(Ⅰ)在矩形 BCC_1B_1 中,$\because BC=2, BB_1=3, BF=2$, D 为 BC 的中点,

可得 $C_1F=DF=\sqrt{5}$, $C_1D=\sqrt{10}$.

$\because C_1F^2+DF^2=C_1D^2$, $\therefore C_1F\perp DF$.　　……1 分

$\because AB=AC$, D 为 BC 的中点,$\therefore AD\perp BC$.

由题意有 $BB_1\perp$ 平面 ABC. 又 $BB_1\subset$ 平面 BCC_1B_1, ∴平面 $ABC\perp$ 平面 BCC_1B_1.

∵平面 $ABC\cap$ 平面 $BCC_1B_1=BC$, $AD\subset$ 平面 ABC,

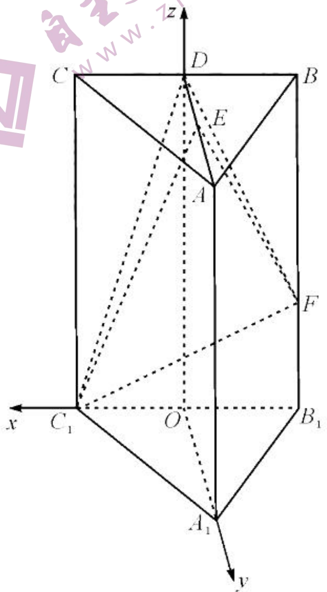
$\therefore AD\perp$ 平面 BCC_1B_1.　　……2 分

$\because C_1F\subset$ 平面 BCC_1B_1, $\therefore C_1F\perp AD$.　　……3 分

又 $AD\cap DF=D$, $AD, DF\subset$ 平面 DEF,

$\therefore C_1F\perp$ 平面 DEF.　　……4 分

又 $\because EF\subset$ 平面 DEF, $\therefore C_1F\perp EF$.　　……5 分



(Ⅱ)如图,取 B_1C_1 的中点 O,连接 OA_1, OD,易知 OC_1, OA_1, OD 两两互相垂直.

以 O 为坐标原点,$\overrightarrow{OC_1}$, $\overrightarrow{OA_1}$, $\overrightarrow{OD}$ 的方向分别为 x 轴,y 轴,z 轴的正方向,建立如图所示的空间直角坐标系 $Oxyz$.

则 $O(0,0,0)$, $C_1(1,0,0)$, $D(0,0,3)$, $F(-1,0,1)$.

设 $E(0,t,3)$,其中 $t>0$.　　……6 分

$\therefore\overrightarrow{C_1D}=(-1,0,3)$, $\overrightarrow{EF}=(-1,-t,-2)$.

∴直线 C_1D 与 EF 所成角的余弦值为

$\left|\dfrac{\overrightarrow{C_1D}\cdot\overrightarrow{EF}}{|\overrightarrow{C_1D}||\overrightarrow{EF}|}\right|=\dfrac{5}{\sqrt{10}\sqrt{t^2+5}}=\dfrac{\sqrt{10}}{6}$，解得 $t=2$. ……8 分

$\therefore\overrightarrow{C_1E}=(-1,2,3),\overrightarrow{C_1F}=(-2,0,1)$.

易得平面 DFC_1 的一个法向量 $\boldsymbol{m}=(0,1,0)$.

设平面 EFC_1 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x_1,y_1,z_1)$.

由 $\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{C_1E}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{C_1F}=0\end{cases}$ 得 $\begin{cases}-x_1+2y_1+3z_1=0,\\ -2x_1+z_1=0.\end{cases}$ 即 $\begin{cases}y_1=-\dfrac{5}{2}x_1,\\ z_1=2x_1.\end{cases}$

令 $x_1=1$，得 $\boldsymbol{n}=(1,-\dfrac{5}{2},2)$. ……10 分

$\therefore\cos\langle\boldsymbol{m},\boldsymbol{n}\rangle=\dfrac{\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}}{|\boldsymbol{m}||\boldsymbol{n}|}=\dfrac{-\frac{5}{2}}{\frac{3\sqrt{5}}{2}}=-\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. ……11 分

由题意知二面角 $E-FC_1-D$ 为锐二面角.

$\therefore$二面角 $E-FC_1-D$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$. ……12 分

20. **解**：(Ⅰ)由已知得 $a=2$. $\therefore$椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$. ……1 分

将点 $(\sqrt{3},\dfrac{1}{2})$ 代入椭圆 C 的方程，得 $\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{4b^2}=1$. 解得 $b=1$. ……3 分

$\therefore$椭圆 C 的方程为 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$. ……4 分

(Ⅱ)由题意知直线 PQ 的斜率存在. 设直线 PQ 的方程为 $y=kx+m$，$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$.

由 $\begin{cases}y=kx+m,\\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$ 消去 y，得 $(4k^2+1)x^2+8kmx+4m^2-4=0$. ……5 分

$\therefore\Delta=64k^2m^2-4(4k^2+1)(4m^2-4)=16(4k^2-m^2+1)>0$.

$\therefore x_1+x_2=-\dfrac{8km}{4k^2+1}$，$x_1x_2=\dfrac{4m^2-4}{4k^2+1}$. ……6 分

$$\therefore y_1y_2=(kx_1+m)(kx_2+m)=k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2$$
$$=\frac{k^2(4m^2-4)}{4k^2+1}-\frac{8k^2m^2}{4k^2+1}+m^2=\frac{m^2-4k^2}{4k^2+1}.$$

$$\therefore k_{AP}\cdot k_{AQ}=\frac{y_1}{x_1-2}\cdot\frac{y_2}{x_2-2}=\frac{y_1y_2}{x_1x_2-2(x_1+x_2)+4}=\frac{\frac{m^2-4k^2}{4k^2+1}}{\frac{4m^2-4}{4k^2+1}+\frac{16km}{4k^2+1}+4}=\frac{1}{20}.$$

……7 分

化简得$\dfrac{m^2-4k^2}{4m^2+16km+16k^2}=\dfrac{1}{20}$，即 $m^2-km-6k^2=0$.

$\therefore (m+2k)(m-3k)=0$. ……8 分

$\because$直线 PQ 不能经过点 A，$\therefore m+2k\neq 0$，$\therefore m-3k=0$.

$\therefore$直线 PQ 的方程为 $y=k(x+3)$.

$\therefore$直线 PQ 经过定点$(-3,0)$，设此定点为 D. ……9 分

$\therefore S_{\triangle APQ}=|S_{\triangle APD}-S_{\triangle AQD}|=\dfrac{1}{2}|AD|\,|y_1-y_2|=\dfrac{5}{2}|y_1-y_2|=\dfrac{5|k|}{2}\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}$

$=\dfrac{5|k|}{2}\cdot\dfrac{4\sqrt{4k^2-m^2+1}}{4k^2+1}=\dfrac{10\sqrt{k^2(1-5k^2)}}{4k^2+1}$. ……10 分

由 $\Delta=16(4k^2-m^2+1)=16(1-5k^2)>0$，得 $0<k^2<\dfrac{1}{5}$.

令 $t=4k^2+1$，则 $t\in(1,\dfrac{9}{5})$.

$\therefore S_{\triangle APQ}=\dfrac{5}{2}\sqrt{\dfrac{-5t^2+14t-9}{t^2}}=\dfrac{5}{2}\sqrt{-9\left(\dfrac{1}{t}-\dfrac{7}{9}\right)^2+\dfrac{4}{9}}$. ……11 分

$\therefore$当$\dfrac{1}{t}=\dfrac{7}{9}$，即 $k^2=\dfrac{1}{14}$时，$\triangle APQ$ 面积取得最大值$\dfrac{5}{3}$. ……12 分

21.解：(Ⅰ)由题意知 $f'(x)=e^x-ax-2a\geq 0$ 在$[0,+\infty)$上恒成立.

即 $a\leq\dfrac{e^x}{x+2}$在$[0,+\infty)$上恒成立. ……2 分

令 $g(x)=\dfrac{e^x}{x+2}$，则 $g'(x)=\dfrac{(x+1)e^x}{(x+2)^2}$.

$\because x\in[0,+\infty)$，$\therefore g'(x)>0$ 恒成立，$\therefore g(x)$在$[0,+\infty)$上单调递增.

$\therefore g(x)_{最小值}=g(0)=\dfrac{1}{2}$. ……4 分

$\therefore a$ 的取值范围为$(-\infty,\dfrac{1}{2}]$. ……5 分

(Ⅱ)$\because f(x)$存在两个极值点 x_1,x_2，$\therefore f'(x_1)=f'(x_2)=0$.

$\therefore e^{x_1}=a(x_1+2)$，$e^{x_2}=a(x_2+2)$.

由(Ⅰ)得$-2<x_1<-1<x_2$，$a\in(\dfrac{1}{e},+\infty)$.

$\therefore e^{x_2-x_1}=\dfrac{x_2+2}{x_1+2}$. ……6 分

令 $t=\dfrac{x_2+2}{x_1+2}$，则 $t\in(1,+\infty)$.

$\therefore e^{(t-1)(x_1+2)}=t$，$\therefore (t-1)(x_1+2)=\ln t$.

$\therefore x_1+2=\dfrac{\ln t}{t-1}$，$\therefore x_2+2=\dfrac{t\ln t}{t-1}$.

$\therefore x_1+x_2=\dfrac{(t+1)\ln t}{t-1}-4$. ……8 分

令 $h(t)=\dfrac{(t+1)\ln t}{t-1}-4$，则 $h'(t)=\dfrac{t-2\ln t-\dfrac{1}{t}}{(t-1)^2}$.

令 $\varphi(t)=t-2\ln t-\dfrac{1}{t}$，则 $\varphi'(t)=1-\dfrac{2}{t}+\dfrac{1}{t^2}=\dfrac{(t-1)^2}{t^2}>0$.

$\therefore \varphi(t)$在$(1,+\infty)$上单调递增.

又 $\varphi(1)=0$，$\therefore \varphi(t)>0$ 在$(1,+\infty)$上恒成立.

$\therefore h'(t)>0$ 在$(1,+\infty)$上恒成立.

$\therefore h(t)$在$(1,+\infty)$上单调递增. ……10 分

又 $h(2)=3\ln 2-4$，$h(\mathrm{e})=\dfrac{5-3\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1}$， ……11 分

$\therefore$当 $h(t)\in\left[3\ln 2-4,\dfrac{5-3\mathrm{e}}{\mathrm{e}-1}\right]$时，$t\in[2,\mathrm{e}]$.

$\therefore \dfrac{x_2+2}{x_1+2}$的取值范围为$[2,\mathrm{e}]$. ……12 分

22. **解**：(Ⅰ)当 $\alpha=\dfrac{\pi}{2}$时，此时直线 l 的普通方程为 $x=0$； ……1 分

当 $\alpha\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right)\cup\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$时，此时直线 l 的普通方程为 $y=\dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}x=\tan\alpha\cdot x$. ……2 分

又曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2+y^2-2x-2\sqrt{3}y+3=0$，

由极坐标与直角坐标的互化关系 $x=\rho\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$，

得曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2-2\rho\cos\theta-2\sqrt{3}\rho\sin\theta+3=0$，

即 $\rho^2-4\rho\sin(\theta+\dfrac{\pi}{6})+3=0$. ……4 分

(Ⅱ)$\because$直线 l 与曲线 C 相交于 A，B 两点，$\therefore \alpha\in\left(\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2}\right)$. ……5 分

将直线 l 的极坐标方程代入曲线 C 的极坐标方程，得 $\rho^2-4\rho\sin(\alpha+\dfrac{\pi}{6})+3=0$.

设该方程的两根分别为 ρ_1 和 ρ_2.

则 $\rho_1+\rho_2=4\sin(\alpha+\dfrac{\pi}{6})$，$\rho_1\rho_2=3$. ……6 分

由题意知$|OA|=\rho_1$，$|OB|=\rho_2$.

$\therefore \dfrac{1}{|OA|}+\dfrac{1}{|OB|}=\dfrac{1}{\rho_1}+\dfrac{1}{\rho_2}=\dfrac{\rho_1+\rho_2}{\rho_1\rho_2}=\dfrac{4}{3}\sin(\alpha+\dfrac{\pi}{6})$. ……8 分

$\because \alpha\in(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{2})$，$\therefore \alpha+\frac{\pi}{6}\in(\frac{\pi}{3},\frac{2\pi}{3})$.

$\therefore \sin(\alpha+\frac{\pi}{6})\in(\frac{\sqrt{3}}{2},1]$. ……9 分

$\therefore \frac{1}{|OA|}+\frac{1}{|OB|}$的取值范围为$(\frac{2\sqrt{3}}{3},\frac{4}{3}]$. ……10 分

23. **解**：(Ⅰ)当 $a=1$ 时，$f(x)=\sqrt{4x^2+4x+1}-|2x-3|=|2x+1|-|2x-3|$.

当 $x<-\frac{1}{2}$时，$f(x)=-2x-1+2x-3=-4$； ……1 分

当$-\frac{1}{2}\leqslant x\leqslant\frac{3}{2}$时，$f(x)=2x+1+2x-3=4x-2\in[-4,4]$； ……2 分

当 $x>\frac{3}{2}$时，$f(x)=2x+1-2x+3=4$. ……3 分

综上，函数 $f(x)$的最大值为 4. ……4 分

(Ⅱ)由题意，有 $f(x)_{最大值}\leqslant(\frac{1}{m}+\frac{1}{n+2})_{最小值}$. ……5 分

$\because f(x)=\sqrt{4x^2+4ax+a^2}-|2x-3a|=|2x+a|-|2x-3a|\leqslant|(2x+a)-(2x-3a)|$
$=4|a|$,

$\therefore f(x)_{最大值}=4|a|$. ……7 分

又 $m,n\in(0,+\infty)$，$m+n=6$，

$\therefore \frac{1}{m}+\frac{1}{n+2}=\frac{1}{8}(\frac{1}{m}+\frac{1}{n+2})[m+(n+2)]\geqslant\frac{1}{8}(1+1)^2=\frac{1}{2}$.

$\therefore (\frac{1}{m}+\frac{1}{n+2})_{最小值}=\frac{1}{2}$. 此时$\begin{cases}m=n+2,\\m+n=6\end{cases}$即 $m=4,n=2$. ……9 分

$\therefore 4|a|<\frac{1}{2}$，即$|a|<\frac{1}{8}$.

$\therefore a$ 的取值范围为$(-\frac{1}{8},\frac{1}{8})$. ……10 分

关于我们